

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

**INSTABILIDADE TERMO-MECÂNICA DE VIGAS  
SUBMETIDAS A TEMPERATURAS ELEVADAS.  
ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL**

**Luís Manuel Ribeiro de Mesquita**

Licenciado em Engenharia Mecânica  
pelo Instituto Politécnico de Bragança

*Dissertação submetida para satisfação parcial dos  
requisitos do grau de mestre  
em  
Engenharia Mecânica  
(Área de especialização de Construções Mecânicas)*

Dissertação realizada sob a supervisão de  
**Prof. Doutor Mário Augusto Pires Vaz**  
da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
e  
**Prof. Doutor Paulo Alexandre Gonçalves Piloto**  
do Instituto Politécnico de Bragança

Julho de 2004

Dedico este trabalho aos meus pais e minha esposa Cristina

## **Agradecimentos**

Os meus sinceros agradecimentos ao Prof. Doutor Mário Vaz e ao Prof. Doutor Paulo Piloto, pela motivação, acompanhamento e dedicação com que orientaram este trabalho.

À Escola Superior de Tecnologia e de Gestão do Instituto Politécnico de Bragança e à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, pelas facilidades concedidas.

À empresa J. Soares Correia pela oferta de todos os perfis comerciais IPE 100 utilizados nos ensaios experimentais.

Aos técnicos dos laboratórios de Oficinas de Mecânica e de Estruturas e Resistência dos Materiais da Escola Superior de Tecnologia e de Gestão, Técnico Simão Gerales e Eng<sup>o</sup> Paulo Ribeiro, o agradecimento devido pela disponibilidade sempre demonstrada.

A todos que não foram referidos e que auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho, o meu sincero agradecimento.

***“Instabilidade termo-mecânica de vigas submetidas a temperaturas elevadas.  
Estudo numérico e experimental”***

por  
**Luís Manuel Ribeiro de Mesquita**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de Mestre  
em Engenharia Mecânica pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Realizada sob a supervisão de  
**Prof. Doutor Mário Augusto Pires Vaz**  
e  
**Prof. Doutor Paulo Alexandre Gonçalves Piloto**

## **Resumo**

Um elemento estrutural, em equilíbrio, sob a acção de um carregamento, quando submetido a temperaturas elevadas, como as ocorridas durante a acção de um incêndio, pode atingir o colapso por perda da sua capacidade resistente. Se o elemento não possuir constrangimentos laterais, pode ocorrer o colapso por encurvadura lateral.

A necessidade de garantir o nível de segurança, para a salvaguarda de vidas humanas, requer que os edifícios sejam projectados de modo a garantir um período mínimo de resistência ao fogo, sendo este definido regulamentarmente. Para tal é fundamental conhecer a máxima temperatura que o elemento estrutural consegue suportar quando se encontrar sob a acção de um incêndio. Esta temperatura é designada de temperatura crítica.

O código de projecto de estruturas metálicas, Eurocódigo 3 parte 1.2, inclui um método de cálculo simplificado de verificação à encurvadura lateral no domínio da temperatura. No método apresentado, a temperatura crítica é calculada em função do grau de utilização do elemento. Quando o elemento é sujeito a fenómenos de instabilidade, a aplicação directa da equação não é possível, obrigando à utilização de um processo iterativo de cálculo.

Neste trabalho é apresentado um estudo sobre o efeito da acção do fogo em estruturas metálicas, tendo sido elaborado um estudo numérico e experimental do fenómeno de instabilidade por encurvadura lateral torsional de vigas a temperaturas elevadas.

Foram efectuados ensaios em vigas IPE100, apoiadas em apoios de forquilha e sujeitas a uma carga concentrada a meio vão, correspondendo a um grau de utilização de aproximadamente 60%. O efeito da acção do fogo foi conseguido através de um equipamento electro-resistivo de elevada potência. Os valores da temperatura crítica obtidos são superiores aos preconizados pelo Eurocódigo 3 parte 1.2, devido à possível existência de uma distribuição de temperatura não uniforme e ao efeito dos apoios, que produzem um aumento de rigidez.

São apresentados resultados de análises numéricas, do fenómeno de encurvadura lateral a temperaturas elevadas, utilizando os programas de elementos finitos Ansys e SAFIR. Em ambos os modelos, de características não linear geométrica e material, foram utilizados elementos do tipo casca, submetidos a uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h]. É analisada a influência das imperfeições, de geometria e de material, do diagrama de momentos e do valor do grau de utilização na temperatura crítica. Para a solicitação por flexão uniforme, para qualquer valor do grau de utilização, os valores da temperatura crítica, preconizados pelo Eurocódigo 3 parte 1.2, mostram-se inseguros quando comparados com os valores obtidos numericamente. Os resultados numéricos do carregamento experimental são superiores aos do Eurocódigo 3 parte 1.2, mas inferiores aos obtidos experimentalmente.

Os resultados numéricos permitem concluir que, para o mesmo grau de utilização, a temperatura crítica varia com a distribuição do diagrama de momentos. A solicitação por flexão uniforme é a situação menos conservativa e o caso de uma carga a meio vão o mais conservativo.

### **Palavras chave:**

Estruturas metálicas, Resistência ao fogo, Encurvadura lateral, Temperatura crítica, Grau de utilização, Ensaios experimentais, Análise numérica.

***“Termo-mechanical instability of beams subjected to elevated temperatures.  
Numerical and experimental study”***

by  
**Luís Manuel Ribeiro de Mesquita**

Thesis submitted for the fulfilment of Ms.C degree in Mechanical Engineering of the  
Faculty of Engineering in the University of Porto

Supervised by  
**Prof. Doutor Mário Augusto Pires Vaz**  
and  
**Prof. Doutor Paulo Alexandre Gonçalves Piloto**

## **Abstract**

Any structural loaded element when subjected to elevated temperatures, as accidental fire conditions, can reach the collapse by the loss of its load bearing capacity. Laterally unrestrained beam elements may collapse by lateral instability under similar conditions.

For safety level reasons, the safeguard of human lives, requires a minimum period of time for buildings fire resistance. The maximum temperature, time or load bearing capacity during fire conditions became important parameters to be determined.

The European design code of steel structures, Eurocode 3 part 1.2, includes a simple calculation method for the verification of lateral buckling resistance in the temperature domain. In this method, the critical temperature is function of the degree of utilisation, and for stability phenomena an interactive procedure must be applied.

This work presents numerical and experimental analysis of the lateral torsional buckling of steel structures submitted to fire conditions. A set of experimental full-scale tests has been carried out on IPE100 commercial profiles with lengths varying from 1,5 to 4,5 meter. Mid span concentrated load was applied, corresponding to a degree of utilisation of approximately 60%. The beams were heated, by means of electro ceramic resistances, protected by an insulation mat, till collapse. Critical temperatures have been measured, being greater than the specified values according to Eurocode 3 part 1.2. This fact can be related with insufficient insulation near supports due to the non-uniform temperature distribution throughout the beam length, which may produce increasing stiffness. The numerical results obtained are greater than the specified values of Eurocode 3 part 1.2, but lower than the measured values.

Numerical analysis based on geometric and material non-linear characteristics, with Ansys and SAFIR finite element programmes have been done. Parametric studies have been conducted for measuring the influence, in the beam critical temperature, of geometric and material imperfections, moment diagram and degree of utilisation. For the same degree of utilisation, the critical temperature decreases with the increase of the beam length subject to the maximum moment. The uniform moment loading shows to be less conservative and the mid span concentrated load more conservative.

**Key words:**

Steel Structures, Fire resistance, Lateral buckling, Critical temperature, Degree of utilisation, Experimental tests, Numerical analysis.

## Nomenclatura

Os símbolos apresentados no texto são definidos, dentro do possível, à medida que se apresentam. No entanto para facilitar uma melhor consulta posterior, apresentam-se em seguida a definição de símbolos que são utilizados de uma forma mais geral.

### *Letras do alfabeto latino*

$A$	Área da secção recta
$A_d(t)$	Valor de cálculo da acção resultante de exposição ao fogo.
$A_r$	Extensão após rotura
$A_m/V$	Factor de massividade
$B$	Bimomento
$C_a$	Calor específico do aço
$E$	Capacidade de integridade às chamas e a gases quentes
$E_{fi,d,t}$	Valor de cálculo do efeito das acções, durante exposição ao fogo, no instante t
$E_{a,\theta}$	Módulo de elasticidade em qualquer ponto, à temperatura $\theta$
$G_k$	Valor característico de acções permanentes
$I$	Momento de segunda ordem
$I_w$	Constante de empenamento
$J$	Constante de torção
$L_0$	Comprimento inicial entre referência, do provete de ensaio
$L_c$	Comprimento da zona útil do provete retirado do perfil
$M$	Esforço interno - momento flector
$M_{cr}$	Momento crítico elástico de encurvadura lateral
$M_{b,Rd}$	Momento resistente de cálculo à encurvadura, à temperatura ambiente
$M_{b,fi,t,Rd}$	Momento resistente à encurvadura lateral, no instante t, em situação de incêndio
$M_{c,Rd}$	Momento resistente de cálculo da secção
$M_{fi,d}$	Momento flector de cálculo, em situação de incêndio
$M_{fi,\theta,Rd}$	Momento resistente da secção em situação de incêndio
$N$	Esforço interno - normal
$Q_{k,1}$	Valor característico da acção variável principal
$Q_{k,i}$	Valores característicos das restantes acções variáveis
$R_{eH}$	Tensão de cedência superior
$R_{eL}$	Tensão de cedência inferior
$R_m$	Tensão última

$R_{fi,d,t}$	Valor de cálculo de resistência de carga, durante exposição ao fogo, no instante t
$S_0$	Área da secção recta do perfil
$T$	Temperatura Esforço interno – transverso Energia cinética
$V$	Volume Energia potencial
$W$	Trabalho realizado por uma força
$W_{pl}, W_{pl,y}$	Módulo plástico da secção
$X_{fi,d}$	Valor de cálculo da propriedade em situação de incêndio
$X_k$	Valor característico da propriedade mecânica à temperatura ambiente
$X_{k,\theta}$	Valor característico das propriedades em situação de incêndio, função da temperatura.
$b$	Largura da secção recta do perfil
$f_y$	Tensão de cedência do material
$f_{p,\theta}$	Tensão limite de proporcionalidade do aço, para a temperatura $\theta$
$f_{y,\theta}$	Tensão de cedência para a temperatura $\theta$
$h$	Altura da secção recta do perfil
$\dot{h}_{net}$	Fluxo de calor por unidade de área
$\dot{h}_{net,c}$	Fluxo de calor radiactivo por unidade de área
$\dot{h}_{net,r}$	Fluxo de calor convectivo por unidade de área
$k_{E,\theta}$	Factor de variação do módulo de elasticidade com a temperatura
$k_{sh}$	Factor de correcção para o efeito de sombra
$k_{y,\theta}$	Factor de variação da tensão de cedência com a temperatura
$k_\theta$	factor de redução do valor da propriedade mecânica em função da temperatura
$t$	Tempo
$t_{fi,d}$	Valor de cálculo da resistência ao fogo com base no incêndio padrão ISO834
$t_f, t_w$	Espessura do banzo e da alma do perfil
$t_{fi,requ}$	Resistência ao fogo requerida regulamentarmente com base no incêndio padrão ISO834
$u$	Deslocamento lateral em qualquer ponto do eixo da viga

***Letras do alfabeto grego:***

$\Delta t$	Intervalo de tempo
$\Delta U$	Variação da energia interna
$\Delta \varepsilon_i$	Deformação medida na direcção “i”
$\Delta \theta_{a,t}$	Variação da temperatura do perfil durante o intervalo de tempo $\Delta t$
$\Phi$	Factor de forma
$\alpha$	Coefficiente de dilatação térmica

$\alpha_a$	Difusividade térmica do aço
$\alpha_c$	Coefficiente de convecção
$\alpha_{LT}$	Factor de imperfeição
$\beta_x, \beta_y$	Coefficientes de Wagner
$\beta_w$	Cociente entre o módulo da secção
$\chi_{fi}$	Factor de redução
$\chi_{LT}$	Coefficiente de redução para a encurvadura lateral torsional
$\chi_{LT,fi}$	Coefficiente de redução para a encurvadura lateral torsional, em situação de incêndio
$\delta$	Deslocamento lateral a meio vão da viga
$\varepsilon_f$	Emissividade do compartimento de incêndio
$\varepsilon_p$	Deformação longitudinal do ponto P
$\varepsilon_{p,\theta}$	Deformação correspondente ao limite de proporcionalidade do aço, à temperatura $\theta$
$\varepsilon_m$	Emissividade da superfície do elemento
$\varepsilon_{th}$	Deformação térmica
$\varepsilon_{t,\theta}$	Deformação limite do aço para a tensão de cedência, à temperatura $\theta$
$\varepsilon_{u,\theta}$	Deformação última do aço, para a temperatura $\theta$
$\varepsilon_{y,\theta}$	Deformação de cedência do aço, à temperatura $\theta$
$\phi$	Rotação da secção de uma viga
$\phi_{LT}$	Factor de cálculo para determinar o coefficiente de redução
$\varphi$	Ângulo no plano de medição para determinação das direcções principais
$\gamma_G$	Factor de segurança parcial das acções permanentes à temperatura ambiente
$\gamma_p$	Deformação de corte do ponto P
$\gamma_{M1}$	Factor de segurança
$\gamma_{M,fi}$	Factor parcial de segurança para a propriedade do material em causa na situação de incêndio ( =1 para todas as propriedades )
$\gamma_Q$	Factor parcial de segurança para a acção variável principal
$\eta_{fi,t}$	Factor de redução dependendo do quociente entre a variável principal e as acções permanentes aplicadas na estrutura
$\lambda_a$	Condutividade do aço
$\lambda_1$	Coefficiente para determinação da esbelteza da viga
$\lambda_{LT}$	Esbelteza da viga
$\bar{\lambda}_{LT}$	Esbelteza adimensional normalizada
$\mu_0$	Grau de utilização
$\theta$	Rotação da secção recta a meio vão da viga
$\theta_{a,cr}$	Temperatura crítica
$\theta_d$	Valor de cálculo de temperatura
$\theta_g, T_g$	Temperatura dos gases



$\theta_r$	Temperatura de radiação na vizinhança do elemento, podendo ser considerada igual a $\theta_g$
$\rho$	Massa específica de um material genérico
$\rho_a$	Massa específica do aço
$\sigma$	Constante de Stefan Boltzmann ( $5.67 \times 10^{-8}$ [W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> ])
$\sigma_1, \sigma_2$	Tensões principais medidas
$\sigma_{a,\theta}$	Tensão no aço para a temperatura $\theta$
$\omega$	Função de empenamento
$\psi_{1,i}; \psi_{2,i}$	Coefficientes de combinação para edifícios de acordo com ENV 1991-1

# Índice

## Capítulo 1 - Introdução

1.1- Introdução .....	1.2
1.2- Investigação e desenvolvimento da encurvadura lateral de vigas .....	1.3
1.2.1- Encurvadura lateral de vigas à temperatura ambiente.....	1.3
1.2.2- Encurvadura lateral de vigas a temperaturas elevadas .....	1.4
1.3- Sumário dos capítulos.....	1.6
1.4- Referências.....	1.8

## Capítulo 2 – Encurvadura lateral de vigas

2.1- Introdução .....	2.2
2.2- Encurvadura lateral à temperatura ambiente .....	2.5
2.2.1- Equilíbrio e análise energética. ....	2.5
2.2.2- Equações diferenciais de equilíbrio.....	2.7
2.2.3- Momento crítico elástico.....	2.17
2.2.3.1- Exemplo – Viga sujeita a flexão uniforme .....	2.17
2.2.3.2- Exemplo – Viga sujeita a uma força concentrada a meio vão .....	2.19
2.2.3.3- Exemplo – Viga sujeita a força concentrada e carregamento distribuído .....	2.21
2.2.4- Dimensionamento à encurvadura lateral segundo o Eurocódigo 3 .....	2.22
2.3- Encurvadura Lateral a temperaturas elevadas .....	2.25
2.3.1- Verificação da segurança segundo Eurocódigo.....	2.28
2.3.1.1- Domínio da Resistência .....	2.28
2.3.1.2- Domínio da temperatura.....	2.29
2.3.1.3- Domínio do tempo .....	2.31
2.3.2- Caracterização da acção térmica .....	2.34
2.3.2.1- Mecanismos de transferência de calor .....	2.35
2.3.2.1.1 Transferência de calor por convecção.....	2.36
2.3.2.1.2 Transferência de calor por radiação.....	2.37
2.3.2.1.3 Transferência de calor por condução .....	2.37
2.4- Referências.....	2.38

### **Capítulo 3 – Caracterização do material a temperaturas elevadas**

3.1- Introdução .....	3.2
3.2- Propriedades térmicas .....	3.3
3.2.1- Calor específico.....	3.3
3.2.2- Condutividade térmica .....	3.5
3.3- Variação das propriedades mecânicas com a temperatura.....	3.6
3.3.1- Coeficiente de dilatação térmica .....	3.10
3.3.2- Tensão de cedência .....	3.11
3.3.3- Módulo de elasticidade.....	3.12
3.4- Ensaio experimentais.....	3.14
3.4.1- Procedimento experimental.....	3.15
3.4.2- Ensaio de resistência.....	3.16
3.4.3- Ensaio de dureza.....	3.19
3.4.4- Análise metalográfica.....	3.20
3.4.5- Tensões residuais .....	3.21
3.5- Referências.....	3.26

### **Capítulo 4 – Análise experimental da encurvadura lateral de vigas**

4.1- Introdução .....	4.2
4.2- Caracterização do comportamento do material .....	4.4
4.3- Caracterização das imperfeições.....	4.7
4.4- Equipamento e procedimento experimental .....	4.10
4.4.1- Equipamento estrutural .....	4.10
4.4.2- Equipamento térmico .....	4.13
4.4.3- Procedimento de ensaio.....	4.15
4.5- Resultados experimentais .....	4.16
4.6- Conclusões .....	4.22
4.7- Referências.....	4.23
Anexo A - Exemplo de cálculo da temperatura crítica de elementos sujeitos a encurvadura lateral.....	4.25

## **Capítulo 5 – Análise numérica da encurvadura lateral de vigas**

5.1- Introdução .....	5.2
5.2- Modelo de elementos finitos .....	5.6
5.2.1- Programa de elementos finitos ANSYS .....	5.6
5.2.2- Programa de elementos finitos SAFIR .....	5.9
5.3- Simulações numéricas por elementos finitos .....	5.10
5.3.1- Influência das imperfeições da geometria e do material .....	5.10
5.3.2- Influência do diagrama de momentos .....	5.17
5.3.3- Influência do grau de utilização .....	5.21
5.3.4- Comparação com os resultados dos ensaios experimentais .....	5.24
5.4- Conclusões .....	5.26
5.5- Referências .....	5.27

## **Capítulo 6 – Conclusões e desenvolvimentos futuros**

6.1- Introdução .....	6.2
6.2- Sumário e conclusões .....	6.2
6.3- Perspectivas de desenvolvimentos futuros .....	6.4

# Capítulo 1

## Introdução

1.1- Introdução.....	1.2
1.2- Investigação e desenvolvimento da encurvadura lateral de vigas .....	1.3
1.2.1- Encurvadura lateral de vigas à temperatura ambiente .....	1.3
1.2.2- Encurvadura lateral de vigas a temperaturas elevadas .....	1.4
1.3- Sumário dos capítulos .....	1.6
1.4- Referências .....	1.8

## 1.1- Introdução

A verificação da resistência ao fogo é parte essencial do projecto de elementos estruturais. Esta é o garante da segurança dos ocupantes do edifício e da equipa de combate ao incêndio, fornecendo a protecção adequada da estrutura e dos bens existentes no seu interior. O critério comum utilizado na definição da resistência ao fogo de um edifício é o “tempo de resistência ao fogo”, [1.1]. O seu valor é obtido com base na temperatura máxima atingida e no carregamento que cada elemento suporta, representando, em termos de uma curva de incêndio padrão, o tempo ocorrido entre a ignição e o instante em que é atingida a temperatura crítica do elemento estrutural.

A resistência do aço a temperaturas elevadas encontra-se definida com grande detalhe, sendo conhecido que a 550 [°C] o aço estrutura possui somente 60 % da sua capacidade resistente à temperatura ambiente. Este valor é importante, porque antes do conceito de estado limite último, quando o dimensionamento era baseado no método da tensão admissível, a tensão máxima admissível era considerada de valor aproximadamente igual a 60% da resistência à temperatura ambiente. Este pressuposto vai de encontro ao valor aceitável de que a temperatura máxima, ou crítica, que uma estrutura suporta antes de atingir o colapso era de 550 [°C], [1.2]. Este conceito conduzia à utilização, nem sempre racional, de medidas passivas de protecção ao fogo para limitar o aquecimento dos elementos estruturais, como placas de gesso, sprays ou tintas intumescentes, representando aproximadamente 23% do custo total da construção, [1.3]. No entanto estudos de investigação, que deram origem aos códigos de projecto internacionais, mostraram que a temperatura crítica depende essencialmente do grau de utilização do elemento estrutural.

A publicação dos códigos Europeus de projecto de estruturas ao fogo, Eurocódigo 3 parte 1.2, [1.4], veio proporcionar aos projectistas um conjunto de métodos simplificados para o dimensionamento e verificação da segurança de elementos sob a acção do fogo. A verificação pode ser efectuada no domínio da resistência, domínio da temperatura ou do tempo, segundo o método apresentado na secção 2.3.1. No domínio da temperatura, o cálculo da temperatura crítica do elemento é efectuada com base na relação com o grau de utilização. No entanto, a relação apresentada, só pode ser utilizada, de forma directa, nos casos em que não são considerados critérios de

deformação ou fenómenos de instabilidade. Nestes casos, por exemplo pilares sujeitos à encurvadura ou vigas sujeitas à encurvadura lateral torsional, é necessário a utilização de um processo iterativo de cálculo, [1.5].

O estudo apresentado neste trabalho incide na análise da encurvadura lateral torsional de vigas I, através de uma perspectiva analítica, numérica e experimental. São apresentados vários estudos paramétricos dos factores que influenciam o comportamento de vigas sujeitas à encurvadura lateral à temperatura ambiente, verificando a sua importância também para temperaturas elevadas. Exemplos destes factores são, a esbelteza e as imperfeições dos elementos, o tipo de material, o diagrama de momentos existente e a posição do ponto de aplicação do carregamento.

## **1.2- Investigação e desenvolvimento da encurvadura lateral de vigas**

### **1.2.1- Encurvadura lateral de vigas à temperatura ambiente**

Os primeiros estudos conhecidos sobre o comportamento de vigas referem o ano de 1759 por Euler. Os primeiros trabalhos sobre o fenómeno de encurvadura lateral torsional foram publicados em 1899 por Michell e Prandtl, que consideraram o estudo de uma viga de secção transversal rectangular. Este trabalho continuado em 1905 por Timoshenko, o qual inclui o efeito do empenamento por torção em vigas I. Trabalho subsequentemente de 1929 por Wagner, [1.6], e mais tarde por outros autores (Vlasov em 1959), originou a teoria da encurvadura lateral torsional de vigas, aplicada a elementos de secção aberta, publicada por Timoshenko, [1.7]. Estudos específicos foram conduzidos durante a década de 60, encontrando-se limitados aos métodos de cálculo analítico, conforme a pesquisa apresentada por Lee, [1.8]. Depois da década de 60, com o desenvolvimento computacional, verificou-se um grande aumento dos estudos publicados sobre o efeito dos constrangimentos dos apoios, nas extremidades e em locais intermédios, na resistência de vigas à encurvadura lateral.

No seguimento de estudos efectuados na década de 50 por Flint, Horne e Massey, [1.9], Trahair em 1969 apresenta soluções analíticas do momento crítico elástico em elementos de viga com imperfeições iniciais, de deslocamento lateral e rotação, [1.10].

Nethercot em 1977, [1.11], realiza um conjunto de ensaios experimentais envolvendo a encurvadura lateral no domínio elástico, em vigas sujeitas a cargas pontuais e para diferentes condições de apoio. Apresenta uma formulação simples de cálculo para a obtenção da carga crítica de encurvadura.

Em 1977, Fukumoto e Kubo produziram uma base de dados dos resultados dos ensaios experimentais da encurvadura lateral em vigas de aço. A investigação realizada até à década de 80 permitiu o conhecimento e o entendimento da influência da secção transversal, do comprimento, da distribuição do momento, da posição do carregamento, dos estrangimentos e dos apoios, sendo possível obter-se, com precisão, a resistência à encurvadura elástica. Neste período são publicados os primeiros estudos sobre a distorção da secção recta de vigas sujeitas à encurvadura lateral torsional, por Hancock, Bradford e Trahair, [1.8], utilizando essencialmente técnicas numéricas.

No início dos anos 90, os autores Bild, Pi e Trahair dedicam o seu estudo ao desenvolvimento de modelos mais realísticos, incorporando os deslocamentos de pré encurvadura, as relações tensão – deformação, as imperfeições existentes nos elementos estruturais reais e as tensões residuais, [1.12], [1.13], [1.14].

Com base em trabalhos de investigação, em 1990 os códigos de projecto, Eurocódigo 3, AS4100 e BS5950, incluem um método de verificação à encurvadura lateral torsional. Deste então, numa perspectiva de segurança e economia, estes regulamentos têm vindo a ser actualizados. Mais recentemente, Greiner, Ofner e Salzgeber em 2000, [1.15], [1.16], viriam a propor as novas fórmulas de projecto para encurvadura lateral torsional na versão do Eurocódigo 3 part 1.1, [1.17], baseadas em resultados numéricos obtidos com diferentes casos de carga e propriedades do material.

### **1.2.2- Encurvadura lateral de vigas a temperaturas elevadas**

O estudo do comportamento de estruturas ao fogo é relativamente recente. Os primeiros estudos são do início da década de 70, publicados por Tohr e Janss. Em 1973 Horne e Morris, [1.18], apresentam métodos de análise de estruturas de aço sujeitas a condições severas de incêndio. Pettersson e Witteveen, [1.19], em 1980, apresentam um método de cálculo analítico da capacidade resistente, baseado no valor característico das propriedades do material e das imperfeições existentes no elemento. Este método pressupõe uma distribuição uniforme da temperatura na secção transversal e no



comprimento do elemento. Reporta que o estado actual do conhecimento científico da resistência ao fogo não permite uma solução analítica mais precisa.

Smith et al, [1.20], no ano 1981, examinam os factores que originam o colapso de estruturas metálicas durante um incêndio, através do estudo de diferentes classes de aço, a influência de temperaturas entre 100-1000 [°C] nas propriedades mecânicas e o efeito do arrefecimento. Verificam que não existe deterioração das propriedades do material durante o processo de arrefecimento se o aço não atingir a temperatura de 650°C. No mesmo ano Kruppa, [1.21], apresenta resultados de vinte ensaios de resistência ao fogo de colunas em diferentes condições de apoio. Os ensaios foram efectuados em fornalhas e o fogo produzido através de material combustível sólido (madeira). Klingsch, [1.22], apresenta resultados de ensaios experimentais em colunas com e sem protecção ao fogo, existindo uma resistência ao fogo de 30 e de 90 minutos, respectivamente.

Rubert e Schaumann, [1.23], [1.24], através de ensaios produzidos em vigas, simplesmente apoiadas sujeitas à flexão, constituíram curvas tensão - deformação do aço estrutural, entre a temperatura ambiente e 1000°C. A formulação apresentada permitiu o cálculo da temperatura de colapso, de vigas com uma distribuição uniforme, em função do grau de utilização e da esbelteza do sistema estrutural. O método de cálculo de ambos os parâmetros é efectuado à temperatura ambiente.

Franssen, [1.38], em 1987 apresenta uma análise em que considera uma distribuição não uniforme da temperatura, a cedência do material e comportamento não linear geométrico. Em 1989, Melinek [1.25], apresenta três métodos de cálculo da resistência ao fogo de elementos com protecção. Mais tarde, em 1990, Franssen, com base no trabalho anterior, produziu alterações ao modelo constitutivo, incluindo a resposta na fase de descarregamento, [1.39].

Já nos anos 90, Burgess et al, [1.26], efectuam um estudo numérico de colunas geometricamente perfeitas sob a acção do fogo. Verificaram que a esbelteza é o factor que mais influencia a temperatura de colapso. Concluem que o efeito das tensões residuais no colapso da coluna não é diferente do que ocorre à temperatura ambiente.

Em 1995 Cabrita Neves, [1.28], através de ensaios experimentais estuda o efeito dos estrangimentos axiais na resistência ao fogo de colunas de aço. Analisa também o efeito da rigidez da estrutura, esbelteza da coluna e da excentricidade das forças exercidas. Mais tarde, em 2000, Rodrigues et al, [1.29], conclui através resultados

numéricos e experimentais que, quando são desprezados os efeitos devidos aos constrangimentos à dilatação térmica, a resistência ao fogo das colunas é sobrestimada.

O problema da encurvadura lateral torsional de vigas a temperaturas elevadas foi tratado por Bailey em 1996, [1.31], analisando vigas com uma distribuição de temperatura uniforme, com diferentes secções, comprimentos e diferentes valores do grau de utilização. Verificou que em todos os casos analisados o modo de colapso por encurvadura lateral torsional. Nos casos estudados as vigas de maior valor de esbelteza possuem uma temperatura crítica inferior. Os únicos ensaios experimentais, conhecidos, publicados sobre o estudo da encurvadura lateral a temperaturas elevadas foram realizados por Piloto, no ano 2000, [1.40], que executou 120 testes à escala real em perfis IPE100 de diferentes comprimentos. Os resultados experimentais permitiram validar o estudo numérico realizado por Vila Real et al, [1.41],[1.42], dando origem ao modelo de cálculo simplificado presente na actual versão do Eurocódigo 3 parte 1.2, [1.43].

Em 2003 Yin e Wang, [1.36], apresentam os resultados de um estudo paramétrico do momento resistente à encurvadura lateral de vigas sujeitas a uma distribuição uniforme e não uniforme da temperatura, utilizando o programa Abaqus. Para o caso de temperatura uniforme os valores da temperatura crítica obtidos são superiores aos preconizados pelos códigos de projecto BS5950 e ENV 1993-1-2. Vila Real et al, [1.37], realizam um estudo numérico da encurvadura lateral de vigas I, em aço, com temperaturas entre a temperatura ambiente e 700°C, de forma a obter o efeito das tensões residuais neste mecanismo de colapso.

Recentemente em 2004, Vila Real et al, [1.44], propõe a alteração do método de cálculo da verificação da encurvadura lateral a temperaturas elevadas, presente no Eurocódigo 3 parte 1.2, com base nas alterações da versão de 2003 do Eurocódigo 3 parte 1.1 à temperatura ambiente. A proposta vem diminuir o excesso de segurança existente em alguns carregamentos.

### **1.3- Sumário dos capítulos**

No capítulo 2 é apresentado o fenómeno de instabilidade por encurvadura lateral à temperatura ambiente e a temperaturas elevadas. Para a temperatura ambiente é apresentado o método de cálculo do momento crítico elástico baseado na equação da

energia, e as equações diferenciais de equilíbrio. É feita a descrição do dimensionamento à encurvadura lateral segundo o Eurocódigo 3 parte 1.1. É apresentado o comportamento a temperaturas elevadas, dando ênfase aos diferentes domínios de verificação de segurança ao fogo, presentes no Eurocódigo 3 Parte 1.2. São apresentados os mecanismos de transferência de calor por convecção, radiação e condução. É também efectuada a forma de cálculo da temperatura de um perfil exposto à acção do fogo, sendo proporcional ao factor de massividade do mesmo.

O capítulo 3 trata da caracterização das propriedades térmicas e mecânicas do material a temperaturas elevadas. É apresentada a variação destas propriedades com a temperatura. São apresentados resultados dos ensaios experimentais em provetes para a caracterização do aço depois de submetidos a temperaturas elevadas. Os provetes são submetidos a uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h] e estabilizados a diferentes temperaturas, sendo sujeitos a diferentes condições de arrefecimento. Para condições de temperatura distintas são, posteriormente, executados ensaios de resistência, de dureza, análises metalográficas e medição das tensões residuais.

No capítulo 4 é apresentado o processo experimental e os ensaios experimentais efectuados. O estudo inicia com a caracterização da resistência do material dos perfis a ensaiar e das imperfeições existentes. Os ensaios são realizados no domínio da temperatura, em vigas com apoios de forquilha e de comprimento entre 1,5 [m] e 4,5 [m]. O carregamento mecânico é constante, correspondendo a aproximadamente um grau de utilização de 60%, e a temperatura segue uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h]. Durante os ensaios são medidos os deslocamentos laterais e vertical a meio vão da viga, o que permite a obtenção da temperatura crítica, no instante do colapso.

No capítulo 5 são apresentados os estudos numéricos por elementos finitos, utilizando os programas Ansys e SAFIR. A discretização é feita pela superfície média do perfil com elementos de casca, introduzindo imperfeições geométricas e tensões residuais. O carregamento mecânico aplicado satisfaz o grau de utilização pretendido, sendo aplicada uma distribuição de temperatura uniforme na viga, sendo constante na espessura dos elementos de casca. É apresentada uma análise paramétrica dos factores que influenciam a temperatura crítica de vigas sujeitas à encurvadura lateral, como por exemplo, a influência das imperfeições, influência do diagrama de momentos e do grau de utilização. Os resultados numéricos da temperatura crítica são comparados com os obtidos experimentalmente.

Finalmente, no capítulo 6, são apresentadas as conclusões retiradas do estudo efectuado e apresentados alguns tópicos que carecem mais desenvolvimento.

#### 1.4- Referências

- [1.1]. Kaitila, O., “Cold- Formed Steel Structures in Fire Conditions”, Seminar on Steel Structures, Helsinki University of Tecnology, 2000.
- [1.2]. Corus Construction & Industrial, “Fire resistance of steel framed buildings”, 2001.
- [1.3]. Bailey, C. G.; Burgess, I. W., Plank, R. J.; “Analyses of the effects of cooling and fire spread on steel-framed buildings”, Fire Safety Journal, Vol. 26, pp 273-293, 1996.
- [1.4]. CEN ENV 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; 1995.
- [1.5]. ECCS N° 89, “Fire Resistance of Steel Structures”, March, 1996.
- [1.6]. Wagner, R.; “Torsion and Buckling of open sections”, National Advisory Committee for Aeronautics, Thecnical Memorandum N° 807, October 1936.
- [1.7]. Timoshenko, Stephen P; Gere, J.M.; “Theory of elastic stability”; McGraw-Hill international editions, 2<sup>nd</sup> edition; New York; 1961.
- [1.8]. Trahair, N.S.; “Lateraly unsuported beams”, Engineering Structures, Vol. 18, N° 10, pp 759-768, 1996.
- [1.9]. Flint, A.R.; “The stability and strength of stocky beams”, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 1, Issue 2, pp 90-102, 1953.
- [1.10]. Trahair, N. S.; “Deformations of geometrically imperfect beams”; Journal of Structural Division, proceedings of the ASCE; ST 7, pp. 1475, 1496; July; 1969.
- [1.11]. Nethercot, D.A.; “The Influence of end support conditions on the stability of transversely loaded beams”, Building science, Vol. 7, Issue 2, pp 87-94, 1972.
- [1.12]. Pi, Young L.; Trahair, N. S.; “Prebuckling deflections and lateral Buckling. I: Theory”, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, n° 11, 2949-2966, 1992.
- [1.13]. Pi, Young L.; Trahair, N. S.; “Prebuckling deflections and lateral Buckling. II: Theory”, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, n° 11, 2967-2985, 1992.
- [1.14]. Trahair, N. S.; “Flexural Torsional Buckling of Structures”; E & FN SPON; USA; 1993.
- [1.15]. Greiner, R.; Salzgeber, G.; Ofner, R.; “New lateral torsional buckling curves  $\chi_{LT}$  - numerical simulations and design formulae”; ECCS TC8 report 30; June, 2000.
- [1.16]. Greiner, R.; Ofner, R.; Salzgeber, G.; “TC8 – Proposal of level 1- formulae for prEN 1993-1-1”, July, 2001.

- 
- [1.17]. CEN prEN 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; Stage 49 – draft; May 2003.
- [1.18]. Horne, M. R.; Morris, L. J.; “Preliminary investigation into effect of fire on portal frame behaviour”, Report to Constrado, 1973.
- [1.19]. Pettersson, O.; Witteveen, J.; “On the fire resistance of structural steel elements derived from standard fire tests or by calculation”, Fire Safety Journal, Vol. 2, Issue 1, pp 73-87, 1980.
- [1.20]. Smith, C.I.; Kirby, B.R.; Lapwood, K.J.; Cunningham, A.P.; “Preston, R.R.; The reinstatement of fire damaged steel framed structures”; Fire Safety Journal, Vol. 4, Issue 1, pp 21-62, 1981.
- [1.21]. Kruppa J.; “Some results on the fire behavior of external steel columns”, Fire Safety Journal, Vol. 4, Issue 4, pp 247-257, 1981.
- [1.22]. Klingsch, W.; “Fire resistance of solid steel columns”, Fire Safety Journal, Vol. 4, Issue 4, pp 237-242, 1981.
- [1.23]. Rubert, A.; Schaumann, P.; “Structural steel and plane frame under fire action”, Fire Safety Journal, Vol. 10, Issue 3, pp 173-184, 1986.
- [1.24]. Rubert, A.; Schaumann, P.; “Critical temperatures of steel columns exposed to fire”, Fire Safety Journal, Vol. 13, Issue 1, pp 39-44, 1988.
- [1.25]. Melinek, S.J.; “Prediction of the fire resistance of insulated steel”, Fire Safety Journal, Vol. 4, Issue 3, pp 127-134, 1989.
- [1.26]. Burgess, I. W.; Olawale, A.O.; Plank, R.J.; “Failure of steel columns in fire”, Fire Safety Journal, Vol. 18, Issue 2, pp 183-201, 1992.
- [1.27]. Franssen, J.-M.; Dotreppe, J.-C.; “Fire resistance of columns in steel frames”, Fire Safety Journal, Vol. 19, Issue 2-3, pp 159-175, 1992.
- [1.28]. Cabrita Neves, I.; “The critical temperature of steel columns with restrained thermal elongation”, Fire Safety Journal, Vol. 24, Issue 3, pp 211-227, 1995.
- [1.29]. Rodrigues, J.P.; Cabrita Neves, I., Valente, J.C.; “Experimental research on the critical temperature of compressed steel elements with restrained thermal elongation”, Fire Safety Journal, Vol. 35, Issue 2, pp 77-98, 2000.
- [1.30]. Burgess, I. W.; El-Rimawi, J.; Plank, R. J.; “Studies of the behaviour of steel beams in fire”, J. Constructional Steel Research, 19, 285-312, 1991.
- [1.31]. Bailey, C. G.; Burgess, I. W., Plank, R. J.; “The Lateral - Torsional Buckling of Unrestrained Steel Beams in Fire”, J. Constructional Steel Research, 36 (2), 101-119, 1996.
- [1.32]. Tide, R. H. R.; “Integrity of structural steel after exposure to fire”, Engineering Journal, 1998.
- [1.33]. Rotter, J.M.; Usmani, A.S.; “Fundamental principles of structural behaviour under thermal effects”, Structures in Fire - First International Workshop, September, 2000.
- [1.34]. Toh, W. S.; Tan, K. H.; Fung, T. C.; “Strength and Stability of steel frames in fire: Rankine approach”, Journal of Structural Engineering, vol. 127, N° 4, Abril 2001.

- 
- [1.35]. Sha, W.; Kirby, B.R.; Kelly, F.S.; “The behaviour of structural steels at elevated temperatures and the design of fire resistant steels”, *Materials Transactions*, Vol. 42, Nº 9, pp. 1913-1927, 2001.
- [1.36]. Yin, Y. Z.; Wang, Y. C.; “Numerical simulations of the effects of non-uniform temperature distributions on lateral torsional buckling resistance of steel I-beams”, *J. Constructional Steel Research*, 59, pp 1009-1033, 2003.
- [1.37]. Vila Real P. M.; Cazeli, R.; Simões da Silva, L.; Santiago, A.; Piloto, P.; “The effect of residual stresses in lateral torsional buckling of steel I-beams at elevated temperature”, *J. Constructional Steel Research*, vol. 60, 3-5, pp 783-793, 2003.
- [1.38]. Franssen, J.-M.; “Etude du comportement au feu des structures mixtes acier-beton”, *These de Doctorat, Belgique, Universite de liège*, 1987.
- [1.39]. Franssen, J.-M.; “The unloading of building materials submitted to fire”, *Fire Safety Journal*, Vol. 16, pp 213-237, 1990.
- [1.40]. Piloto, P.A.G.; “Análise experimental e numérica do comportamento de estruturas metálicas sujeitas à acção do fogo” – Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica; Porto; Portugal; Setembro, 2000.
- [1.41]. Vila Real P. M.; Franssen, J.-M.; “Lateral buckling of steel I beams under fire conditions – comparison between the Eurocode 3 and the SAFIR code”, *Internal Report Nº 99/02, Institute of Civil Engineering – Service Ponts et Charpents – of the University of Liège*, 1999.
- [1.42]. Vila Real P. M.; Franssen, J.-M.; “Numerical modeling of lateral buckling of steel I beams under fire conditions – comparison with Eurocode 3”, *J. Fire Protection Eng*, Vol. 11 (2), pp. 112-128, 2001.
- [1.43]. Vila Real P. M.; Piloto, P.; Franssen, J.-M.; “A new proposal of a simple model for the lateral-torsional buckling of unrestrained steel I-beams in case of fire: experimental and numerical validation”, *J. Constructional Steel Research*, vol. 59, pp 179-199, 2003.
- [1.44]. Vila Real P. M.; Lopes, N.; Simões da Silva, L.; Franssen, J.-M.; “Lateral torsional buckling of unrestrained steel beams under fire conditions: improvement of EC3 proposal”, *Computers & Structures*, vol. 82, pp 1737-1744, 2004.

# Capítulo 2

## Instabilidade Lateral de Vigas

2.1- Introdução.....	2.2
2.2- Encurvadura lateral à temperatura ambiente .....	2.5
2.2.1- Equilíbrio e análise energética. ....	2.5
2.2.2- Equações diferenciais de equilíbrio.....	2.7
2.2.3- Momento crítico elástico .....	2.17
2.2.3.1- Exemplo – Viga sujeita a flexão uniforme.....	2.17
2.2.3.2- Exemplo – Viga sujeita a uma força concentrada a meio vão .....	2.19
2.2.3.3- Exemplo – Viga sujeita a força concentrada e carregamento distribuído .....	2.21
2.2.4- Dimensionamento à encurvadura lateral segundo o Eurocódigo 3 .....	2.22
2.3- Encurvadura Lateral a temperaturas elevadas .....	2.25
2.3.1- Verificação da segurança segundo Eurocódigo.....	2.28
2.3.1.1- Domínio da Resistência .....	2.28
2.3.1.2- Domínio da temperatura .....	2.29
2.3.1.3- Domínio do tempo .....	2.31
2.3.2- Caracterização da acção térmica .....	2.34
2.3.2.1- Mecanismos de transferência de calor .....	2.35
2.3.2.1.1 Transferência de calor por convecção .....	2.36
2.3.2.1.2 Transferência de calor por radiação .....	2.37
2.3.2.1.3 Transferência de calor por condução.....	2.37
2.4- Referências .....	2.38

## 2.1- Introdução

Elementos estruturais metálicos, como vigas, colunas ou treliças, são extensivamente utilizados na construção metálica e na engenharia estrutural em geral. Muitas razões contribuíram para o aumento destas estruturas. As principais razões incluem o desenvolvimento dos processos industriais de elementos obtidos por laminagem ou a frio que permitem o projecto da secção desejada, o recurso a aços de elevada qualidade permitindo o aumento da tensão de cedência acompanhado pela redução na espessura e no peso dos elementos, o desenvolvimento de métodos numéricos e códigos de projecto para os projectistas e engenheiros e boas soluções para os problemas de corrosão e ligações, [2.1].

A estabilidade destes elementos estruturais envolve modos de colapso provocados pela perda de equilíbrio, em que uma pequena perturbação na força aplicada provoca um grande deslocamento, resultando num colapso estrutural, ver a Figura 2.1. Os deslocamentos aumentam muito rapidamente e valores críticos são atingidos sob valores de carga crítica. Em aplicações práticas, a origem destas forças instabilizadoras pode estar na presença de imperfeições, porque nenhum elemento estrutural pode ser produzido idealmente. Para a definição do comportamento carga/deslocamento do elemento deve-se contabilizar o efeito da deformação através de uma teoria de segunda ordem, com referência à configuração de deformada do elemento, [2.2].

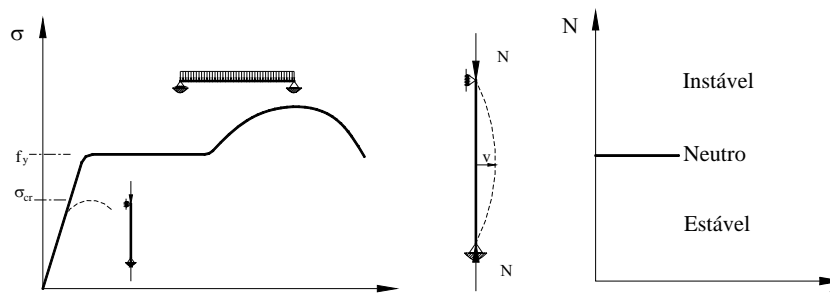


Figura 2.1 – Comportamento à estabilidade, estados de equilíbrio.

Um grande número de elementos estruturais é considerado de parede fina, é esbelto e possui uma secção transversal aberta, considerando a baixos valores de rigidez



à torção. É então importante que as cargas sejam aplicadas com uma baixa excentricidade relativamente ao centro de corte, diminuindo o efeito de torção. Se uma secção de parede fina é sujeita à torção, este estado é determinado por dois mecanismos, a rigidez à torção clássica de De Saint Venant (1855) determinada pelo módulo de corte e pela contribuição do constrangimento ao empenamento da secção transversal associado à torção de St. Venant. Se a variação do ângulo de torção é constante ao longo do elemento, o empenamento de todas as secções transversais é idêntico, pelo que a contribuição de segunda ordem desaparece. Este modo de torção é designado por torção homogénea. Quando existe uma variação, a torção designa-se de não homogénea, [2.3] [2.4].

O empenamento da secção origina o aparecimento de tensões normais e tangenciais. A sua distribuição na espessura do elemento depende da geometria da secção transversal, em particular se é aberta ou fechada, ver a Figura 2.2.

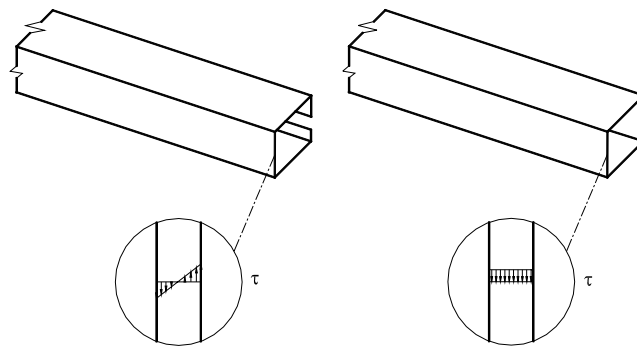


Figura 2.2 – Secção de parede fina, a) aberta, b) fechada.

Quando a secção transversal é aberta, a tensão de corte devido à torção varia linearmente a longo da espessura, com um valor nulo na superfície média. Vlassov generalizou modelo cinemático de De Saint Venant ao estudo da torção não uniforme de secções abertas de parede fina. A teoria de Vlassov é baseada na hipótese de a deformação de corte na superfície média ser nula. Este pressuposto permite que o deslocamento axial  $w$  seja proporcional à variação do ângulo de torção  $\theta_{z,z}$ . O empenamento é dado por  $w = -\omega(x, y)\theta_{z,z}(z)$ , em que  $\theta_{z,z}$  deixa de ser constante. A função de empenamento,  $\omega$ , é definida por, [2.7];

$$\omega = \int_0^s \rho_0 ds \tag{2.1}$$

em que  $\rho_0$  é a distância na perpendicular do centro de corte à tangente da linha média e  $s$  a distância do contorno da linha média da espessura, conforme a Figura 2.3.

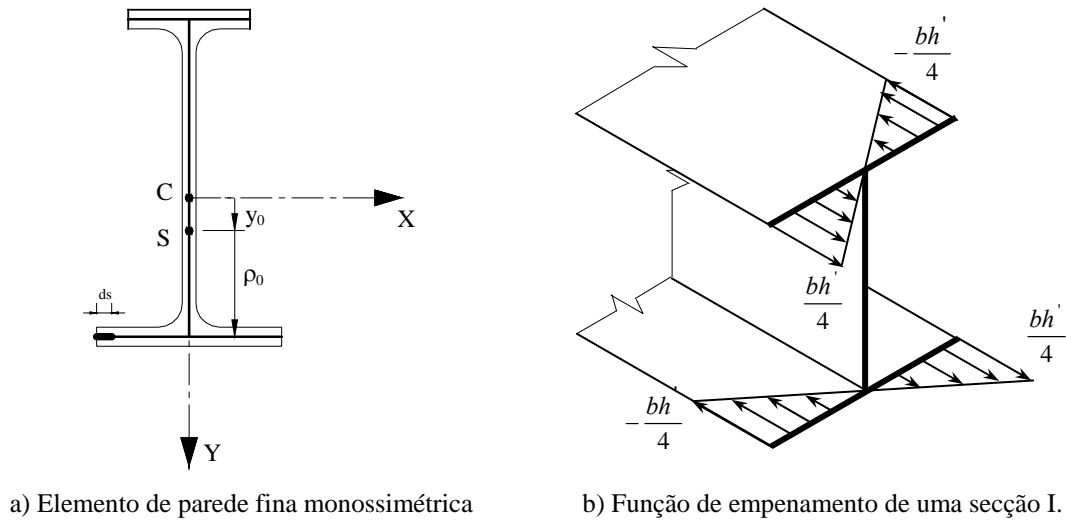


Figura 2.3 – Representação da função de empenamento.

A constante de empenamento da secção transversal é definida por,

$$I_w = \int_A \omega^2 dA \tag{2.2}$$

Quando a secção transversal é fechada, a tensão de corte não varia de sinal ao longo da espessura. A análise deve incluir as deformações de corte devido ao empenamento originado pela torção, [2.5].

Além da baixa rigidez à torção, os elementos estruturais como vigas e colunas, possuem, em geral, baixa rigidez à flexão lateral. Este facto aliado à baixa rigidez à torção, leva a que possa ocorrer o colapso por instabilidade. Esta forma de instabilidade é designada por encurvadura lateral torsional.

Neste capítulo é apresentado, o modelo analítico de cálculo do momento crítico de vigas sujeitas à encurvadura lateral torsional, à temperatura ambiente. É apresentada

ainda a verificação de segurança relativa a este estado limite último, de acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.1, [2.11]. É efectuada uma descrição da importância deste modo de instabilidade a elevadas temperaturas, e são apresentados os domínios de verificação da resistência em situação de incêndio, preconizados no Eurocódigo 3 Parte 1.2, [2.15].

## **2.2- Encurvadura lateral à temperatura ambiente**

### **2.2.1- Equilíbrio e análise energética.**

As teorias de estabilidade são formuladas para determinar as condições para as quais um sistema, que se encontra em equilíbrio, deixa de ser estável. Normalmente, existe somente um parâmetro variável, que usualmente é uma carga, mas que também pode ser a temperatura [2.6].

Em problemas de encurvadura clássicos, por exemplo um pilar bi-articulado sujeito a uma carga de compressão  $N$ , o sistema é estável quando  $N_{sd}$  é suficientemente baixo e torna-se instável para valores elevados de  $N_{sd}$ . O valor de  $N_{cr}$  para o qual o sistema deixa de ser estável é designado por valor crítico.

Uma posição de equilíbrio de uma estrutura sob a acção de uma carga pode ser estável, neutro ou instável. Um método para determinar o tipo de equilíbrio de um sistema é considerar o seu comportamento com a aplicação de uma variação infinitesimal da carga para provocar um deslocamento da estrutura, sendo posteriormente retirada, [2.7]. Se a estrutura volta à sua posição inicial para qualquer variação infinitesimal, a posição de equilíbrio original é estável.

Para corpos rígidos o conceito de estabilidade pode ser ilustrado por uma esfera no plano. Se a esfera se encontra em repouso numa superfície côncava e é deslocada da sua posição, esta começará a oscilar em torno da sua posição de equilíbrio, mas acabará por parar na sua proximidade. Este tipo de equilíbrio é estável, Figura 2.4a). Por outro lado, se a esfera se encontra em repouso num plano horizontal e após ter sofrido um deslocamento mantém-se em repouso, a posição de equilíbrio original é neutro, Figura 2.4b). Quando um pequeno deslocamento origina o desenvolvimento de grandes

deslocamentos e velocidades, isto é, quando a esfera não se encontra na posição ou configuração de energia potencial mínima, o equilíbrio é instável, Figura 2.4c).

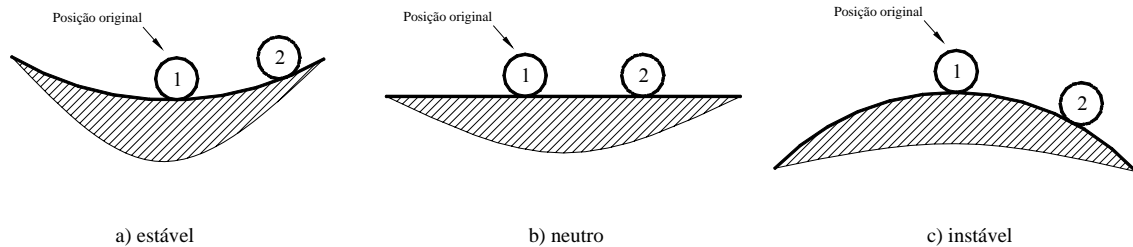


Figura 2.4 – Tipos de Equilíbrio.

Considerando um sistema elástico conservativo, inicialmente no estado de equilíbrio e sob a acção de um conjunto de forças, este deixa o actual estado se for aplicada uma pequena força. Pelo princípio da conservação da energia, o trabalho,  $W$ , realizado pela força, é dado por;

$$W = T + V = const. \quad (2.3)$$

em que  $T$  é a energia cinética e  $V$  a energia potencial.

Assumindo que o processo de aplicação da carga é quasi-estático, não havendo efeitos dinâmicos, a energia cinética é nula, não existindo perdas de energia por atrito ou por deformação plástica continuando a carga aplicada segundo a direcção original, sendo esta conservativa, pode dizer-se que há conservação de energia mecânica total,  $U_T$ .

O potencial total,  $U_T$ , da estrutura e das suas cargas é definido pela energia de deformação,  $U$ , e pela energia potencial das cargas,  $V$ .

$$U_T = U + V \quad (2.4)$$

Considerando uma estrutura que sofre uma perturbação no deslocamento  $\delta v$ , o trabalho de uma força infinitesimal  $\delta F$  necessário para manter o equilíbrio na posição adjacente, é dado por;

$$\frac{1}{2}\delta^2W = \frac{1}{2}\delta F\delta v \quad (2.5)$$

Este trabalho provoca um aumento da energia de deformação e da energia potencial da estrutura, pelo que;

$$\frac{1}{2}\delta^2W = \frac{1}{2}(\delta^2U + \delta^2V) \quad (2.6)$$

Quando o equilíbrio é neutro, o trabalho realizado pela força infinitesimal é nulo, não havendo variação da energia da estrutura. A condição da conservação de energia, aquando do equilíbrio neutro, pode ser relacionada com o potencial total  $U_T$ .

$$\frac{1}{2}\delta^2U_T = 0 \quad (2.7)$$

Quando uma estrutura instabiliza por encurvadura, sob a acção de uma carga constante, de uma posição de pré-encurvadura  $v$  para uma posição com deslocamentos de encurvadura  $(v + v_b)$ , esta última também é de equilíbrio. Neste caso o princípio do trabalho virtual requer que  $\delta U_{TB} = 0$  para qualquer deslocamento virtual  $\delta v_b$ . Como a posição  $v$  também é de equilíbrio neutro, o princípio da conservação da energia requer que  $\frac{1}{2}\delta^2U_{TP} = 0$  para qualquer deslocamento após a posição de pré-encurvadura.

O princípio dos trabalhos virtuais pode ser usado para de obter as equações diferenciais de equilíbrio, [2.7].

### 2.2.2- Equações diferenciais de equilíbrio

Considere-se um elemento de parede fina, ver a Figura 2.5, de secção aberta e rectilíneo, com o eixo  $z$  coincidente com o eixo longitudinal e os eixos  $x$  e  $y$  coincidentes com o primeiro e segundo eixos principais da secção transversal do

elemento. A origem destes eixos encontra-se coincidente com o centroide da secção, a sua direcção coincide com os eixos principais centrais de inércia da secção, e o centro de corte é definido por  $S(x_0, y_0)$ , pelo que;

$$\int_A x dA = \int_A y dA = \int_A xy dA = 0 \quad (2.8)$$

As propriedades geométricas da secção são definidas por;

$$\begin{aligned} A &= \int_A dA \quad , \quad I_y = \int_A x^2 dA \quad , \quad I_x = \int_A y^2 dA \\ I_p &= \int_A (x^2 + y^2) dA \quad , \quad I_{px} = \int_A y(x^2 + y^2) dA \end{aligned} \quad (2.9)$$

O elemento representado na Figura 2.5 encontra-se submetido a forças concentradas em ambas as extremidades  $(Q_{y1}, Q_{y2}, Q_{z1}, Q_{z2})$ , submetido a forças distribuídas  $q_y$  e  $q_z$  e ainda a momentos  $M_{x1}$  e  $M_{x2}$ . Cada um destes carregamentos encontra-se aplicado na coordenada respectiva representada na Figura 2.6.

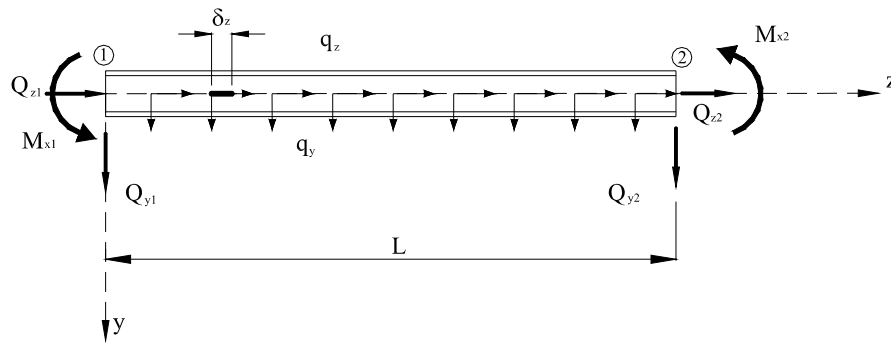


Figura 2.5 - Elemento estrutural submetido a um carregamento generalizado.

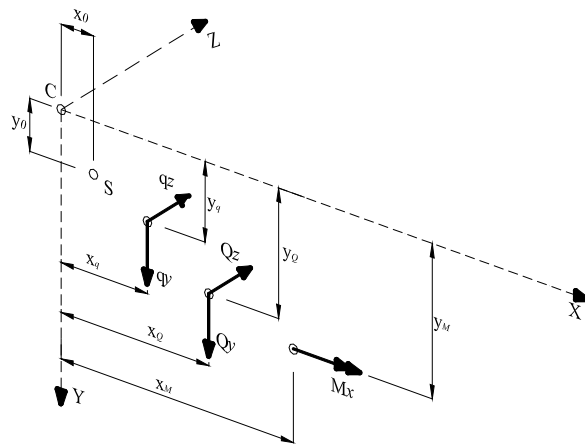


Figura 2.6 – Coordenadas do ponto de aplicação do carregamento na secção transversal.

Sob a acção do carregamento generalizado, o centro de corte do elemento pode sofrer os deslocamentos  $u, v, w$  paralelos aos eixos X, Y e Z, e uma rotação  $\phi$ , devido à torção em torno do eixo do centro de corte, ver a Figura 2.7.

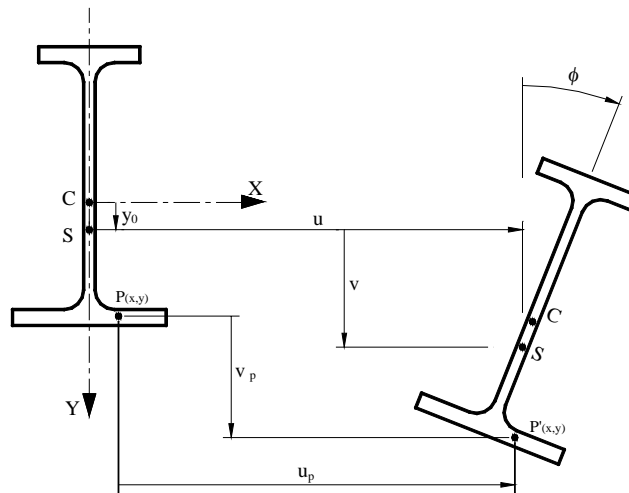


Figura 2.7 - Deslocamento e rotações da secção transversal monossimétrica.

Os deslocamentos de um ponto  $P(x,y)$  da secção transversal pode ser obtido utilizando uma expansão em série de Taylor de funções harmónicas, de acordo com, [2.7];

$$\begin{aligned}
 u_p &\approx u - (y - y_0)\phi \\
 v_p &\approx v + (x - x_0)\phi \\
 w_p &\approx (w - xu' - yv' + \omega\phi') + (-xv'\phi + yu'\phi)
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

A deformação normal longitudinal,  $\varepsilon_p$ , de um elemento infinitesimal, pode ser obtida pela variação dos deslocamentos  $v_p$  e  $w_p$  ao longo do elemento, ver a Figura 2.8.

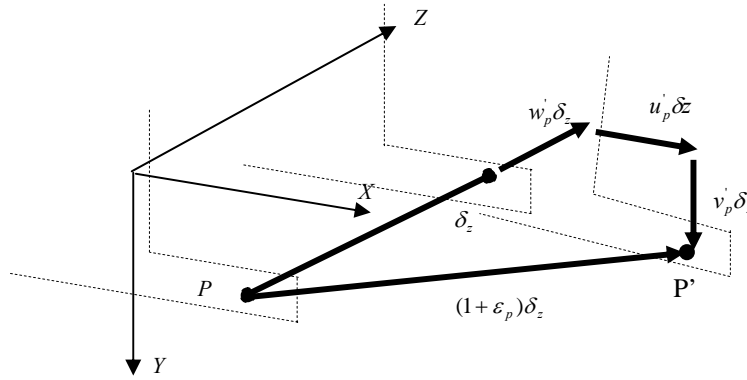


Figura 2.8 – Deformação normal do ponto P.

Atendendo a esta deformação, o novo comprimento elementar é dado por,

$$(1 + \varepsilon_p)\delta_z = \sqrt{(\delta_z + w'_p \delta_z)^2 + (u'_p \delta_z)^2 + (v'_p \delta_z)^2} \quad (2.11)$$

Resolvendo em ordem à deformação, e desprezando os termos quadráticos de  $\varepsilon_p$  e  $w'_p$ , a deformação longitudinal do ponto P é dada por:

$$\varepsilon_p \approx w'_p + \frac{1}{2}(u_p'^2 + v_p'^2) \quad (2.12)$$

Substituindo as relações da equação (2.10) na equação (2.12), obtém-se a deformação em qualquer ponto, contendo termos lineares e não lineares, em que são desprezados os termos de terceira ordem de  $u$  e  $v$ , e os termos que contêm as suas derivadas.

$$\varepsilon_p \approx (w' - xu'' - yv'' + \omega\phi'') + \left\{ \frac{1}{2} [u'^2 + v'^2 + (x_0^2 + y_0^2)\phi'^2] - x_0 v' \phi' + y_0 u' \phi' + x(-x_0 \phi'^2 - \phi v'') + y(-y_0 \phi'^2 - \phi u'') + \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\phi'^2 \right\} \quad (2.13)$$



Para pequenas deformações, desprezando os termos de 2ª ordem, a deformação é dada por;

$$\varepsilon_p \approx (w' - xu'' - yv'' + \omega\phi'') \quad (2.14)$$

A variação do ângulo de torção longitudinal provoca uma deformação de corte. As deformações de corte devidas à flexão e ao empenamento originado por torção, devido à sua magnitude podem ser desprezadas. A deformação de corte devida à flexão uniforme é dada pela equação (2.15), seguindo o modelo de Vlasov, [2.8].

$$\gamma_p = 2t_p\phi' + t_p(u''v' + u'v'') \quad (2.15)$$

em que  $t_p$  é a distância da linha média da secção transversal ao ponto P, ver a Figura 2.9.

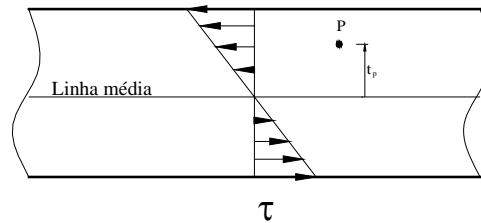


Figura 2.9 – Coordenada do ponto P relativamente à linha média.

Utilizando a lei de Hooke, a tensão longitudinal no ponto “P” é dada por;

$$\sigma_p = E \varepsilon_p \quad (2.16)$$

Reescrevendo em ordem aos esforços internos resultantes,

$$\sigma_p \approx \frac{N}{A} + \frac{M_x y}{I_x} - \frac{M_y x}{I_y} + \frac{B\omega}{I_w} \quad (2.17)$$

em que,  $N$  é o esforço axial,  $M_x$  e  $M_y$  são os momentos de flexão e  $B$  o bi-momento introduzido pelo modelo de Vlasov.

Os esforços internos relacionam-se com a rigidez do elemento estrutural de acordo com a expressão 2.18.

$$\left. \begin{aligned} N &= \int_A \sigma_p dA = EA w' \\ M_x &= \int_A \sigma_p y dA = -EI_x v'' \\ -M_y &= \int_A \sigma_p x dA = -EI_y u'' \\ B &= \int_A \sigma_p \omega dA = EI_w \phi'' \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

A tensão de corte devido à torção uniforme em P é dada por,

$$\tau_p = G\gamma_p \quad (2.19)$$

Atendendo a ambas as deformações, a energia de deformação U é dada por,

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A (\epsilon_p \sigma_p + \gamma_p \tau_p) dA dz \quad (2.20)$$

A energia potencial V pode ser expressa por,

$$V = - \int_0^L (q_y v_q + q_z w_q) dz - \sum (Q_y v_Q + Q_z w_Q - M_x v'_M) \quad (2.21)$$

Admitindo um elemento cuja secção transversal possua um eixo de simetria ( $x_0 = 0$ ), o deslocamento vertical do ponto “P” originado pelo carregamento distribuído ( $q_y$ ) e concentrado ( $Q_y$ ), aplicados nos pontos de coordenada  $y = y_q$  e  $y = y_Q$ , pode ser obtido por, [2.8];

$$\begin{aligned} v_q &= v - \frac{1}{2}(y_q - y_0)(v'^2 + \phi^2 - u'v'\phi) \\ v_Q &= v - \frac{1}{2}(y_Q - y_0)(v'^2 + \phi^2 - u'v'\phi) \end{aligned} \quad (2.22)$$

O deslocamento longitudinal da carga concentrada ( $Q_z$ ) que actua no centroide ( $x=0, y=0$ ) é;

$$w_Q = w \quad (2.23)$$

Para um momento que actua num eixo paralelo a  $x$  no ponto  $x=0$  e  $y=y_M$ , a rotação em torno desse eixo é dado por;

$$v'_M = v' \quad (2.24)$$

Admitindo que o elemento sofre um conjunto de deslocamentos virtuais  $\delta u, \delta v, \delta w$  e  $\delta \phi$  desde uma posição de equilíbrio  $u, v, w$  e  $\phi$ , sob a acção de forças e momentos constantes, o princípio da estacionaridade do potencial total, equivalente ao princípio do trabalho virtual, requer que a nova configuração do elemento também seja de equilíbrio, para quaisquer deslocamentos virtuais  $\delta u, \delta v, \delta w$  e  $\delta \phi$ .

Reescrevendo em termos da primeira variação do potencial total,

$$\delta U_T = \delta U + \delta V = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A [\delta \varepsilon_p \sigma_p + \varepsilon_p \delta \sigma_p + \delta \gamma_p \tau_p + \gamma_p \delta \tau_p] dA dz + \delta V = 0 \quad (2.25)$$

em que;

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon_p &= (\delta w' - x \delta u'' - y \delta v'' + \omega \delta \phi'') + [\delta u' u' + \delta v' v' + (x_0^2 + y_0^2) \delta \phi' \phi'] - \\ &\quad - x_0 (\delta v' \phi' + v' \delta \phi') + y_0 (\delta u' \phi' + u' \delta \phi') + x (-2x_0 \delta \phi' \phi' - \delta \phi v'' - \phi \delta v'') + \\ &\quad + y (-2y_0 \delta \phi' \phi' - \delta \phi u'' - \phi \delta u'') + (x^2 + y^2) \delta \phi' \phi' \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\delta \gamma_p = 2t_p \delta \phi' + t_p (\delta u'' v' + u'' \delta v' + \delta u' v'' + u' \delta v'')$$

$$\delta \sigma_p = E (\delta w' - x \delta u'' - y \delta v'' + \omega \delta \phi'')$$

$$\delta \tau_p = G 2t_p \delta \phi'$$

Para o equilíbrio estável, a primeira variação do potencial total deve ser nula e a segunda definida positiva, isto é, positiva para todas as segundas variações dos deslocamentos e deformações. A instabilidade por encurvadura ocorre quando a segunda variação do potencial total é igual a zero, apresentada na expressão 2.7, que indica uma possível transição de uma posição estável para uma posição instável, [2.8].

$$\frac{1}{2} \delta^2 U_T = \frac{1}{2} \delta^2 U + \frac{1}{2} \delta^2 V = 0 \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \delta^2 U_T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A [\delta \varepsilon_p \delta \sigma_p + \delta \gamma_p \delta \tau_p + \delta^2 \varepsilon_p \sigma_p + \delta^2 \gamma_p \tau_p] dA dz \\ - \int_0^L (q_y \delta^2 v_q + q_z \delta^2 w_q) dz - \sum_{1,2} (Q_y \delta^2 v_Q + Q_z \delta^2 w_Q - M_x \delta^2 v_M') \end{aligned} \quad (2.28)$$

Desprezando os termos de segunda ordem, as segundas variações das deformações são dadas por;

$$\begin{aligned} \delta^2 \varepsilon_p = (\delta u''^2 + \delta v''^2 + (x_0^2 + y_0^2) \delta \phi'^2) - 2x_0 \delta v' \delta \phi' - 2x(x_0 \delta \phi'^2 + \delta \phi \delta v'') + \\ + 2y(-y_0 \delta \phi'^2 + \delta \phi \delta u'') + (x^2 + y^2) \delta \phi'^2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\delta^2 \gamma_p = 0$$

As segundas variações dos deslocamentos no ponto de aplicação do carregamento são;

$$\begin{aligned} \delta^2 v_q &= -\frac{1}{2} (y_q - y_0) \delta \phi^2 \\ \delta^2 v_Q &= -\frac{1}{2} (y_Q - y_0) \delta \phi^2 \\ \delta^2 w_q &= 0 \\ \delta^2 w_Q &= 0 \\ \delta^2 v_M &= 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Substituindo as equações (2.26), (2.29) e (2.30) em (2.28), a equação da energia simplifica-se em;

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \delta^2 U_T = & \frac{1}{2} \int_0^L \left[ EA \delta w'^2 + EI_y \delta u''^2 + EI_x \delta v''^2 + EI_w \delta \phi''^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ \delta \phi'^2 dz \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L N \left[ \delta u'^2 + \delta v'^2 + (r_0^2 + x_0^2 + y_0^2) \delta \phi'^2 - 2x_0 \delta v' \delta \phi' + 2y_0 \delta u' \delta \phi' \right] dz \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[ 2\delta \phi \delta u'' + \beta_x \delta \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_y \left[ 2\delta \phi \delta v'' + \beta_y \delta \phi'^2 \right] dz \\ & - \int_0^L (q_y \delta^2 v_q + q_z \delta^2 w_q) dz - \sum_{1,2} (Q_y \delta^2 v_Q + Q_z \delta^2 w_Q - M_x \delta^2 v'_M) \end{aligned} \quad (2.31)$$

em que  $\beta_x = -2y_0 + \frac{I_{px}}{I_x}$  e  $\beta_y = 2x_0 - \frac{I_{py}}{I_y}$  são os coeficientes de Wagner e

$$r_0^2 = \frac{I_x + I_y}{A} = \frac{I_p}{A}.$$

Durante o processo de instabilidade por encurvadura, a deformação longitudinal do eixo que passa no centroide e a curvatura no plano  $yz$  mantêm-se aproximadamente nulos, pelo que se assume que a encurvadura ocorre para valores de  $N$  e  $M_x$  constantes. As deformações  $v'$  e  $w'$  são pouco significativas, comparada com as restantes deformações  $u'$  e  $\phi'$ , pelo que o termo  $\frac{1}{2} \int_0^L EA \delta w'^2 dz$  pode ser desprezado.

Este caso de encurvadura denomina-se por encurvadura inextensional, [2.7].

Para uma secção definida por um eixo de simetria,  $OY$ , pelo que  $x_0 = \beta_y = 0$ , sujeita ao carregamento  $q_y$  e  $Q_y$  e reescrevendo os deslocamentos infinitesimais de encurvadura  $(\delta u, \delta v, \delta w, \delta \phi)$  como  $(u, v, w, \phi)$ , a equação da energia resulta em;

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^L \left[ EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L N \left[ u'^2 + (r_0^2 + y_0^2) \phi'^2 + 2y_0 u' \phi' \right] dz \\ + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[ 2\phi u'' + \beta_x \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L q_y (y_q - y_0) \phi^2 dz + \frac{1}{2} \sum_{1,2} Q_y (y_Q - y_0) \phi^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Numa análise clássica da encurvadura lateral de elementos de parede fina, a encurvadura é tomada como independente dos deslocamentos de pré-encurvadura. Este pressuposto é válido somente para quando a secção transversal possui uma baixa relação entre a rigidez à flexão lateral e a rigidez à torção. Uma análise da encurvadura lateral, incluindo os deslocamentos de pré-encurvadura, apresentada por Pi e Trahair, pode ser consultada nas referências [2.8] [2.9]. Neste caso a equação da energia resume-se na equação (2.33), em que  $v_0$  são os deslocamentos de pré-encurvadura, [2.8].

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^L \left[ EI_y (u'' + v_0'' \phi)^2 + EI_w \left( \phi'' + \frac{1}{2} (v_0' u''' - v_0'' u') \right)^2 + GJ \left( \phi' + \frac{1}{2} (v_0' u'' - v_0'' u') \right)^2 \right] dz \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L N \left[ u'^2 + (r_0^2 + y_0^2) \phi'^2 + 2y_0 (u' \phi' + v_0' \phi \phi') \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[ 2\phi u'' + \beta_x \phi'^2 + v_0'' \phi^2 \right] dz \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L q_y (y_q - y_0) (\phi^2 - v_0' u' \phi) dz + \frac{1}{2} \sum_{1,2} Q_y (y_Q - y_0) (\phi^2 - v_0' u' \phi) = 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Os termos desta equação energética podem ser agrupados em três grupos. O primeiro contém a energia de deformação armazenada durante a encurvadura, envolvendo a rigidez à flexão lateral ( $EI_y$ ), a rigidez à torção ( $GJ$ ) e ao empenamento ( $EI_w$ ). O segundo grupo envolve os esforços resultantes do estado de tensão,  $N$  e  $M_x$ . Os restantes termos representam o trabalho das forças de corte,  $q_y$  e  $Q_y$ , que actuam à distância  $(y_q - y_0)$  e  $(y_Q - y_0)$  abaixo de centro de corte.

Como já se referiu, as equações diferenciais de equilíbrio podem ser obtidas pelo princípio do trabalho virtual. Alternativamente, pode recorrer-se à equação da energia usando o cálculo variacional, [2.7]. A segunda variação do potencial total, pode ser considerado como um funcional dos deslocamentos e deformações de encurvadura.

$$\frac{1}{2} \delta^2 U_T = \int_0^L F(z, u', u'', u''', \phi, \phi', \phi'') dz \quad (2.34)$$

As funções  $u$  e  $\phi$  que tornam o potencial estacionário satisfazem as seguintes equações de Euler.

$$\begin{aligned}
-\frac{d}{dz}\left(\frac{\partial F}{\partial u'}\right) + \frac{d^2}{dz^2}\left(\frac{\partial F}{\partial u''}\right) - \frac{d^3}{dz^3}\left(\frac{\partial F}{\partial u'''}\right) &= 0 \\
\frac{\partial F}{\partial \phi} - \frac{d}{dz}\left(\frac{\partial F}{\partial \phi'}\right) + \frac{d^2}{dz^2}\left(\frac{\partial F}{\partial \phi''}\right) &= 0
\end{aligned}
\tag{2.35}$$

Ignorando os deslocamentos e deformações de pré-encurvadura, as equações diferenciais de equilíbrio são as apresentadas na equação (2.36).

$$\begin{aligned}
[EI_y u'''] &= [N(u' + y_0 \phi')] - [M_x \phi'] \\
[EI_w \phi'''] - [GJ \phi'] &= [M_x \beta_x \phi'] - M_x u'' + [N(y_0 u' + (r_0^2 + y_0^2) \phi')] - q_y (y_q - y_0) \phi
\end{aligned}
\tag{2.36}$$

### 2.2.3- Momento crítico elástico

#### 2.2.3.1- Exemplo – Viga sujeita a flexão uniforme

Os principais métodos utilizados para a obtenção do valor analítico das cargas de encurvadura são os métodos de Ritz e de Galerkin. O método de Ritz é baseado na condição de estacionaridade do potencial total. O método de Galerkin é aplicado às equações diferenciais de equilíbrio. Em ambos os métodos é necessária a aproximação dos deslocamentos a partir de funções compatíveis com as condições de fronteira do elemento, [2.10].

Considere-se a viga duplamente simétrica, Figura 2.10, sujeita a flexão uniforme, de comprimento  $L$  e com apoios de forquilha, que impedem o seu deslocamento vertical e lateral mas permitem o seu empenamento.

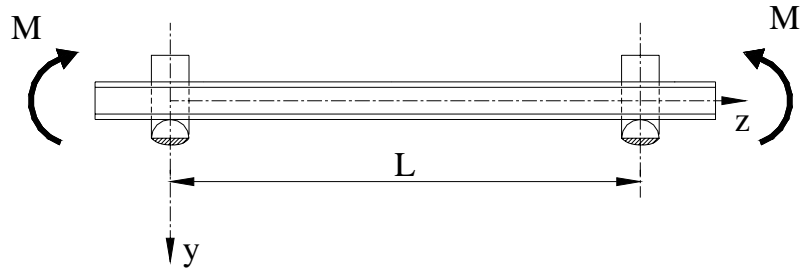


Figura 2.10 – Viga duplamente simétrica sujeita a flexão uniforme.

Para este caso a equação da energia (2.32) simplifica-se em

$$\frac{1}{2} \int_0^L \left[ EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x 2\phi u'' dz = 0 \quad (2.37)$$

Uma solução possível para os deslocamentos e rotação da secção da viga, que satisfaz as condições de fronteira e as equações de equilíbrio, é a utilização de funções sinusoidais, apresentadas na equação (2.38).

$$\frac{u}{\delta} = \frac{\phi}{\theta} = \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (2.38)$$

em que  $\delta$  e  $\theta$  representam as amplitudes do deslocamento lateral e da rotação a meio vão da viga.

Substituindo os modos de encurvadura da equação (2.38) na equação da energia (2.37) e após simplificação obtém-se:

$$EI_y \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \delta^2 + EI_w \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \theta^2 + GJ\theta^2 - 2M\delta\theta = 0 \quad (2.39)$$

Reescrevendo na forma matricial,



$$[\delta \quad \theta] \begin{bmatrix} EI_y \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & -M \\ -M & GJ + EI_w \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \quad (2.40)$$

Admitindo uma solução alternativa para além da trivial ( $\delta = \theta = 0$ ), o determinante da matriz deve ser nulo, o que leva à solução exacta do momento crítico de uma viga simplesmente apoiada, duplamente simétrica e sujeita a flexão uniforme.

$$M_{cr,M} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \left( GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)} \quad (2.41)$$

**2.2.3.2- Exemplo – Viga sujeita a uma força concentrada a meio vão**

Considere a viga duplamente simétrica sujeita a uma força concentrada aplicada na coordenada  $y = y_Q$  apresentada na Figura 2.11.

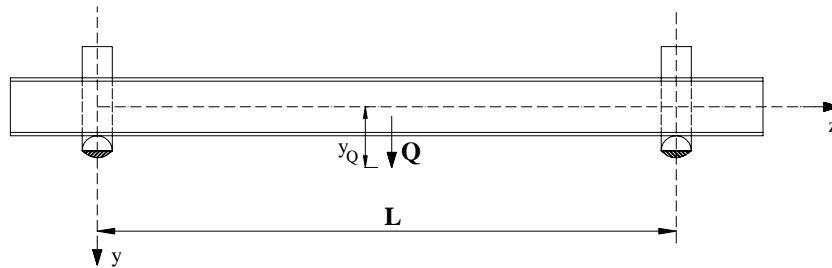


Figura 2.11 - Viga duplamente simétrica sujeita a uma carga concentrada a meio vão.

Para este caso a equação da energia (2.32) simplifica-se em:

$$\frac{1}{2} \int_0^L \left[ EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x 2\phi u'' dz + \frac{1}{2} \sum Q_y y_Q \phi^2 = 0 \quad (2.42)$$

em que momento flector existente na viga pode ser expresso pela equação (2.43).

$$M_x = \frac{Q}{2}z \quad \text{para} \quad 0 \leq z \leq \frac{L}{2} \quad (2.43)$$

Fazendo uso da simetria geométrica e de carregamento tem-se;

$$[\delta \quad \theta] \begin{bmatrix} EI_y \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & -\frac{8a}{\pi} \frac{QL}{4} \\ -\frac{8a}{\pi} \frac{QL}{4} & GJ + EI_w \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + 2 \frac{QLy_Q}{\pi^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \quad (2.44)$$

com

$$a = \frac{1}{L} \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\pi z}{L} \sin^2 \left( \frac{\pi z}{L} \right) dz = \frac{\pi^2 + 4}{16\pi} \approx 0.2759$$

O momento crítico para uma viga submetida a uma carga a meio vão é dado por;

$$M_{cr,Q} = \frac{QL}{4} = 1,423 \left[ \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \left( GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right) + (0,577 P_y y_Q)^2} + 0,577 P_y y_Q \right] \quad (2.45)$$

Reescrevendo em função do momento crítico para flexão uniforme, obtém-se;

$$\frac{M_{cr,Q}}{M_{cr,M}} = 1,423 \left[ \sqrt{1 + \left( 0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} \right)^2} + 0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} \right] \quad (2.46)$$

em que  $M_{cr,M}$  é o momento crítico para vigas sujeitas a flexão uniforme, dado pela equação (2.41) e  $P_y$  representa o valor dado pela equação (2.47).

$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \quad (2.47)$$

**2.2.3.3- Exemplo – Viga sujeita a força concentrada e carregamento distribuído**

Para uma viga, duplamente simétrica, sujeita a uma carga concentrada a meio vão, aplicada à coordenada  $y = y_Q$  e simultaneamente a um carregamento uniformemente distribuído aplicado à coordenada  $y = y_q$ , ver Figura 2.12, a equação da energia é a apresentada na equação (2.48).

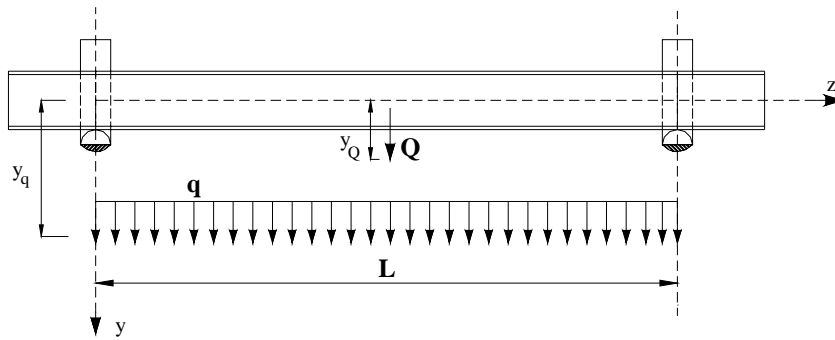


Figura 2.12 - Viga duplamente simétrica sujeita a uma carga concentrada e carregamento distribuído.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^L \left[ EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[ 2\phi u'' + \beta_x \phi'^2 \right] dz + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L q_y (y_q - y_0) \phi^2 dz + \frac{1}{2} \sum_{1,2} Q_y (y_Q - y_0) \phi^2 = 0 \end{aligned} \tag{2.48}$$

A equação do momento flector é dada pela equação (2.49).

$$M_x = \frac{Q_y}{2} z + \frac{q_y L}{2} z - \frac{q_y}{2} z^2 \quad \text{para} \quad 0 \leq z \leq \frac{L}{2} \tag{2.49}$$

Fazendo novamente uso da simetria, a equação da energia dá origem a,

$$[\delta \quad \theta] \begin{bmatrix} EI_y \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & \frac{2}{\pi^2} (-Q_y L \pi a + q_y L^2 (b - \pi a)) \\ Sim & GJ + EI_w \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + \frac{2}{\pi^2} \left( \frac{Q_y L}{4} y_Q + \frac{q_y L^2}{8} y_q \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \quad (2.50)$$

com

$$b = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{\pi z}{L}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) dz = \frac{\pi^2 + 6}{48} \approx 0.3306$$

Calculando o determinante e simplificando para o caso em que o carregamento distribuído se encontra aplicado no centroide,  $y_q = 0$ , o momento crítico elástico pode ser obtido por;

$$\frac{M_Q + M_q}{M_{cr,M}} = 1,423 \left[ \sqrt{1 + \left(0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}}\right)^2} - 1,003 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}^2} M_q + 0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} - 0,1667 \frac{M_q}{M_{cr,M}} \right] \quad (2.51)$$

em que;

$$M_Q = \frac{QL}{4} \quad e \quad M_q = \frac{qL^2}{8} \quad (2.52)$$

### 2.2.4- Dimensionamento à encurvadura lateral segundo o Eurocódigo 3

O momento resistente de elementos sujeitos à encurvadura lateral, com secção recta da classe 1 e 2, deverá ser calculado a partir da expressão 2.53, de acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.1, [2.11].

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M1} \quad (2.53)$$

O factor  $\beta_w$  iguala a unidade para estes tipos de secções,  $W_{pl,y}$  representa o valor do módulo plástico,  $f_y$  o valor da tensão de cedência e  $\chi_{LT}$  o factor de redução para a encurvadura lateral, calculado pela expressão 2.54.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{0.5}} \quad (2.54)$$

O coeficiente  $\phi_{LT}$  depende do factor de imperfeição  $\alpha_{LT}$ , que toma o valor de 0.21 e tem em consideração o valor de desfasamento 0.2, de acordo com a equação (2.55).

$$\phi_{LT} = \frac{1}{2} [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (2.55)$$

A esbelteza adimensional  $\bar{\lambda}_{LT}$  pode ser determinada através de uma das possíveis expressões seguintes.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\beta_w W_{pl,y} f_y / M_{cr}} = \left( \frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \right) \sqrt{\beta_w} \quad (2.56)$$

O coeficiente de esbelteza geométrico, no caso de ELT, deverá ser calculada de acordo com:

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\pi^2 E W_{pl,y} / M_{cr}} \quad (2.57)$$

A esbelteza  $\lambda_1$  é função das propriedades do material, conforme se pode verificar na expressão 2.58.

$$\lambda_1 = 93.9 \varepsilon = \pi \sqrt{E / f_y} \quad , \quad \varepsilon = \sqrt{235 / f_y} \quad (2.58)$$

O momento resistente da secção recta depende de módulo plástico da secção, da tensão de cedência e de um factor parcial de segurança  $\gamma_{M0}$ .

$$M_{c,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} \quad (2.59)$$

De acordo com este código de projecto, não está previsto a ocorrência deste fenómeno de instabilidade para elementos que apresentem esbelteza adimensional inferior a 0.4.

A versão do Eurocódigo 3 Parte 1.1 de Maio 2003, [2.12], determina que, para perfis obtidos por laminação ou secções soldadas sujeitas à flexão, o factor de redução da encurvadura lateral deve ser obtido por,

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{mas} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1.0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (2.60)$$

e

$$\phi_{LT} = \frac{1}{2} [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (2.61)$$

O factor de imperfeição  $\alpha_{LT}$ , para perfis laminados, depende da relação  $h/b$  da secção transversal. Para limites  $h/b \leq 2$  toma o valor de 0.34 e para  $h/b > 2$  o valor de 0.49. O parâmetro  $\bar{\lambda}_{LT,0}$  e  $\beta$  serão definidos nos anexos nacionais, no entanto é recomendado os valor máximo de 0.4 e mínimo de 0.75, respectivamente.

Para contabilizar a variação do diagrama de momentos no elemento, o factor de redução deve ser modificado de acordo com a equação (2.62).





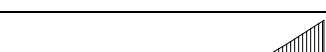



$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{mas} \quad \chi_{LT,mod} \leq 1 \quad (2.62)$$

O valor mínimo de  $f$  recomendável é dado por

$$f = 1 - 0.5(1 - k_c) \left[ 1 - 2.0(\bar{\lambda}_{LT} - 0.8)^2 \right] \quad \text{com} \quad f \leq 1.0 \quad (2.63)$$

$k_c$  é um factor de correcção fornecido pela Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Factores de correcção  $k_c$ .

Distribuição do momento	$k_c$
 $\psi = 1$	1.0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1.33 - 0.33\psi}$
	0.94
	0.90
	0.91
	0.86
	0.77
	0.82

### 2.3- Encurvadura Lateral a temperaturas elevadas

Quando um elemento estrutural se encontra submetido a um carregamento mecânico e é simultaneamente sujeito a temperaturas elevadas (por exemplo, devido à acção do fogo), a degradação das propriedades mecânicas do material pode originar o seu colapso, por instabilidade, devido à diminuição da capacidade resistente. A temperatura correspondente ao último instante de equilíbrio designa-se por temperatura crítica.

De acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.2, [2.15], o cálculo estrutural ao fogo pode ser feito através da utilização de tabelas de ensaios experimentais efectuados em fornalhas, por métodos avançados de cálculo e por métodos simplificados de cálculo.

Este último é válido somente para elementos estruturais isolados, em que é desprezada a interação entre os mesmos.

A temperatura de incêndio  $\theta_g$  pode ser dada em termos de curvas nominais temperatura - tempo ou sob a forma de curvas paramétricas. Os documentos em referência definem três curvas nominais:

1- Curva de incêndio padrão, ISO 834, com o tempo em unidades de minuto:

$$\theta_g = 20 + 345 \times \log_{10}(8t + 1) \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (2.64)$$

2- Curva de incêndio para elementos estruturais exteriores:

$$\theta_g = 20 + 660 \times \left(1 - 0,687 \times e^{-0,32t} - 0,31 \times e^{-3,8t}\right) \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (2.65)$$

3- Curva de incêndio para hidrocarbonetos:

$$\theta_g = 20 + 1080 \times \left(1 - 0,325 \times e^{-0,167t} - 0,675 \times e^{-2,5t}\right) \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (2.66)$$

Na Figura 2.13 são apresentadas as evoluções dos três tipos de curvas, onde se verifica a inexistência de uma fase de arrefecimento.

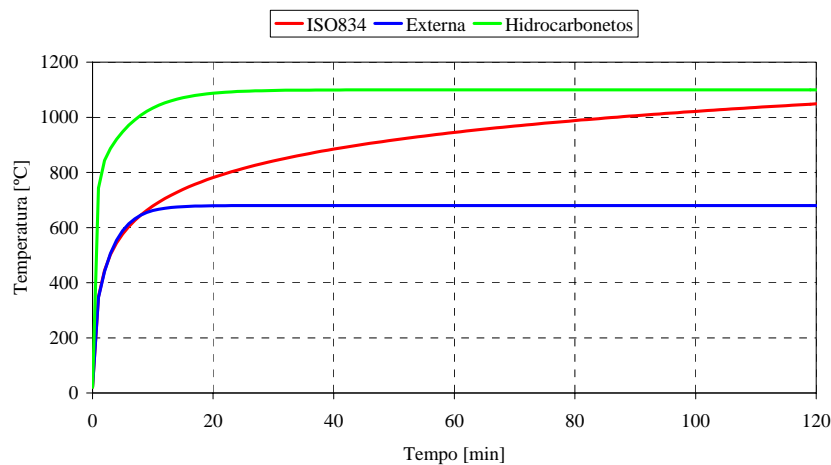


Figura 2.13 – Curvas de incêndio nominais.



As curvas paramétricas distinguem-se das anteriores por possuírem fases de arrefecimento. Estas pretendem representar a evolução da temperatura média de um incêndio em compartimentos reais, pelo que preconiza a existência de aberturas no compartimento e a densidade de carga de incêndio.

O Eurocódigo 3 parte 1.2, [2.15], sugere que, para a verificação da resistência ao fogo, utilizando-se a curva de incêndio padrão ISO 834, é suficiente uma análise por elementos.

A verificação da resistência ao fogo, pode ser feita em três domínios diferentes. No domínio do tempo ( $t_{fi,d} \geq t_{fi,requ}$ ), no domínio da resistência ( $E_{fi,d,t} \leq R_{fi,d,t}$ ) no instante  $t_{fi,requ}$  e no domínio da temperatura ( $\theta_d \leq \theta_{cr,d}$ ) no instante  $t_{fi,requ}$ , [2.13]. Nestas inequações,  $t_{fi,d}$  representa o valor de cálculo da resistência ao fogo, ou seja, a duração do incêndio padrão ISO 834 ou outro incêndio nominal, necessária para que o elemento de aço atinja a temperatura crítica,  $t_{fi,requ}$  a resistência ao fogo requerida regulamentarmente,  $\theta_d$  o valor de cálculo da temperatura do elemento e  $\theta_{cr,d}$  o valor de cálculo da temperatura crítica do elemento.

A Figura 2.14, procura ilustrar estes três domínios de verificação da resistência e a relação existente entre eles. Está representada a evolução da temperatura  $\theta_d$  do elemento estrutural, o efeito das acções  $E_{fi,d,t}$ , constante ao longo do tempo, a diminuição progressiva da resistência  $R_{fi,d,t}$  e a temperatura crítica do elemento  $\theta_{cr,d}$ .

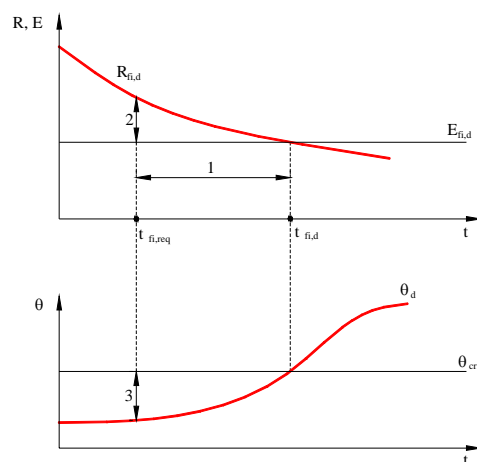


Figura 2.14 - Domínios de verificação de resistência ao fogo.

No domínio do tempo, ver intervalo 1, o valor de cálculo do tempo de resistência ao fogo,  $t_{fi,d}$ , deve ser inferior ao tempo de resistência ao fogo requerido regulamentarmente. Em 2, o valor de cálculo dos efeitos das acções,  $E_{fi,d}$ , não pode ser superior à capacidade resistente em situação de incêndio,  $R_{fi,d,t}$ . Por último, em 3, o valor de cálculo da temperatura do elemento,  $\theta_d$ , não pode ultrapassar a temperatura crítica do elemento,  $\theta_{cr,d}$ .

### 2.3.1- Verificação da segurança segundo Eurocódigo

#### 2.3.1.1- Domínio da Resistência

A resistência ao fogo de um elemento estrutural pode ser definido como o intervalo de tempo transcorrido desde o início de um incêndio normalizado, até ao momento em que o elemento atinge a sua temperatura crítica, ou seja a temperatura a partir da qual deixa de satisfazer as funções de suporte da carga para que foi projectado, verificando a condição de segurança da inequação (2.67), [2.13].

$$E_{fi,d} \leq R_{fi,d,t} \quad (2.67)$$

$E_{fi,d}$  representa o valor de projecto do efeito das acções exercidas sobre o elemento, que no caso de uma situação de acidente deve ser determinado em função da combinação acidental, [2.13].

No caso da verificação de segurança de elementos de viga (classe 1 e 2),  $R_{fi,d,t}$  pode representar o valor de cálculo do momento flector resistente no instante  $t$ ,  $M_{b,fi,t,Rd}$ , sem constrangimentos laterais, devendo este ser determinado pela equação (2.68), [2.15].

$$M_{b,fi,t,Rd} = \chi_{LT,fi} W_{pl,y} k_{y,\theta,com} f_y / \gamma_{M,fi} \quad (2.68)$$

$\chi_{LT,fi}$  é o factor de redução para a encurvadura lateral torsional na situação de fogo e  $k_{y,\theta,com}$  o factor de redução da tensão de cedência do aço para a máxima temperatura no banzo à compressão,  $\theta_{a,com}$ , no instante  $t$ .

O valor de  $\chi_{LT,fi}$  deve ser determinado de acordo com a seguinte expressão.

$$\chi_{LT,fi} = \frac{1}{\phi_{LT,\theta,com} + \sqrt{[\phi_{LT,\theta,com}]^2 - [\bar{\lambda}_{LT,\theta,com}]^2}} \quad (2.69)$$

com

$$\phi_{LT,\theta,com} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \alpha \bar{\lambda}_{LT,\theta,com} + (\bar{\lambda}_{LT,\theta,com})^2 \right] \quad (2.70)$$

e

$$\alpha = 0.65 \sqrt{235/f_y} \quad (2.71)$$

A esbelteza adimensional é dada por,

$$\bar{\lambda}_{LT,\theta,com} = \bar{\lambda}_{LT} \left[ k_{y,\theta,com} / k_{E,\theta,com} \right]^{0.5} \quad (2.72)$$

Em que  $k_{E,\theta,com}$  é o factor de redução do módulo de elasticidade para a máxima temperatura atingida no banzo à compressão,  $\theta_{a,com}$ , no instante  $t$ . O valor de  $\bar{\lambda}_{LT}$  é obtido pelo Eurocódigo 3 Parte 1.1, segundo a equação (2.56).

### 2.3.1.2- Domínio da temperatura

Como alternativa ao ponto anterior, a verificação da resistência ao fogo pode ser feita no domínio da temperatura, estabelecendo-se que esta não ultrapasse a temperatura crítica, ver Figura 2.14.

Conforme representado na equação (2.67), o limite de segurança,  $E_{fi,d} = R_{fi,d,t}$ , ocorre para um determinado valor do factor de redução da tensão de cedência,  $k_{y,\theta}$ , relacionado com o valor da temperatura crítica,  $\theta_{a,cr}$ .

Considerando a relação entre o factor de redução da tensão de cedência,  $k_{y,\theta}$  e a temperatura, fornecida pela equação (3.13) e considerando  $\mu_0 = k_{y,\theta}$ , pode-se definir a temperatura crítica em função do grau de utilização, ver a equação (2.73), [2.15].

$$\theta_{a,cr} = 39,19 \ln \left[ \frac{1}{0,9674 \mu_0^{3,833}} - 1 \right] + 482 \quad (2.73)$$

O grau de utilização,  $\mu_0$ , é definido pelas acções e pela capacidade resistente no instante  $t=0$ , isto é, à temperatura ambiente mas calculada com as expressões a temperaturas elevadas.

$$\mu_0 = \frac{E_{f,d}}{R_{f,d,0}} \quad (2.74)$$

A equação (2.73) é válida quando a resistência,  $R_{f,d,t}$  for directamente proporcional à tensão de cedência do aço, isto é, para elementos que não estejam sujeitos a fenómenos de instabilidade, para secções da Classe 1, Classe 2 e Classe 3.

Para elementos com secções transversais da Classe 4, que não sejam peças traccionadas, a temperatura crítica tem um valor constante de  $\theta_{a,cr} = 350^\circ C$ .

O cálculo da temperatura crítica para elementos sujeitos a fenómenos de instabilidade, como por exemplo a encurvadura em elementos comprimidos e a encurvadura lateral em elementos sujeitos a flexão, é um cálculo iterativo pois a equação (2.74) só fornece  $\mu_0 = k_{y,\theta}$  independente da temperatura se a resistência do elemento for directamente proporcional à tensão de cedência do aço, como acontece nos elementos traccionados e nos elementos sujeitos a flexão simples sem risco de encurvadura lateral.

O cálculo da temperatura crítica para elementos sujeitos a fenómenos de instabilidade (elementos comprimidos por flexão sujeitos à encurvadura lateral) deverá ser um processo iterativo, uma vez que a resistência não é directamente proporcional à tensão de cedência do aço, [2.13] [2.16]. Este processo iterativo é apresentado na Figura 2.15.

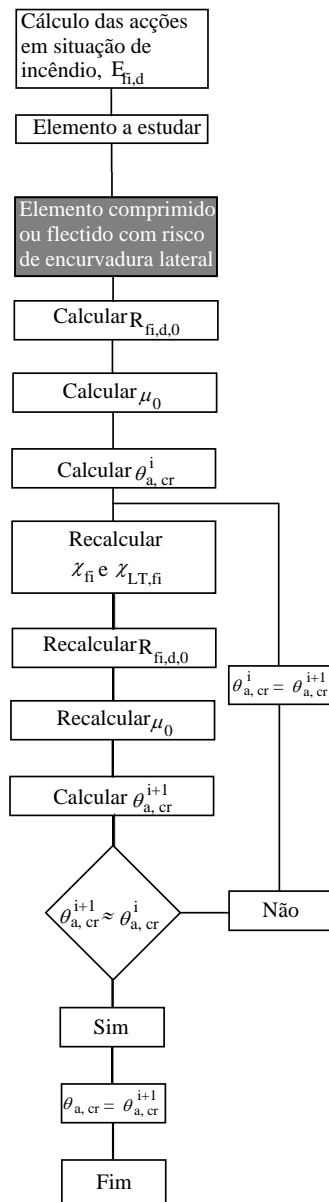


Figura 2.15 – Procedimento de cálculo da temperatura crítica, [2.13].

### 2.3.1.3- Domínio do tempo

No domínio do tempo, o valor de cálculo do tempo resistente ao fogo segundo a curva de incêndio padrão ISO834, ou outra curva de incêndio nominal, que é o tempo necessário para que o elemento de aço atinja a temperatura crítica, deve ser inferior ao tempo requerido regulamentarmente. Se  $t_{fi,d} \geq t_{fi,requ}$  o elemento tem resistência

suficiente, caso contrário é necessário escolher um novo elemento ou protegê-lo com um material termicamente isolante.

A evolução da temperatura em elementos de aço expostos ao fogo é proporcional ao factor de massividade do elemento. O factor de massividade é uma característica do perfil que, para elementos sem protecção térmica, é dada pela equação (2.75).

$$\frac{A_m}{V} \quad (2.75)$$

No caso de uma secção rectangular de parede fina, o Eurocódigo 3 parte 1.2 admite uma distribuição uniforme da temperatura na secção transversal, pelo que o aumento da temperatura,  $\Delta\theta_{a,t}$ , de um elemento sem protecção ao fogo, durante um intervalo de tempo,  $\Delta t$ , é dado por [2.15]:

$$\Delta\theta_{a,t} = k_{sh} \frac{A_m/V}{c_a \rho_a} \dot{h}_{net,d} \Delta t \quad (2.76)$$

em que  $k_{sh}$  representa o factor de correcção para o efeito de sombra,  $A_m/V$  o factor de massividade do elemento não protegido,  $c_a$  o calor específico de aço e  $\dot{h}_{net,d}$  o valor de cálculo da densidade de fluxo de calor, dado pela equação (2.81). Este fluxo é dado pela soma da parcela devida à radiação e à convecção ( $\dot{h}_{net,d} = \dot{h}_{net,c} + \dot{h}_{net,r}$ ).

Para secções em I, sujeitas a curvas de incêndio nominais, o factor de correcção para o efeito de sombra é dado por:

$$k_{sh} = 0,9 \frac{[A_m/V]_b}{[A_m/V]} \quad (2.77)$$

em que  $[A_m/V]_b$  é o factor de massividade calculado como se o perfil tivesse protecção em caixão.

Na Figura 2.16, encontra-se representada a variação da temperatura no aço, em função do tempo de exposição ao fogo padrão ISO834.

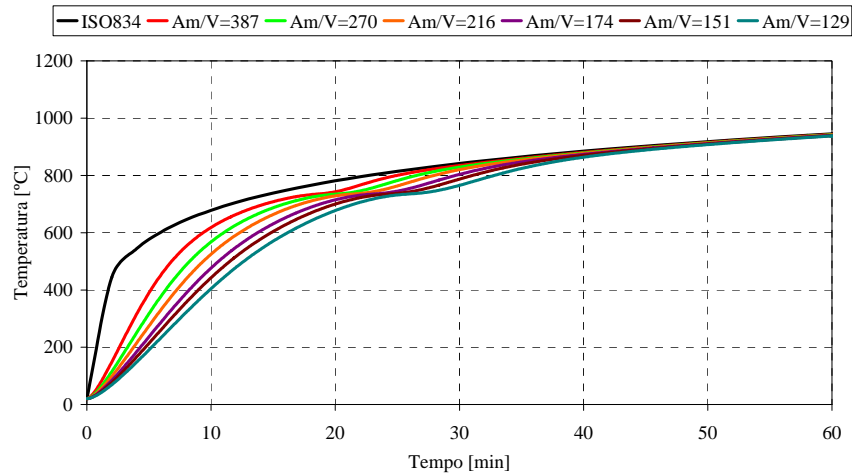


Figura 2.16 – Evolução da temperatura para diferentes valores de massividade do elemento sujeito ao fogo em 4 lados.

A Figura 2.17 apresenta a variação da massividade para diferentes gamas de perfis. Para um perfil IPE100 exposto ao fogo em 4 lados, a massividade toma o valor de  $[A_m/V] = 387 [m^{-1}]$  e  $[A_m/V]_b = 300 [m^{-1}]$ .

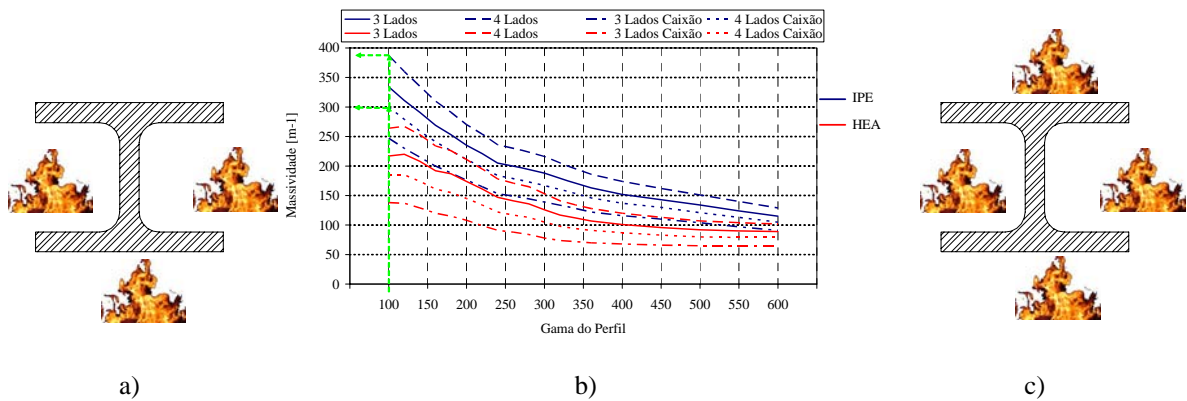


Figura 2.17 – a) Perfil exposto ao fogo em três lados. b)Massividade para diferentes gamas de perfis. c) Perfil exposto ao fogo em quatro lados

Os regulamentos de segurança contra incêndio, [2.17], estabelecem que os elementos estruturais devem possuir uma resistência ao fogo suficiente para limitar a ocorrência de colapso durante a evacuação das pessoas e o combate ao incêndio. Pelo

apresentado, a altura do edifício desempenha um papel importante na definição da classe de resistência ao fogo.

Para edifícios de habitação unifamiliares, os elementos estruturais que desempenham funções de suporte devem possuir uma resistência ao fogo de pelo menos EF30, desde que constituídos por materiais não combustíveis. Para edifícios de altura superior a 9m, mas inferior a 28 m, os elementos estruturais devem ser da classe de resistência ao fogo EF60.

### 2.3.2- Caracterização da acção térmica

Os parâmetros que governam o comportamento de um incêndio são complexos. Um dos factores que mais influencia o comportamento de um incêndio é o tipo de combustível existente no compartimento, assim como a sua dimensão e ventilação do espaço. Estes factores definem a densidade de carga de incêndio,  $q_{f,k}$ .

O cálculo estrutural ao fogo deve contemplar, para além das acções mecânicas, as acções térmicas que determinam a evolução da temperatura nos elementos estruturais.

O fogo é considerado uma acção de acidente, pelo que o efeito das acções em situação de incêndio,  $E_{fi,d,t}$ , deve englobar as acções directas, como as acções permanentes ( $G_k$ ) e as acções variáveis ( $Q_{k,1}$ ), assim como as acções indirectas resultantes das restrições às dilatações térmicas e o efeito da temperatura nas propriedades mecânicas do aço ( $A_d$ ). A combinação da acção accidental a considerar é definida no Eurocódigo 1 parte 2.2, [2.13]:

$$\sum G_k + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} + \sum A_d \quad (2.78)$$

O Eurocódigo permite, no entanto, obter o valor de cálculo dos efeitos das acções em situação de incêndio,  $E_{fi,d,t}$ , em função do efeito das acções à temperatura ambiente  $E_d$ , [2.15].

$$E_{fi,d,t} = \eta_{fi} E_d \quad (2.79)$$



em que  $\eta_{fi}$  é o factor de redução para o valor de cálculo do nível de carregamento em situação de incêndio, dado por:

$$\eta_{fi} = \frac{G_k + \psi_{1,1} Q_{k,1}}{\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1}} \quad (2.80)$$

e  $\gamma_G$  é o coeficiente parcial de segurança da acção permanente à temperatura ambiente ( $\gamma_G = 1.35$ ) e  $\gamma_{Q,1}$  o coeficiente parcial de segurança da acção variável principal à temperatura ambiente ( $\gamma_{Q,1} = 1.5$ ).

### 2.3.2.1- Mecanismos de transferência de calor

As acções térmicas, provenientes de curvas de incêndio nominais, são definidas em termos de uma densidade de fluxo de calor incidente na superfície fronteira do elemento,  $\dot{h}_{net,d}$ , que considera a componente do fluxo devida à convecção,  $\dot{h}_{net,c}$  e a componente devida à radiação,  $\dot{h}_{net,r}$ , representados na Figura 2.18. Este fluxo de calor permite o cálculo da temperatura à superfície do elemento estrutural em função da temperatura dos gases do incêndio.

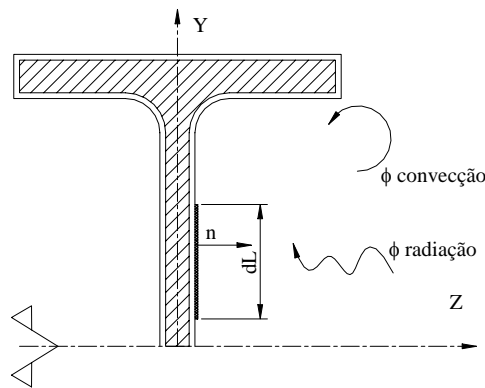


Figura 2.18 - Representação dos fluxos de calor na fronteira.

A densidade de fluxo é determinada de acordo com o Eurocódigo 3, através de:

$$\dot{h}_{ne,d} = \dot{h}_{ne,r} + \dot{h}_{ne,c} \quad [W / m^2] \quad (2.81)$$

Durante o processo térmico de aquecimento, as trocas de calor por radiação mostram-se mais significativas, especialmente para temperaturas elevadas, em comparação com as trocas de calor por convecção, como se pode verificar na Figura 2.19.

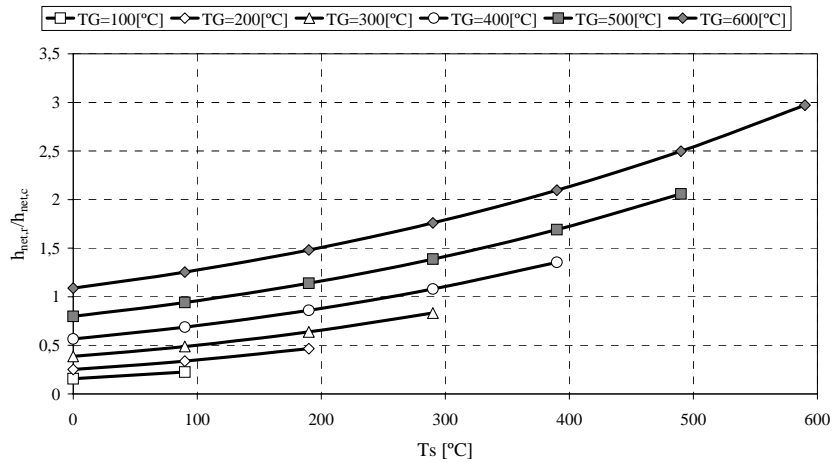


Figura 2.19 – Comparação entre as trocas de calor por radiação e por convecção.

### 2.3.2.1.1 Transferência de calor por convecção

A convecção surge da mistura de fluidos, líquidos ou gasosos, que se encontram a temperaturas distintas, resultando diferentes densidades. Usualmente em situação de incêndio, a transferência de calor por convecção envolve gases quentes do incêndio que passam por um elemento estrutural inicialmente frio, transferindo calor ou energia. A taxa de aquecimento depende da velocidade do fluido à superfície do objecto, propriedades térmicas do fluido e do sólido, bem como da temperatura do sólido, [2.18].

A fórmula geral de transferência de calor por convecção é dada por:

$$\dot{h}_{net,c} = \alpha_c (\theta_g - \theta_m) \quad [W/m^2] \quad (2.82)$$

$\alpha_c$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção e pode ser obtido pelos princípios de transferência de calor, utilizando as propriedades do fluido e a geometria do sólido. O Eurocódigo 1, [2.14], estabelece o valor igual a  $25 [W/m^2K]$  para a curva

de incêndio padrão e para a curva de incêndio de elementos exteriores e ainda o valor de  $50 [W/m^2 K]$  para a curva de incêndio de hidrocarbonetos.

### 2.3.2.1.2 Transferência de calor por radiação

A radiação é a forma de transferência de calor mais significativa, para temperaturas superiores a  $400 [^{\circ}C]$ , porque a energia transferida entre corpos está relacionada com a potência de grau quatro da temperatura. A radiação transfere energia através de ondas electromagnéticas que são absorvidas por qualquer corpo que consiga “ver” o corpo emissor. Este fluxo de calor é dado por:

$$\dot{h}_{net,r} = \Phi \varepsilon_f \varepsilon_m 5,67 \times 10^{-8} [(\theta_r + 273)^4 - (\theta_m + 273)^4] \quad [W/m^2] \quad (2.83)$$

em que  $\Phi$  é o factor de forma, que deve assumir o valor unitário,  $\varepsilon_m$  é a emissividade do elemento, de valor igual a 0.7 para aços ao carbono e betão e 0.4 para o aços inoxidáveis,  $\varepsilon_f$  é a emissividade do compartimento de incêndio, considerada como  $\varepsilon_f = 1$ .

A temperatura  $\theta_r$  representa o valor da temperatura de radiação na vizinhança do elemento, podendo considerar-se igual a  $\theta_g$ , enquanto que  $\theta_m$  representa a temperatura na superfície do elemento. O valor  $5.67 \times 10^{-8} [W/m^2 K^4]$  corresponde à constante de Stefan Boltzmann.

### 2.3.2.1.3 Transferência de calor por condução

A forma de transferência de calor por condução envolve a interacção entre de um ou mais materiais, contacto físico de superfícies. Este modo de transferência é importante no caso do estudo dos gradientes de temperatura na secção recta de um elemento sem protecção térmica, exposto ao fogo. Para perfis com protecção ao fogo, por exemplo tintas intumescentes ou placas de protecção, a condução é o modo de

transferência de calor mais importante, já que o aço não se encontra exposto à radiação do fogo ou em contacto com os seus gases, [2.18].

Pela primeira lei da termodinâmica e pela Lei de Fourier, a condução de calor no elemento é representada por:

$$\nabla^2 T(x, y, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} \quad (2.84)$$

onde  $\alpha$  é a difusividade térmica ( $= k / \rho c_p$ ) ( $[m^2 / s]$ ), em que  $c_p$  é o calor específico do material ( $[J / kgK]$ ) e  $k$  a condutividade do material ( $[W / mK]$ ).

A resolução da equação diferencial (2.84), obriga à imposição de duas condições de fronteira que podem ser do tipo;

- Temperatura prescrita ( $T_0$ ) na fronteira  $\Gamma_T$ , condição de fronteira essencial, também conhecida por condição de Dirichlet.

$$T = T_0 \quad (2.85)$$

- Condição de fronteira natural, também conhecida por condição de Neumann, fluxo prescrito ( $q_0$ ) na fronteira  $\Gamma_q$ .

$$q = q_x n_x + q_y n_y = -k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x - k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y = q_0 \quad (2.86)$$

$n_x$  e  $n_y$  são os co-senos directores da normal à fronteira.

## 2.4- Referências

- [2.1]. Mohri, F., Azrar, L., Potier-Ferry, M., “Flexural-torsional post-buckling analysis of thin-walled elements with open sections”, Journal of Constructional Steel Research, 39, pp 907-938, 2001.
- [2.2]. Lindner, J., “Stability of structural members: General report”, Journal of Constructional Steel Research, 55, pp 29-44, 2000.

- 
- [2.3]. Krenk, Steen, “Lectures on Thin-Walled Beams”, Department of Structural Engineering and Materials, Technical University of Denmark, January 1998.
- [2.4]. Timoshenko S.P.; Gere J.M.; “Theory of elastic stability”; McGraw Hill International editions – Mechanical Engineering series; 2nd edition; 1963.
- [2.5]. Saadé, K., Espion, B., Warzée, G.; “Non-uniform torsional behavior and stability of thin-walled elastic beams with arbitrary cross sections”, Thin – Walled Structures, 2004.
- [2.6]. ESDEP Society; European Steel Design Education Programme; UK; CD-ROM version; 1999.
- [2.7]. Trahair, N. S.; “Flexural Torsional Buckling of Structures”; E & FN SPON; USA; 1993.
- [2.8]. Pi, Young L.; Trahair, N. S.; “Prebuckling deflections and lateral Buckling. I: Theory”, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, nº 11, 2949-2966, 1992.
- [2.9]. Pi, Young L.; Trahair, N. S.; “Prebuckling deflections and lateral Buckling. II: Theory”, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, nº 11, 2967-2985, 1992.
- [2.10]. Mohri, F., Brouki, A., Roth, J.C., “Theoretical and numerical stability analyses of unrestrained, mono-symmetric thin-walled beams”, Journal of Constructional Steel Research, 59, pp 63-90, 2003.
- [2.11]. CEN ENV 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; April 1992.
- [2.12]. CEN prEN 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; Stage 49 – draft; May 2003.
- [2.13]. Vila Real, Paulo J. M. M.; “Incêndio em estruturas metálicas. Cálculo Estrutural”; Edições Orion; 1ª edição, Novembro de 2003.
- [2.14]. CEN ENV EN 1991 –2-2; “Eurocode 1, Basis of Design and Actions on Structures – Part 2-2: Actions on Structures – Actions on Structures Exposed to Fire”; 1995.
- [2.15]. CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; Abril, 2003.
- [2.16]. ECCS N° 89, “Fire Resistance of Steel Structures”, March, 1996.
- [2.17]. Regulamento de segurança contra incêndios em edifícios de habitação, Dec. Lei nº 64/90 de 21 de Fevereiro.
- [2.18]. Lewis, K.R., “Fire Design of Steel Members”, Fire Engineering Research Report, University of Canterbury, ISSN 1173-5996, March 2000.

# Capítulo 3

## Caracterização do Material a Temperaturas Elevadas

3.1- Introdução.....	3.2
3.2- Propriedades térmicas.....	3.3
3.2.1- Calor específico.....	3.3
3.2.2- Condutividade térmica .....	3.5
3.3- Variação das propriedades mecânicas com a temperatura .....	3.6
3.3.1- Coeficiente de dilatação térmica .....	3.10
3.3.2- Tensão de cedência.....	3.11
3.3.3- Módulo de elasticidade.....	3.12
3.4- Ensaio experimentais .....	3.14
3.4.1- Procedimento experimental .....	3.15
3.4.2- Ensaio de resistência.....	3.16
3.4.3- Ensaio de dureza .....	3.19
3.4.4- Análise metalográfica.....	3.20
3.4.5- Tensões residuais.....	3.21
3.5- Referências .....	3.26

### 3.1- Introdução

O comportamento estrutural ao fogo depende de várias variáveis. Estas incluem a degradação das propriedades a temperaturas elevadas e a rigidez da estrutura na envolvente ao compartimento do incêndio [3.1].

Na secção 2.3.1.3 mostrou-se que o cálculo da temperatura num elemento estrutural, sem protecção, sujeito a uma situação de incêndio, envolve os diversos mecanismos de transferência de calor. Em alternativa ao método de cálculo simplificado apresentado, podem ser utilizados métodos de cálculo avançados. Um dos métodos é a modelação numérica (por elementos finitos) do elemento estrutural em estudo, utilizando leis constitutivas do comportamento material, em que é necessário o conhecimento das propriedades térmicas e mecânicas do material em função da temperatura.

O método de dimensionamento preconizado pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2 [3.2], em situação de incêndio é semelhante ao utilizado à temperatura ambiente. Contudo, a capacidade de carga é modificada, sendo utilizados factores de redução do módulo de elasticidade e da tensão de cedência do aço, para contabilizar a perda de resistência a temperaturas elevadas.

As propriedades térmicas e mecânicas do aço são apresentadas no Eurocódigo 3 parte 1.2 e no Eurocódigo 3 parte 1.1, sendo consideradas como valores característicos.

Os valores de cálculo das propriedades térmicas em situação de incêndio são expressos a partir da expressão genérica (3.1), sempre que um aumento da propriedade tenha efeito favorável.

$$X_{fi,d} = \frac{X_{k,\theta}}{\gamma_{M,fi}} \quad (3.1)$$

Quando um aumento da propriedade tem um efeito desfavorável, o valor da propriedade deverá ser calculada de acordo com a expressão (3.2), em que  $X_{k,\theta}$  representa o valor característico das propriedades em situação de incêndio, função da temperatura  $\theta$  e  $\gamma_{M,fi}$  representa o factor parcial de segurança, de valor unitário todas as propriedades.

$$X_{fi,d} = \gamma_{M,fi} X_{k,\theta} \quad (3.2)$$

No caso das propriedades mecânicas,  $X_{k,\theta}$  é expresso por:

$$X_{k,\theta} = k_{\theta} X_k \quad (3.3)$$

em que  $X_k$  representa o valor característico da propriedade mecânica à temperatura ambiente e  $k_{\theta}$ , o respectivo factor de redução da propriedade em função da temperatura.

### 3.2- Propriedades térmicas

Para a resolução da equação diferencial (2.84) é necessário conhecer-se a variação das propriedades térmicas com a temperatura. No entanto certas propriedades, como a massa específica, devido à baixa variabilidade, é tomada como constante ou independente da temperatura.

#### 3.2.1- Calor específico

O calor específico de um material representa sua capacidade para armazenar calor ou energia. Quantitativamente, é a energia necessária para elevar em um grau um quilograma de aço.

O calor específico é das propriedades térmicas do aço cuja variação com a temperatura é mais acentuada. Segundo o Eurocódigo 3 Parte 1.2, [3.2], a variação com a temperatura é dada pela equação (3.4).



$$\begin{aligned}
 c_a &= 425 + 0.773\theta_a - 1.69 \times 10^{-3} \theta_a^2 + 2.22 \times 10^{-6} \theta_a^3 & 20 \leq \theta_a < 600^\circ C \\
 c_a &= 666 + \frac{13002}{738 - \theta_a} & 600 \leq \theta_a < 735^\circ C \\
 c_a &= 545 + \frac{17820}{\theta_a - 731} & 735 \leq \theta_a < 900^\circ C \\
 c_a &= 650 & 900 \leq \theta_a < 1200^\circ C
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

em que  $\theta_a$  representa a temperatura do aço.

A versão de 1995 do Eurocódigo 3 Parte 1.2 [3.3] contemplava a possibilidade de se utilizar um valor constante desta propriedade, para métodos de cálculo simplificados, o que simplificaria a obtenção da solução da equação (2.76).

$$C_a = 600 \quad 20^\circ C < \theta_a \leq 1200 [^\circ C]
 \tag{3.5}$$

A variação gráfica é apresentada na Figura 3.1.

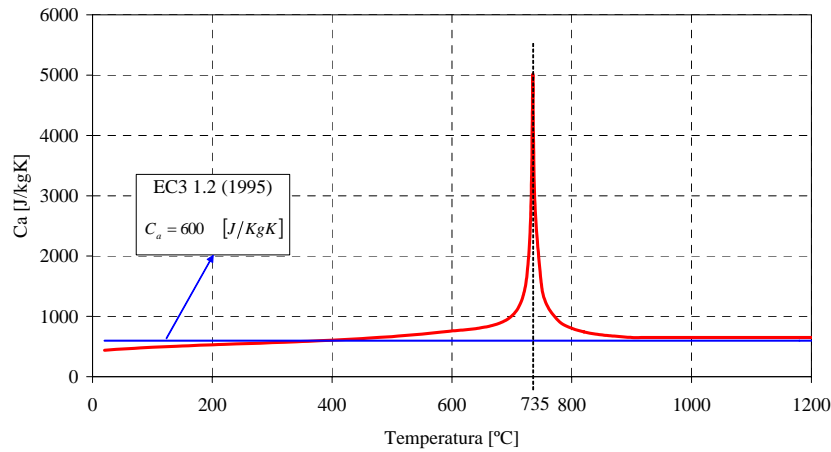


Figura 3.1 - Calor específico em função da temperatura.

A descontinuidade que se verifica para temperaturas próximas de 735°C corresponde à mudança de fase do aço, de ferrite para austenite. O aumento do calor específico está associado ao calor latente existente durante esta transformação.

### 3.2.2- Condutividade térmica

A condutividade térmica varia ligeiramente com o tipo de aço e diminui com o aumento da temperatura. Segundo o Eurocódigo 3 Parte 1.2 [3.2] deve ser contabilizada a variação da condutividade térmica,  $\lambda_a$ , em função da temperatura do aço,  $\theta_a$ , conforme apresentado na equação (3.6).

$$\begin{aligned} \lambda_a &= 54 - 0.0333\theta_a & 20^\circ\text{C} \leq \theta_a < 800^\circ\text{C} \\ \lambda_a &= 27.3 & 800^\circ\text{C} \leq \theta_a \leq 800^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Esta propriedade assume grande importância no estudo dos gradientes térmicos de um elemento sujeito a uma situação de incêndio. Para cálculos aproximados, a condutividade térmica pode ser tomada como constante e de valor igual a  $\lambda_a = 45 \text{ [W/mK]}$ , segundo recomendação do Eurocódigo 3 Parte 1.2, versão de 1995 [3.3].

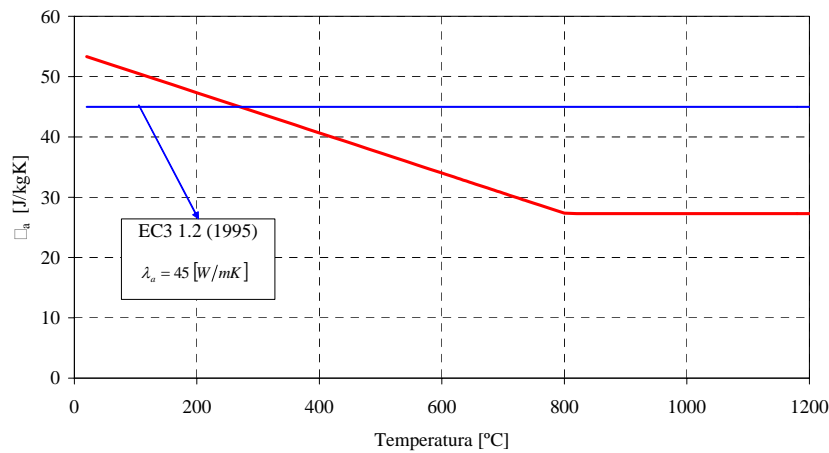


Figura 3.2 - Condutividade térmica em função da temperatura.

No trabalho numérico apresentado no capítulo 5, a condutividade não assume um papel relevante, sendo assumida uma distribuição da temperatura constante na espessura dos elementos finitos de casca. Relativamente aos ensaios experimentais, esta propriedade já influencia a distribuição da temperatura na espessura do perfil.

### 3.3- Variação das propriedades mecânicas com a temperatura

As propriedades mecânicas são os parâmetros mais importantes não só para o dimensionamento estrutural, mas também para a modelação numérica de elementos estruturais de parede fina. Como as propriedades mecânicas são substancialmente afectadas pela temperatura, deve ser dada uma especial atenção a partir de temperaturas de 95 [°C] [3.4].

O comportamento estrutural ao fogo depende de inúmeras variáveis. Estas incluem a degradação das propriedades do material a temperaturas elevadas e a rigidez da estrutura na envolvente do compartimento de incêndio. Elementos estruturais sujeitos a temperaturas e gradientes elevados originam grandes deslocamentos e esforços axiais resultantes de constrangimentos axiais.

Sob a acção de cargas constantes, os elementos podem sofrer deformações contínuas no tempo, fluência. À temperatura ambiente e para estados de tensão não elevados, a fluência pode ser desprezada, ao contrário do que se passa para tensões e temperaturas maiores, em que esta pode ser significativa. A composição química e o processo de fabrico influenciam o comportamento à fluência, o que torna difícil uma distinção para todos os tipos de aços. A fluência só pode ser medida sob condições estacionárias em que a deformação de fluência pode ser separada das deformações térmicas e das originadas pelo estado de tensão [3.5][3.1].

Os primeiros modelos estabelecidos para descrever o comportamento do aço em situação de incêndio utilizavam modelos de cálculo simplificados. Estes modelos consistiam em extrapolar o comportamento do material à temperatura ambiente para a situação de temperaturas elevadas.

Testes transientes, produzidos por Rubert e Schaumann, em perfis IPE80 e IPE120 com taxas de aquecimento entre 160 e 1920 [°C/h], permitiram estabelecer expressões elípticas analíticas que descrevem o comportamento do material até à cedência, [3.6]. Este modelo, adoptado no Eurocódigo 3 Parte 1.2, inclui de uma forma implícita a fluência do material nas relações tensão – deformação. No entanto, os ensaios transientes e os estacionários são efectuados em cerca de uma hora, pelo que incluem uma quantidade limitada do comportamento por fluência [3.4].

Outinen e Mäkeläinen, [3.7][3.8][3.9], realizaram ensaios de tracção transientes e estacionários em provetes de material S355, S420M e S460M para um intervalo de

temperaturas entre 20 e 700 [°C]. Segundo estes autores, os ensaios transientes fornecem resultados mais realísticos, especialmente para aços carbono.

Os ensaios transientes são executados com a aplicação de uma carga constante nos provetes sujeitos a uma taxa de aquecimento constante. Durante o ensaio são medidos os valores da temperatura e da deformação, estabelecendo-se curvas temperatura – deformação, Figura 3.3 a). Os resultados são convertidos em curvas tensão – deformação, às quais são subtraídas as deformações térmicas Figura 3.3 b).

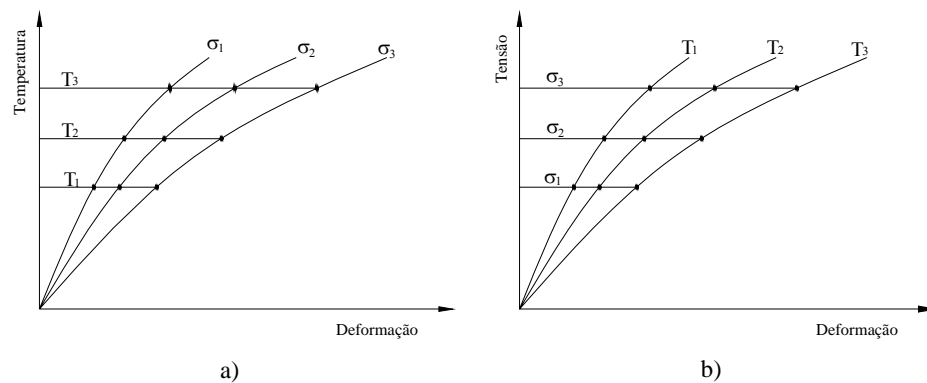


Figura 3.3 - Conversão das curvas tensão – deformação dos ensaios transientes.

As curvas tensão – deformação obtidas permitem a obtenção dos valores do módulo de elasticidade e da tensão de cedência.

À temperatura ambiente é frequente utilizar-se como referência o patamar de cedência para definir a tensão de cedência superior,  $R_{eH}$ , e a tensão de cedência inferior,  $R_{eL}$ . Em alternativa poderá ser utilizado um valor de referência de deformação permanente, sendo o mais comum 0.2%. Como para temperaturas elevadas as curvas tensão – deformação são altamente não lineares, não existindo um patamar de cedência bem definido, o valor da tensão de cedência a temperaturas elevadas é obtida com base numa deformação de referência. A selecção do valor de referência, de 0.2% a 0.5% ou 2%, depende do tipo de elemento estrutural, do tipo de solicitação e do método de cálculo [3.10].

A norma BS 5950 Parte 8 considera, para o cálculo estrutural, deformações entre 0.5 e 2%. O valor da tensão de cedência a adoptar é influenciado pela existência de protecção ao fogo ou pela existência de uma laje colaborante [3.1].

A versão do Eurocódigo 3 Parte 1.2 de 2000, [3.3], especifica coeficientes de redução da tensão de cedência,  $K_{x,\theta}$ , obtida para uma deformação total de 1%. Esta tensão de cedência deve ser utilizada para situações em que o cálculo é efectuado com base em critérios de deformação. Para os restantes casos o cálculo deve ser efectuado com base no valor da tensão de cedência obtido para uma deformação total de 2%. A versão de 2003, [3.2], considera somente o cálculo estrutural com base na deformação total de 2%. A utilização de um valor constante, para qualquer temperatura, não é de todo consensual, estando relacionado com a utilização de toda a capacidade elástica do aço, [3.10].

A curva tensão – deformação preconizada pelo Eurocódigo 3 para elevadas temperaturas é a apresentada na Figura 3.4, podendo ser dividida em quatro fases.

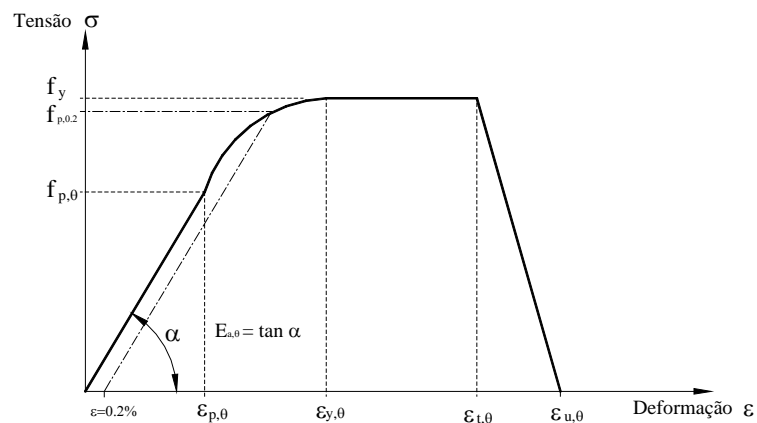


Figura 3.4 – Relações tensão – deformação a temperaturas elevadas.

A primeira fase representa o limite elástico, existindo proporcionalidade entre  $\sigma$  e  $\varepsilon$ . É caracterizada pelo valor  $f_{p,\theta}$ , tensão limite de proporcionalidade à temperatura  $\theta$  e pelo valor  $E_{a,\theta}$  que representa o módulo de elasticidade. A relação tensão deformação é expressa através da lei de Hooke, pela equação seguinte.

$$\sigma_{a,\theta} = E_{a,\theta} \times \varepsilon \quad (3.7)$$

A segunda fase é caracterizada pelo início da cedência do material, é formalmente parametrizada por  $f_{y,\theta}$ , tensão de cedência. A relação tensão – deformação nesta zona da curva é dada pela expressão que se segue.

$$\sigma_{a,\theta} = f_{p,\theta} - c + \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon)^2} \quad (3.8)$$

Os valores dos parâmetros a, b, c são representados pelas funções das expressões (3.9).

$$\begin{aligned} a^2 &= (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta}) \left( \varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta} + \frac{c}{E_{a,\theta}} \right) \\ b^2 &= E_{a,\theta} (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta}) c + c^2 \\ c &= \frac{(f_{y,\theta} - f_{p,\theta})^2}{E_{a,\theta} (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta}) - 2(f_{y,\theta} - f_{p,\theta})} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Esta fase elíptica é limitada por  $\varepsilon_{y,\theta} = 2\%$ . O módulo tangente severá ser obtido pela expressão (3.10).

$$E_{a,\theta} = \frac{b(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon)}{a \sqrt{a^2 - (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon)^2}} \quad (3.10)$$

A terceira fase é caracterizada por um patamar de tensão constante em que é desprezado o endurecimento por deformação. Para temperaturas inferiores a 400 [°C] o Eurocódigo 3 Parte 1.2 estabelece expressões alternativas para esta fase, incorporado o endurecimento por deformação. Neste caso o patamar é definido por uma tensão máxima dada por  $f_{u,\theta}$ , dependente da temperatura do aço.

Para não se obter uma ductilidade numericamente infinita, foi adicionada uma zona linear decrescente, entre  $\varepsilon_{t,\theta} = 15\%$  e  $\varepsilon_{u,\theta} = 20\%$  de deformação. Neste caso a tensão é dada pela equação (3.11).

$$\sigma_{a,\theta} = f_{y,\theta} \left[ 1 - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{t,\theta})}{(\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon_{t,\theta})} \right] \quad (3.11)$$

### 3.3.1- Coeficiente de dilatação térmica

Um elemento estrutural de aço quando é aquecido sofre uma dilatação térmica, relacionada com a variação da deformação térmica com a temperatura. A razão entre a deformação térmica e a temperatura denomina-se de coeficiente de dilatação térmica. Para temperaturas inferiores a 100 [°C] o aço possui um coeficiente de dilatação térmica aproximadamente constante e igual a  $\alpha = 1 \times 10^{-5} [^{\circ}C^{-1}]$ .

As relações entre a deformação térmica, proveniente da dilatação térmica, e a temperatura, prescritas pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2 são as apresentadas na equação (3.12).

$$\begin{aligned} \frac{\Delta l}{l} &= 1.2 \times 10^{-5} \theta_a + 0.4 \times 10^{-8} \theta_a^2 - 2.416 \times 10^{-4} & 20 \leq \theta_a < 750^{\circ}C \\ \frac{\Delta l}{l} &= 1.1 \times 10^{-2} & 750 \leq \theta_a < 860^{\circ}C \\ \frac{\Delta l}{l} &= 2 \times 10^{-5} \theta_a - 6.2 \times 10^{-3} & 860 \leq \theta_a < 1200^{\circ}C \end{aligned} \quad (3.12)$$

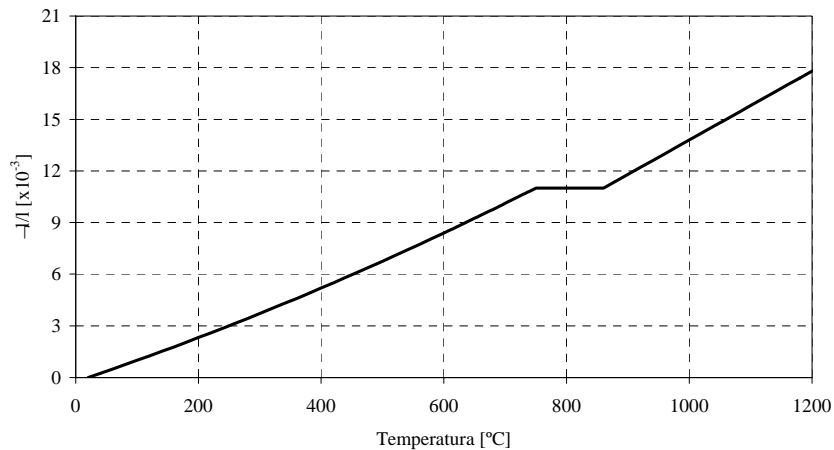


Figura 3.5 – Variação do coeficiente de dilatação térmica com a temperatura.

A Figura 3.5 apresenta a variação do coeficiente de dilatação térmica com a temperatura. A dilatação térmica aumenta linearmente até aproximadamente 700 [°C], instante correspondente ao início da transformação de fase. Esta transformação de fase

origina uma contracção do material, de cerca 15% da expansão ocorrida entre 20 e 700 [°C], representada simplificada pelo patamar da figura. Após a transformação de fase do material assume novamente uma variação linear.

### 3.3.2- Tensão de cedência

A capacidade resistente do aço diminui drasticamente com o aumento da temperatura. A 700 °C possui apenas 23% da capacidade resistente à temperatura ambiente, a 800 °C já só possui 11% e a 900 °C restam somente 6%. A Tabela 1 fornece a variação da tensão de cedência do aço em função da temperatura, definida através de um factor de redução  $k_{y,\theta}$ . Os valores propostos no Eurocódigo apresentam-se na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Valores do coeficiente de redução da tensão de cedência.

Temperatura [°C]	$k_{y,\theta}$
20	1.00
100	1.00
200	1.00
300	1.00
400	1.00
500	0.78
600	0.47
700	0.23
800	0.11
900	0.06
1000	0.04
1100	0.02
1200	0.00

Para valores intermédios aos apresentados na Tabela 3.1 deve ser usada uma interpolação linear. A sua representação gráfica é apresentada na Figura 3.6, sendo de realçar que a tensão de cedência se mantém constante até 400 [°C].



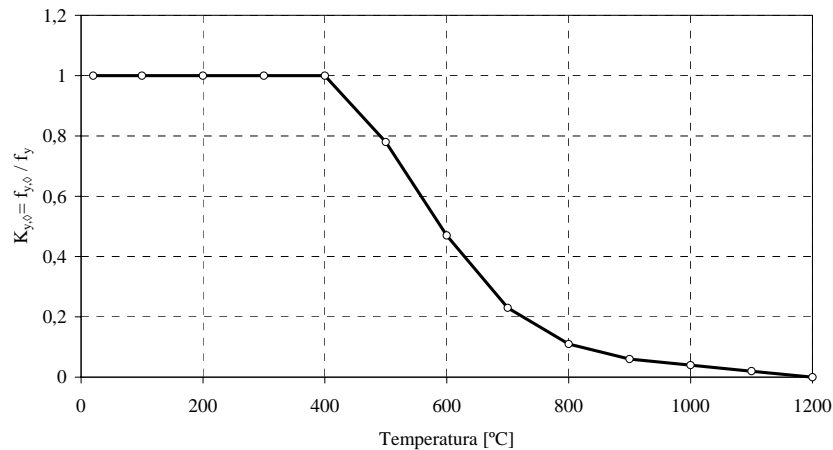


Figura 3.6 - Factor de redução da tensão de cedência para aços.

Os valores de  $k_{y,\theta}$  na Tabela 1 podem ser substituídos pelos valores que obtêm através da equação (3.13), desde que obedeçam à condição apresentada.

$$k_{y,\theta} = \left[ 0,9674 \left( e^{\frac{\theta - 482}{39,19}} + 1 \right) \right]^{-1/3,833} \leq 1 \quad (3.13)$$

### 3.3.3- Módulo de elasticidade

O valor do módulo de elasticidade diminui com a temperatura. Esta variação é menos significativa para valores elevados de temperatura.

A Figura 3.7 representa a variação desta propriedade através de um factor de redução. Este factor representa o quociente entre o valor da propriedade a uma determinada temperatura e o valor de referência a 20 [°C]. Por exemplo, à temperatura de 500 [°C] o valor do módulo de elasticidade é 60 % do seu valor à temperatura ambiente.

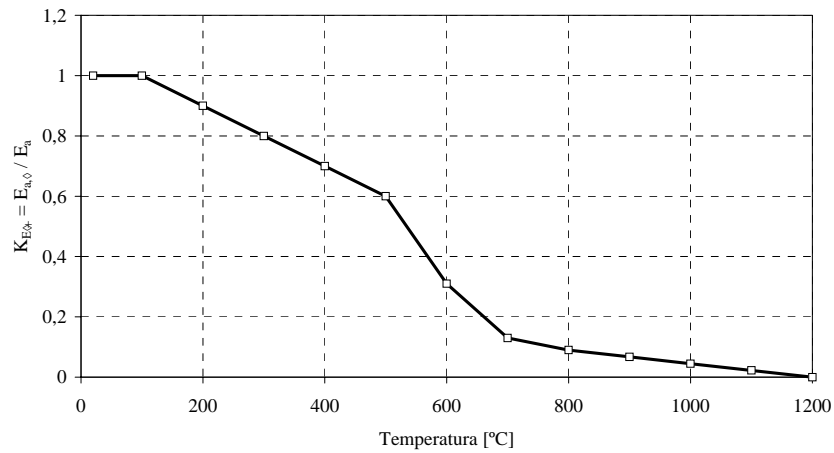


Figura 3.7 - Factor de redução do módulo de elasticidade.

A variação proposta pelo Eurocódigo resulta de valores tabelados de 20 a 1200 [°C], admitindo-se uma variação linear entre os valores apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Valores do coeficiente de redução do Módulo de elasticidade

Temperatura [°C]	$k_{E,\theta}$
20	1.0000
100	1.0000
200	0.9000
300	0.8000
400	0.7000
500	0.6000
600	0.3100
700	0.1300
800	0.0900
900	0.0675
1000	0.0450
1100	0.0225
1200	0.0000

Alternativamente, os valores de  $k_{E,\theta}$ , apresentados na Tabela 3.2, podem ser substituídos pelos que se obtêm pela equação (3.14), desde que obedeçam à condição apresentada, [3.3].

$$K_{E,\theta} = \frac{1.1 - 0.001\theta_a}{e^{(\theta_a - 500)} + 1} + 220 \frac{e^{(-0.006\theta_a - 3)}}{e^{(500 - \theta_a)} + 1} \leq 1.0 \quad (3.14)$$

### 3.4- Ensaios experimentais

A capacidade de carga de um elemento, após a acção de um incêndio, depende essencialmente da duração do acidente, fase de aquecimento e arrefecimento e da temperatura crítica.

Durante um incêndio, o material é sujeito a elevadas temperaturas e gradientes térmicos que podem produzir transformações metalúrgicas de acordo com o diagrama de equilíbrio do aço da Figura 3.8. Este comportamento micro estrutural tem um papel decisivo nas propriedades mecânicas.

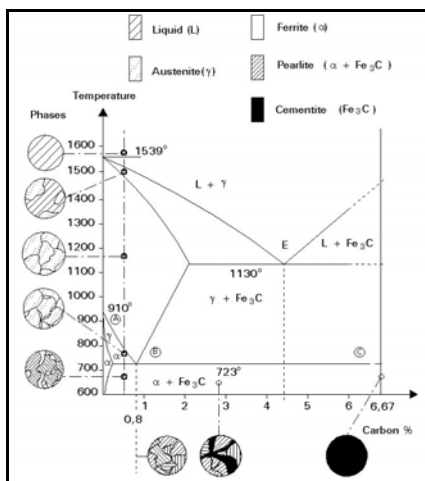


Figura 3.8 – Diagrama de equilíbrio ferro – carbono, [3.11].

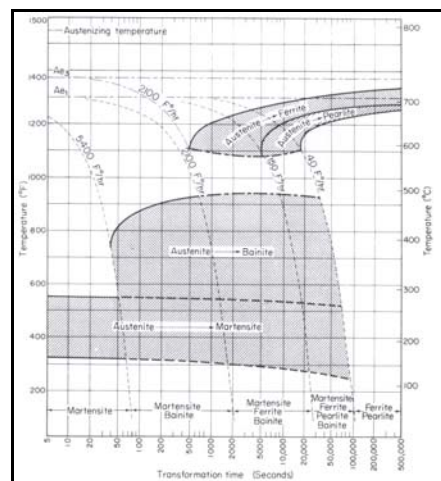


Figura 3.9 – Curvas de arrefecimento contínuo, [3.12].

Em geral, aços submetidos a temperaturas elevadas e a posteriores baixas taxas de arrefecimento, possuem uma transformação metalúrgica que segue o diagrama de equilíbrio de fases ferro – carbono. Para taxas de arrefecimento elevadas, devem ser analisadas as curvas de transformação tempo – temperatura (TTT), representadas na Figura 3.9.

Curvas de diferentes inclinações representam o efeito da taxa de arrefecimento. Um arrefecimento lento conduz à formação de estruturas compostas por perlite e ferrite.

O mesmo material quando sujeito a uma taxa de arrefecimento intermédia permite a transformação perlite/ferrite a altas temperaturas, mas sofre uma transformação para bainite a temperaturas inferiores, resultando numa mistura de perlite e bainite. As taxas de arrefecimento elevadas produzem compostos martensíticos ou martensíticos/bainíticos.

Para avaliar o comportamento do material após a exposição ao fogo, foram efectuados alguns ensaios experimentais, [3.13], que a seguir se descrevem.

### 3.4.1- Procedimento experimental

Vários troços de viga, de um metro de comprimento, foram submetidos a diferentes níveis de temperatura e taxas de arrefecimento, arrefecimento natural e em água. Foram comparados os valores obtidos em termos da resistência à tracção, dureza (HRB e HRC) e avaliada a respectiva microestrutura do material. A fase de aquecimento foi obtida através de resistências electro cerâmicas e mantas para isolamento térmico em fibra de vidro, garantindo uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h], Figura 3.10. A temperatura foi controlada em dois pontos, por meio de dois termopar e o arrefecimento controlado através de um termopar.

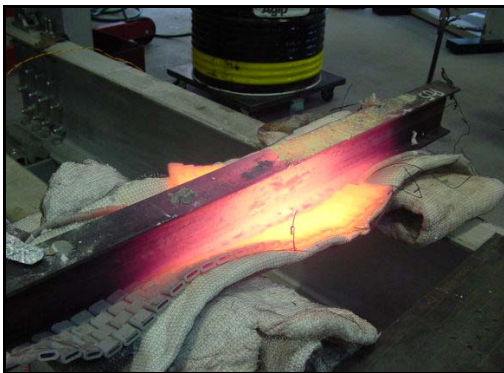


Figura 3.10 – Viga aquecida a 800 [°C] durante 1h.



Figura 3.11 – Sistema de arrefecimento forçado.

Foram obtidas as propriedades mecânicas do aço de construção S275 JR, com 0.16% C, 1.15% Mn, 0.24% Si, 0.008% P, 0.01% S, 0.05% Cr, 0.05% Ni, 0.01% Mo entre outros elementos presentes no certificado do fabricante, à temperatura ambiente e

a temperaturas elevadas, após um arrefecimento natural e um arrefecimento forçado em água.

O arrefecimento forçado em água foi efectuado mergulhando a viga num recipiente com água à temperatura ambiente, conforme apresentado na Figura 3.11. Quando um elemento metálico a temperaturas elevadas é imerso num meio aquoso à temperatura ambiente, a variação da temperatura depende do tempo. Numa primeira fase, a água entra em contacto com o elemento e aquece rapidamente até ao seu ponto de ebulição, transformando-se em vapor, formando uma camada em torno do elemento que impede o contacto com a água no estado líquido. À medida que o material arrefece a geração de vapor diminui e a água em estado líquido entra em contacto com o metal, aumentando a taxa de arrefecimento. Quando é removido calor suficiente, já não é possível transformar líquido em vapor e o começa o arrefecimento no estado líquido [3.14].

### 3.4.2- Ensaios de resistência

Para quantificar a resistência mecânica do aço foram efectuados ensaios de tracção em provetes, acordo com a norma NP EN 10002-1 [3.15], retirados da alma de perfis IPE100, conforme apresentado na Figura 3.12.



Figura 3.12 – Geometria e localização dos provetes.

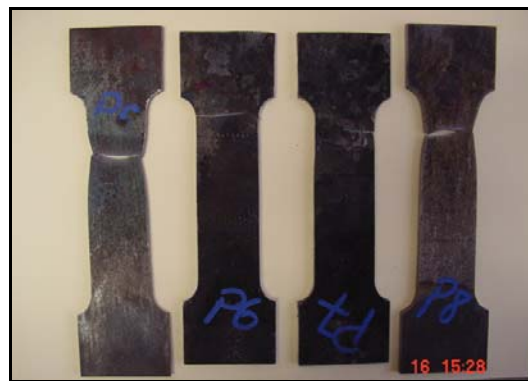


Figura 3.13 – Provetes após o ensaio.

Com o objectivo de averiguar a influência da temperatura e do processo de arrefecimento a que o material se encontra sujeito, foram executados ensaios de

caracterização do material à temperatura ambiente, a temperaturas elevadas com arrefecimento natural e forçado.

Os ensaios de tracção foram realizados na máquina de ensaios universal Instron 4885, efectuando-se o registo das curvas tensão – deformação. Com estas curvas tensão – deformação foram obtidos os valores da tensão de cedência superior,  $R_{eH}$ , tensão de cedência inferior,  $R_{eL}$ , e tensão última,  $R_m$ . Com vista à comparação entre o comportamento dúctil e frágil são comparados os valores da tensão limite de proporcionalidade para uma deformação permanente de 0.2%,  $R_{p0.2}$ , e o valor da extensão após rotura,  $A_t$ .

Na Tabela 3.3 são apresentados os resultados obtidos em provetes à temperatura ambiente. Os resultados demonstram que o valor da tensão de cedência é muito superior ao valor referido pelo fabricante.

Tabela 3.3 – Resultados à temperatura ambiente.

Provete	$R_{eH}$ [MPa]	$R_{eL}$ [MPa]	$R_m$ [MPa]	$R_{p0.2}$ [MPa]	$A_t$ [%]
P01	492	499	575	492	34.5
P02	511	493	592	507	33.5
P03	507	498	580	505	35.0
P04	525	508	597	518	28.9
Média ± D.P.	509± 14	500± 6	586± 10	506± 11	33.0± 2.8

A Tabela 3.4 apresenta os resultados de provetes sujeitos a uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h] e estabilizados às temperaturas definidas durante 1 hora. Ao fim deste período foram submetidos a um arrefecimento forçado em água.

Tabela 3.4 – Resultados de provetes submetidos a altas temperaturas com arrefecimento forçado.

Provete	Temperatura [°C]	$R_m$ [MPa]	$R_{p0.2}$ [MPa]	$A_t$ [%]
P05	500	498	391	20.60
P08	500	532	453	25.30
P13	500	552	469	40.00
P16	500	576	493	37.00
P12	600	575	500	24.35

Tabela 3.4 – Resultados de provetes submetidos a altas temperaturas com arrefecimento forçado, (continuação).

Provete	Temperatura [°C]	$R_m$ [MPa]	$R_{p0.2}$ [MPa]	$A_t$ [%]
P14	600	506	429	31.00
P15	600	512	382	30.00
P09	700	506	294	22.12
P06	800	974	687	1.74
P07	800	988	717	7.10
P11	800	987	786	9.67
P10	850	1140	758	9.76

Outros provetes foram sujeitos às mesmas condições de aquecimento mas com um arrefecimento natural (muito mais lento). Os resultados são os apresentados na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 - Resultados de provetes submetidos a diferentes temperaturas com arrefecimento natural.

Provete	Temperatura [°C]	$R_m$ [MPa]	$R_{p0.2}$ [MPa]	$A_t$ [%]
P17	500	515	482	36.98
P20	500	580	501	36.76
P18	600	485	410	29.61
P19	600	474	390	36.86

Os resultados evidenciam que os provetes sujeitos a temperaturas elevadas e arrefecidos rapidamente em água, tendem a ter um comportamento mais frágil com o aumento dessa mesma temperatura, desde que ultrapassem o valor da temperatura de transformação alotrópica, realçado pela análise dos valores da tensão última e da extensão após rotura. Os resultados da Tabela 3.5 mostram que, nos provetes sujeitos a uma temperatura de 600 °C, existe uma diminuição da resistência de aproximadamente 100 [MPa], comparada com a resistência à temperatura ambiente, resultado do alívio das tensões residuais.

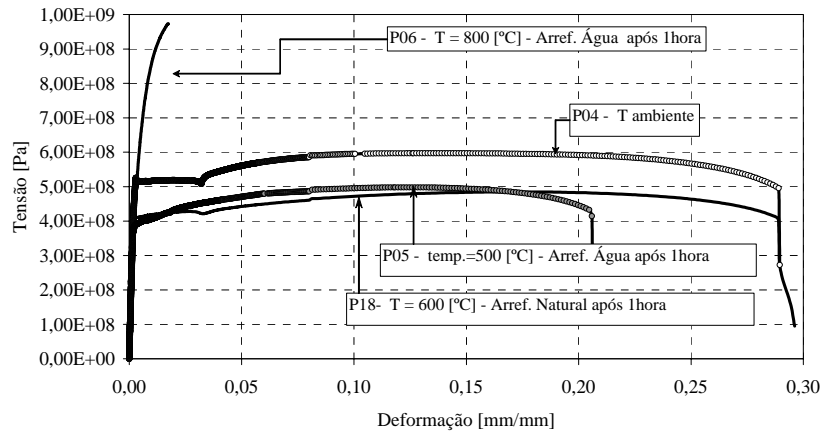


Figura 3.14 – Curvas tensão – deformação de provetes submetidos a diferentes condições.

Na Figura 3.14 são apresentadas algumas curvas típicas de tensão – deformação do material verificando-se a diminuição da ductilidade com o aumento da temperatura. A análise do provete P05, permite verificar que quando o material se encontra submetido a temperaturas inferiores à temperatura de transformação alotrópica, mesmo com um arrefecimento forçado em água, existe uma libertação das tensões residuais e uma diminuição da sua ductilidade.

Os provetes P17 e P20 não atingiram a temperatura de transição para o alívio das tensões residuais pelo que a sua curva tensão – deformação é semelhante às obtidas para a temperatura ambiente.

### 3.4.3- Ensaio de dureza

A dureza do material foi medida por penetração, utilizando as escalas de dureza Rockwell B e C. A precisão utilizada corresponde à definida na norma ISO716 e o método de acordo com a norma ISO 6508 e norma NP4072 [3.16]. O penetrador utilizado no ensaio Rockwell B é esférico com um diâmetro de 1/16'', sendo utilizada uma pré carga de 10 [Kgf] e uma carga de 100 [Kgf]. Para a escala Rockwell C é utilizado um penetrador de diamante a 120° com a mesma pré carga e com uma carga total de 150 [Kgf]. O tempo de carga e descarga em cada medição foi de 6[s].



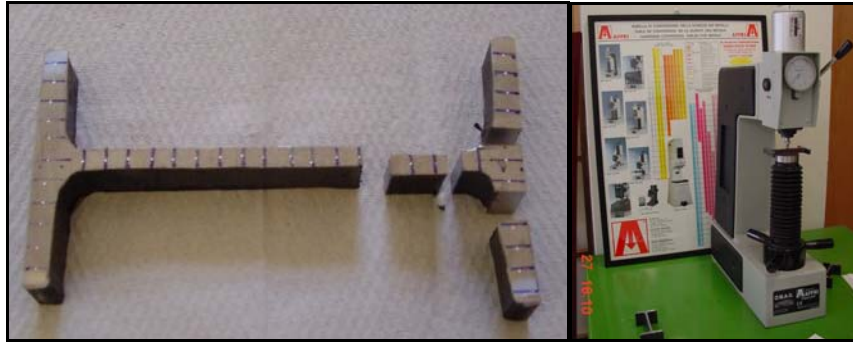


Figura 3.15 – Amostra da secção transversal e procedimento do ensaio.

Foram obtidos os valores de dureza em 39 pontos da secção transversal, desde o banzo superior passando pela alma até ao banzo inferior. A Tabela 3.6 apresenta os valores médios de dureza obtidos nas amostras recolhidas para diferentes condições.

Tabela 3.6 – Resultados de dureza para diferentes condições.

Amostras	Temperatura [°C]	Arref. água	Dureza HRB Média ± D.P.	Dureza HRC Média ± D.P.
1	20	-	92.9 ± 1.4	-
2	600	Sim	85.0 ± 3.2	-
3	600	Não	81.6 ± 3.3	-
4	800	Sim	-	38.6 ± 2.4
5	850	Sim	-	40.3 ± 4.2

A escala HRB foi utilizada para medir a dureza no material que se apresentava mais macio e a escala HRC para as amostras de micro estrutura previsivelmente mais duras. A diferença entre as amostras 1 e 2 não é significativa, enquanto que o valor máximo de dureza foi encontrado nas amostras sujeitas a transformação austenítica e a um processo de arrefecimento altamente energético.

#### 3.4.4- Análise metalográfica

Foram efectuadas análises metalográficas em amostras obtidas dos banzos e da alma na secção transversal, à temperatura ambiente e em elementos submetidos a 800 [°C] após arrefecimento rápido em água. A preparação da superfície das amostras

passou por uma fase de pré polimento, polimento e ataque químico. Para se obter um bom contraste das diferentes estruturas metalográficas, diferenciação das fases e tamanho do grão, aplicou-se um ataque químico composto por uma solução de 5 [cm<sup>3</sup>] de ácido nítrico mais 100 [cm<sup>3</sup>] durante um período máximo de 30 [s]. O procedimento adoptado é o referenciado em [3.17].

À temperatura ambiente, como seria de esperar, é possível distinguir duas fases de equilíbrio, compostas por ferrite e perlite, apresentadas na Figura 3.16.

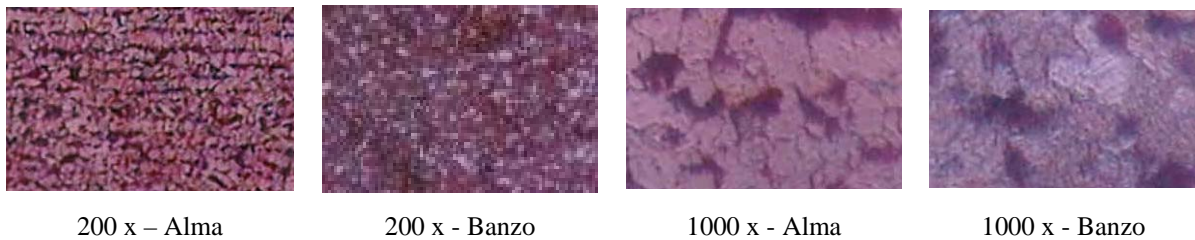


Figura 3.16 – Microestrutura do aço conforme recebido do fabricante.

Para o caso das amostras aquecidas a 800 [°C] durante uma hora e posterior arrefecimento rápido a microestrutura esperada é composta por martensite e eventualmente bainite, conforme a Figura 3.17.

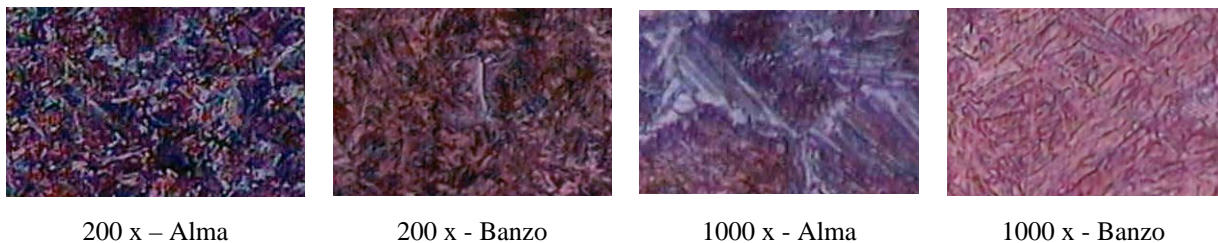


Figura 3.17 – Microestrutura do aço após uma hora a 800 [°C] e arrefecimento rápido.

Estes compostos martensíticos são responsáveis pelo comportamento frágil observado na Figura 3.14.

### 3.4.5- Tensões residuais

As tensões residuais verificadas num elemento estrutural ou num componente aparecem, mesmo sem a aplicação de nenhuma carga exterior ou de serviço. Processos

de fabrico como fundição, soldadura, maquinagem, moldação, tratamentos térmicos e outros, são as causas mais comuns nestes estados de tensão, ver Figura 3.18.



a) Arrefecimento não uniforme

b) Constrangimento termo-mecânico no processo.

Figura 3.18 - Processo de fabrico de perfis, [3.11].

Como resultado do processo de fabrico e durante o arrefecimento, as regiões mais expostas da secção à envolvente (extremidades das banzos e centro da alma) arrefecerão mais rapidamente. Estas zonas contraem mais rapidamente, induzindo escoamentos plásticos nas regiões de elevadas temperaturas e de arrefecimento lento, como são o caso das uniões das banzos com as almas. Subsequentemente, a contracção destas zonas referidas por último, são impedidas por aquelas primeiras zonas já arrefecidas, induzindo tensões residuais. O equilíbrio das tensões residuais nas últimas zonas a arrefecer ou qualquer trabalho mecânico introduzido para alinhamento dos perfis, pode causar a cedência local, modificando a distribuição de tensões [3.18].

As amplitudes e distribuição das tensões residuais podem variar consideravelmente com a geometria da secção recta e com os processos de arrefecimento e alinhamento. As distribuições idealizadas e medidas das tensões residuais em perfis laminados a quente são mostradas na figura seguinte.

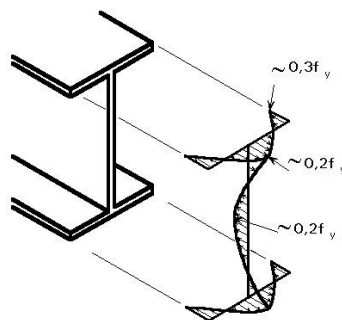


Figura 3.19 - Distribuição teórica de tensões residuais.

Na realidade, algumas distribuições de tensões residuais podem variar significativamente em relação à distribuição idealizada. Autores como Toh et al [3.19] assumem uma distribuição para as tensões residuais bitriangular, com o valor máximo de  $0.3f_y$  a  $0.5f_y$ .

O método do furo será utilizado para determinação das tensões, utilizando extensómetros em roseta, como se mostra na Figura 3.20. As tensões internas residuais nos componentes serão libertadas pelo furo efectuado. O posicionamento do furo deverá ser efectuado por um utensílio de furar apropriado.

Para libertar as tensões residuais, o material deverá ser furado, exactamente no centro da roseta. Esta operação deverá ser cuidada, uma vez que torna possível a modificação do estado de tensão residual, devendo portanto exercer a menor pressão possível nas paredes do furo.

A roseta é colada no local pretendido por um adesivo próprio após um tratamento superficial adequado, como apresentado na Figura 3.20.

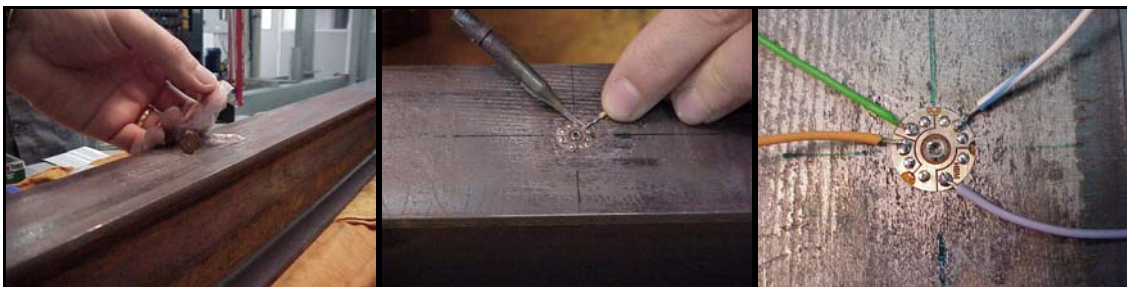


Figura 3.20 – Instalação da roseta de extensómetros.

O equipamento utilizado para furar o elemento estrutural recorre a um suporte magnético com ímans, sendo colocado por cima da zona de medição com a ajuda de um pino centrador. O furo é aberto manualmente com uma broca através de uma junta universal. A profundidade do furo é normalmente igual ao valor do diâmetro da broca ( $\phi = 1.5$  [mm]), ajustado através de um nivelador. Este método é considerado não destrutivo, [3.20], ou semi – destrutivo porque o dano provocado é muito localizado e não impede a sua reutilização, [3.21].

A roseta a utilizar apresenta três extensómetros, colocados da forma que se apresenta na figura seguinte, possuindo uma bucha de aço no centro da roseta para centrar o furo.

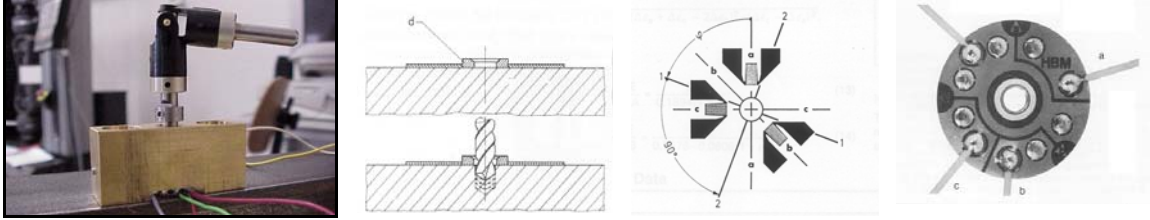


Figura 3.21 – Set up de medida das tensões residuais e roseta de extensómetros HBM RY61.

Foram efectuadas medições antes e após o material ser sujeito a temperaturas elevadas, com o objectivo de analisar o alívio das tensões residuais com o nível de temperatura.

O valor das tensões residuais é obtido pela medição das deformações segundo as direcções a, b e c, possibilitando a obtenção dos valores  $\Delta\varepsilon_a$ ,  $\Delta\varepsilon_b$  e  $\Delta\varepsilon_c$ . O estado de tensão é determinado pela teoria da elasticidade, obtendo-se as tensões principais  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e das suas respectivas direcções. A direcção principal 1 é determinada por aplicação do ângulo de orientação  $\varphi$  na direcção positiva à direcção da roseta. A direcção 2 estará rodada a  $90^\circ$  relativamente à primeira.

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctg \left( \frac{\Delta\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_c - 2\Delta\varepsilon_b}{\Delta\varepsilon_c - \Delta\varepsilon_a} \right) \quad (3.15)$$

As tensões principais determinam-se em função das deformações medidas pela expressão seguinte.

$$\sigma_{1,2} = -\frac{E}{4A}(\Delta\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_c) \pm \frac{E}{4B} \sqrt{(\Delta\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_c - 2\Delta\varepsilon_b)^2 + (\Delta\varepsilon_c - \Delta\varepsilon_a)^2} \quad (3.16)$$

Nesta equação  $E$  representa o módulo de elasticidade do material,  $A$  e  $B$  são constantes que se determinam de acordo com a equação (3.17).

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{a^2(1+\nu)}{2r_a r_i} \\
 B &= \frac{2a^2}{r_a r_i} \left[ 1 - \frac{a^2(1+\nu)(r_a^2 + r_a r_i + r_i^2)}{4r_a^2 r_i^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

Nas medições realizadas foram utilizadas rosetas de extensómetros do tipo A [3.21], com as seguintes características geométricas:  $a = 0.75$  [mm],  $r_i = 1.8$  [mm],  $r_a = 3.3$  [mm].

Desenvolvendo as equações (3.17) para os parâmetros apresentados, obtêm-se os valores de A e de B em função do coeficiente de Poisson.

$$\begin{aligned}
 A &= 0.04735(1+\nu) \\
 B &= 0.1894 - 0.01515(1+\nu)
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

A determinação das tensões principais é facilitada no caso de se explicitar a equação (3.16) da seguinte forma:

$$\sigma_{1,2} = -A^*(\Delta\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_c) \pm B^* \sqrt{(\Delta\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_c - 2\Delta\varepsilon_b)^2 + (\Delta\varepsilon_c - \Delta\varepsilon_a)^2}
 \tag{3.19}$$

em que:

$$\begin{aligned}
 A^* &= \frac{E}{4A} = \frac{E}{0.1894(1+\nu)} \\
 B^* &= \frac{E}{4B} = \frac{E}{0.7576 - 0.0606(1+\nu)}
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

Os resultados comprovam que a direcção principal 1 se encontra alinhada com a direcção da laminagem do perfil. Os resultados antes e após o alívio das tensões residuais são apresentados na Tabela 3.7. Estes mostram que este tipo de solicitação térmica reduz as tensões residuais existentes nos elementos estruturais.

Tabela 3.7 – Valores das tensões residuais e direcções principais.

Teste	Temperatura [°C] /	$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_2$ [MPa]	$\varphi$	$\sigma_c$ [MPa]
	Tempo de estágio [h] / Taxa Aquec [°C/h]				
Test 1	Não	165,0	96,7	100	162,9
Test 2	Não	191,0	121,0	109	183,6
Test 3	600 / 1 / 800	95,8	78,4	147	89,9

A tensão  $\sigma_c$  representa o estado de tensão na flange ao longo da direcção do perfil. Conforme representado na Figura 3.19, é de esperar uma distribuição simétrica na alma responsável pela mesma diferença encontrada nos ensaios de tracção dos provetes P18-P19 (da Tabela 3.5) e dos provetes P01-P04 (da Tabela 3.3).

### 3.5- Referências

- [3.1]. Lamont, S.; “The behaviour of multi-story composite steel framed structures in fire response to compartment fires”; Thesis submitted for Doctor of Philosophy. Degree, University of Edinburgh, 2001.
- [3.2]. CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; Abril, 2003.
- [3.3]. CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1.2: General rules – Structural fire design”; November, 2000.
- [3.4]. Lee, J. H., Mahendran, M., Makelainen, P.; “Prediction of mechanical properties of light gauge steels at elevated temperatures”; Journal of Constructional Steel Research, 59, pp 1517-1532, 2003.
- [3.5]. Zeng, J.L., Tan K.H., Huang, Z.F., “Primary creep buckling of steel columns in fire”, Journal of Constructional Steel Research, 59, pp 951-970, 2003.
- [3.6]. Rubert A.; Schumann P.; “Temperaturabhängige Werkstoffeigenschaften von baustahl bei Brandbeanspruchung”; Stahlbau; Verlag Wilh. Ernst & Sohn; Berlin; 54; Heft 3; 81-86; 1985.
- [3.7]. Outinen, Jyri; Kaitila, Olli; Mäkeläinen; “High-temperature testing of structural steel and modeling of structures at fire temperatures - Research report”; Helsinki University of Technology laboratory of steel structures publications - TKK-TER-23; Espoo 2001.
- [3.8]. Outinen, J.; Kesti, J.; Mäkeläinen, P.; “Fire design model for structural steel S355 based upon transient state tensile test results”, Journal of Constructional Steel Research, 42, N° 3, pp 161-169, 1997.

- 
- [3.9]. Mäkeläinen, P.; Outinen, J.; Kesti, J.; “Fire design model for structural steel S420M based upon transient-state tensile test results”, *Journal of Constructional Steel Research*, 48, pp 47-57, 1998.
- [3.10]. Franssen, J. M.; “Contributions a la modelisation des incendies dans les batiments et des leurs effets sur les structures”, thèse présentée en vue de l’obtention du grade d’Agrégé de l’Enseignement Supérieur, 1997-1998.
- [3.11]. ESDEP Society; European Steel Design Education Programme; UK; CD-Rom version; 1999.
- [3.12]. Pollack, Herman W.; “Materials Science and Metallurgy”; 4<sup>th</sup> edition, Prentice Hall – A reston book, 1988, USA.
- [3.13]. Piloto, P.A.G; Vila Real, Paulo; Mesquita, Luís; Vaz, M.A.P.; “Steel Mechanical Properties Evaluated At Room Temperature After Being Submitted At Fire Conditions”; XXX IAHS - World Congress on Housing Housing Construction, volume 3, pp 1545,1553, ISBN 972-9027-31-5;Coimbra, 09/09/2002
- [3.14]. Dalton, William; “The Technology of Metallurgy”; Maxwell Macmillan International; USA; 1994.
- [3.15]. NP EN 10002-1 – “Materiais metálicos – Ensaio de tracção. Parte 1: Método de ensaio (à temperatura ambiente)”; Novembro 1990.
- [3.16]. NP 4072 – “Materiais metálicos – Ensaio de dureza. Ensaio Rockwell (escalas HRBm e HR30Tm)”; Outubro 1990.
- [3.17]. NP1467 – “Aços e Ferros Fundidos – Preparação de provetes para metalografia”; Port. N° 321/77; Junho de 1977.
- [3.18]. Piloto, P.A.G.; “Análise experimental e numérica do comportamento de estruturas metálicas sujeitas à acção do fogo” – Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica; Porto; Portugal; Setembro 2000.
- [3.19]. Toh, W. S., Tan, K. H., Fung, T. C.; “Strength and Stabibility of steel frames in fire: Rankine approach”, *Journal of Structural Engineering*, vol 127, N° 4, Abril 2001.
- [3.20]. Hoffman Karl; “An introduction to measurements using strain gages”; HBM publisher; Germany; 1989.
- [3.21]. ASTM – Committee E28.13; “Standard Test Method for determining Residual Stresses by the Hole Drilling Strain Gage Method”; E837-01; USA; January 2002.



# Capítulo 4

## Análise Experimental da Encurvadura

### Lateral de Vigas

4.1- Introdução.....	4.2
4.2- Caracterização do comportamento do material .....	4.4
4.3- Caracterização das imperfeições .....	4.7
4.4- Equipamento e procedimento experimental .....	4.10
4.4.1- Equipamento estrutural.....	4.10
4.4.2- Equipamento térmico .....	4.13
4.4.3- Procedimento de ensaio.....	4.15
4.5- Resultados experimentais .....	4.16
4.6- Conclusões.....	4.22
4.7- Referências .....	4.23
Anexo A - Exemplo de cálculo da temperatura crítica de elementos sujeitos a encurvadura lateral. ....	4.25

#### 4.1- Introdução

Neste capítulo será apresentado um conjunto de resultados experimentais de vigas submetidas à encurvadura lateral em situação de incêndio. Estes ensaios são efectuados à escala real e visam a obtenção da temperatura crítica de vigas sujeitas a um carregamento mecânico pré determinado, aplicado a meio vão da viga.

Para a realização dos ensaios foi utilizado um pórtico de reacção e o equipamento térmico existente no Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais do Instituto Politécnico de Bragança. O equipamento térmico é composto por um sistema de potência térmica resistiva de 70 [kVA], por um conjunto de resistências electro – cerâmicas colocadas em contacto com o perfil em ensaio e ainda por uma manta de isolamento térmico. Para aplicação do carregamento mecânico, que se pretende constante, foi idealizado um sistema de aplicação de uma carga constante.

Os perfis IPE100<sup>1</sup>, de material S235, foram caracterizados quanto às imperfeições iniciais existentes e quanto à respectiva capacidade resistente.

Os comprimentos de encurvadura ensaiados foram obtidos de vigas com comprimentos de 6 [m]. Para cada comprimento de encurvadura foram efectuados três ensaios, identificados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Comprimentos de vigas ensaiados.

Comprimento de encurvadura [m]	Designação
1,5	L1.5-1
	L1.5-2
	L1.5-3
2,0	L2.0-1
	L2.0-2
	L2.0-3
2,5	L2.5-1
	L2.5-2
	L2.5-3
3,5	L3.5-1
	L3.5-2
	L3.5-3
4,5	L4.5-1
	L4.5-2
	L4.5-3

<sup>1</sup> Gentilmente cedidos pela empresa J. Soares Correia.

As vigas são solicitadas com o carregamento apresentado na Figura 4.1, composto por uma carga concentrada a meio vão da viga e por um carregamento distribuído, que representa o peso próprio do perfil, das resistências e das mantas de isolamento térmico.

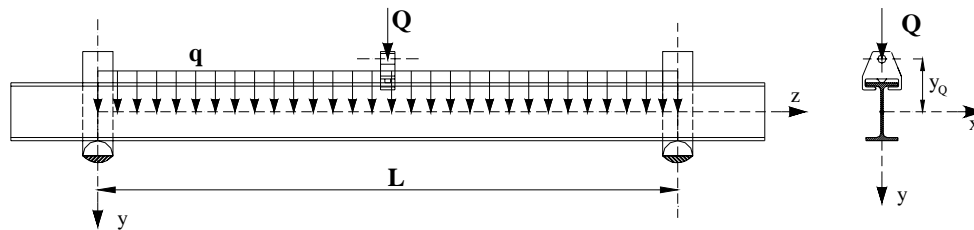


Figura 4.1 – Carregamento utilizado nos ensaios experimentais.

Na Tabela 4.2 é apresentado o valor da solicitação aplicada em cada viga, assim como o valor do grau de utilização e a respectiva temperatura crítica calculada pelo método cálculo simplificado do Eurocódigo 3 Parte 1.2, [4.10], apresentado na secção 2.3.1. O método de cálculo utilizado para o cálculo da temperatura crítica é apresentado no Anexo 4.1.

Tabela 4.2 – Carregamento aplicado e temperatura crítica.

Comprimento de encurvadura [m]	$q$ [N/m]	$Q$ [N]	$E_{f,d} = \frac{QL}{4} + \frac{qL^2}{8}$	$\mu_0 = \frac{E_{f,d}}{R_{f,d,0}}$	EC3-1.2 $\theta_{a,cr}$ [°C]
1,5	134,38	6086,12	2320,09	56 %	565,15
2,0	123,00	4315,52	2219,26	63 %	546,31
2,5	116,18	3043,06	1992,68	64 %	543,64
3,5	118,14	1521,53	1512,24	59 %	556,85
4,5	111,64	772,54	1151,69	53 %	575,48

Como o valor do carregamento distribuído é de baixa intensidade, comparado com o valor da carga concentrada, o diagrama de momentos resultante é aproximadamente do triangular.

Durante a execução dos ensaios foram registados os deslocamentos lateral e vertical a meio vão da viga, utilizando régua digitais.

## 4.2- Caracterização do comportamento do material

Para quantificar a resistência mecânica do aço dos perfis, foram efectuados 11 ensaios em provetes retirados da alma do perfil, através de uma operação de maquinagem, conforme representado na Figura 4.2.



Figura 4.2 – Maquinagem dos provetes.

As dimensões dos provetes foram obtidas com base na norma NP EN 10002-1 [4.1], para ensaios de tracção à temperatura ambiente. Segundo este documento, a ligação entre a zona útil do provete e as suas cabeças de amarração deverá ser efectuada através de troços de concordância. As cabeças de amarração podem possuir qualquer forma que seja adaptável aos dispositivos de fixação da máquina de ensaio. No caso de amostras de secção rectangular, o raio dos troços de concordância deverá ser igual ou superior a 12 [mm]. Para esta secção a norma sugere que a relação 8:1 entre a largura e a espessura do provete não seja ultrapassada.

O comprimento da zona útil deverá ser superior ou igual a:

$$L_c = L_0 + 1.5\sqrt{S_0} \quad (4.1)$$

$S_0$  representa a área da secção recta e  $L_0$  o comprimento inicial entre referências para medição das deformações, conforme expressão (4.2).

$$L_0 = 5.65\sqrt{S_0} \quad (4.2)$$

O comprimento total do provete é determinado em função da fixação das maxilas. As dimensões do provetes são as apresentadas na Figura 4.3.

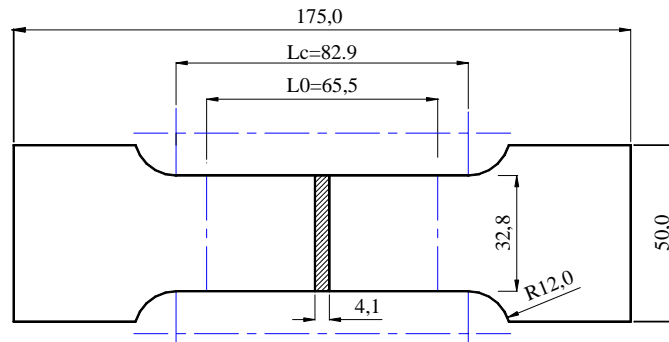
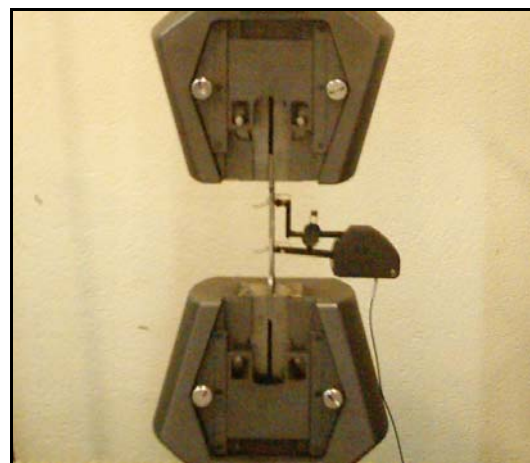


Figura 4.3 - Dimensões dos provetes ensaiados.

Os ensaios foram executados na máquina de ensaios universal Instron 4485, Figura 4.4a), com uma capacidade máxima de 200 [KN], seguindo o procedimento especificado na norma NP EN 10002-1 para a obtenção do valor da tensão de cedência e módulo de elasticidade.



a)



b)

Figura 4.4 – a) Máquina de ensaios universal Instron 4485. b) Instalação do extensômetro mecânico.

Com vista à obtenção do valor do módulo de elasticidade foi utilizado um extensômetro mecânico, apresentado na Figura 4.4b), com um comprimento inicial de referência de 50 [mm].

Os ensaios foram executados a uma velocidade de 2,54 [mm/min], registrando-se os valores da força e do deslocamento. Estes valores são convertidos em valores de tensão e deformação, com base no valor da área da secção recta da zona útil ( $4.1 \times 32.8$  [mm<sup>2</sup>]) e do comprimento entre referências.

A Figura 4.5 e a Figura 4.6 apresentam o comportamento do material, representado com base nas curvas tensão – deformação.

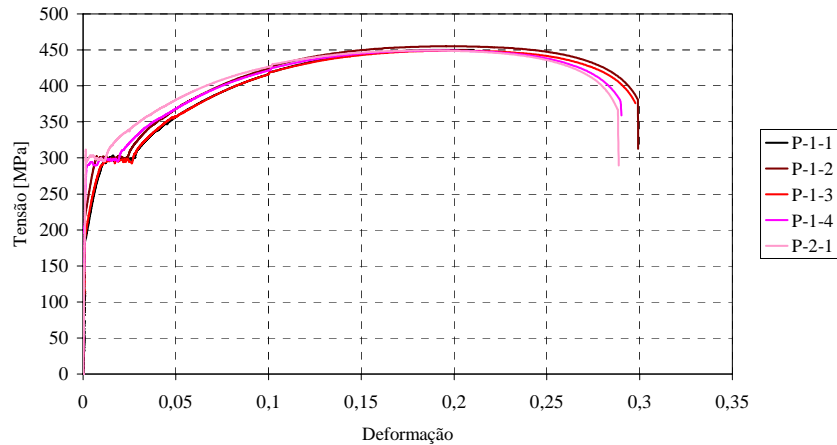


Figura 4.5 – Curva tensão – deformação dos provetes P-1-1 a P-2-1.

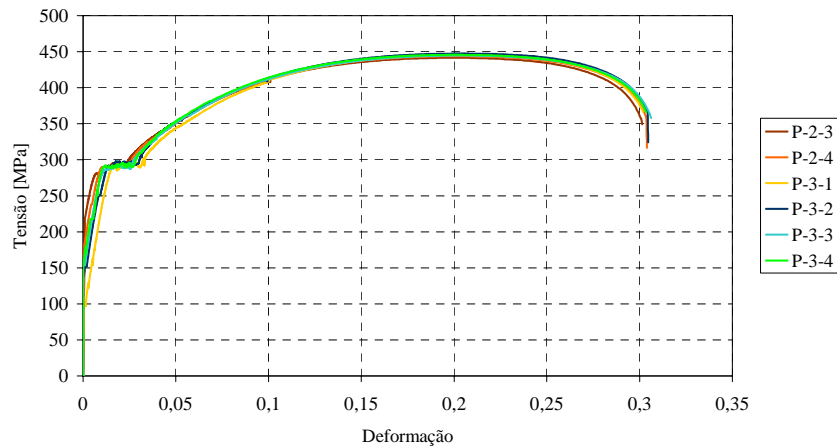


Figura 4.6 - Curva tensão – deformação dos provetes P-2-3 a P-3-4.

Com estas curvas tensão – deformação foram obtidos os valores da tensão de cedência superior,  $R_{eH}$ , tensão de cedência inferior,  $R_{eL}$ , tensão última,  $R_m$  e da extensão após rotura,  $A_t$ , cujos valores são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Resultado dos ensaios de tracção.

Provete	E [GPa]	R <sub>eH</sub> [MPa]	R <sub>eL</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	A <sub>t</sub> [%]
P-1-1	203,2	296,6	293,3	450,1	---
P-1-2	202,5	302,2	298,4	452,4	29,9
P-1-3	199,2	295,6	295,2	446,3	29,8
P-1-4	218,9	294,7	289,7	446,4	29,0
P-2-1	215,0	303,4	301,4	446,4	28,8
P-2-3	197,7	281,2	278,5	438,9	30,1
P-2-4	215,5	290,1	286,9	440,9	30,4
P-3-1	206,7	289,7	285,5	442,6	30,2
P-3-2	217,3	291,5	288,1	444,9	30,4
P-3-3	213,8	288,9	287,7	441,8	30,6
P-3-4	216,3	291,9	288,9	443,1	30,4
Média	209,7	293,2	290,3	444,9	30,0
D.P.	7,9	6,3	6,4	4,0	0,6

Os valores encontrados são inferiores ao esperado, quando comparados com o especificado no certificado de inspecção do fabricante. Este especifica os valores de  $f_y = 313 [MPa]$ ,  $R_m = 475 [MPa]$  e uma extensão  $A_t = 39\%$ .

A extensão do provete após rotura foi obtida com o comprimento após o ensaio. Na Figura 4.7 encontra-se visível a zona de estrição de cada provete e o seu estado após rotura.

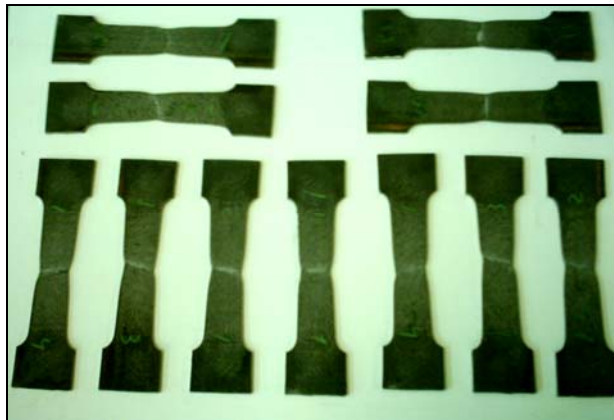


Figura 4.7 – Rotura dos provetes após o ensaio.

### 4.3- Caracterização das imperfeições

Todos os elementos estruturais exibem imperfeições devidas ao processo de fabrico, transporte, armazenagem e método de construção, [4.2]. Como estas

imperfeições se encontram no domínio das tolerâncias de fabrico, não são geralmente visíveis, não podendo ser precisamente quantificadas antes da sua utilização. No entanto devem ser contabilizadas no processo de dimensionamento de uma forma apropriada [4.3].

A teoria de estabilidade de elementos estruturais com imperfeições foi considerada e estabelecida inicialmente por Thomas Young [4.4]. Ayrton e Perry [4.5] introduziram o conceito de imperfeição geométrica global que continua a ser utilizado em diversos códigos de projecto de estruturas.

As imperfeições geométricas consideradas na análise de elementos estruturais podem ser agrupadas em imperfeições globais e locais. Estas imperfeições locais, como a distorção da secção recta, falta de esquadria e deformações da alma e do banzo, têm uma maior influência na resistência de secções transversais esbeltas, originando fenómenos de instabilidade locais. Para elementos cuja secção transversal é compacta, são as imperfeições globais que mais influenciam a resistência à encurvadura lateral. Exemplos destas imperfeições são as curvaturas lateral e vertical, devidas a deslocamentos laterais e verticais, e a rotação da secção transversal.

Os fabricantes de perfis fornecem valores para estas imperfeições, provenientes das tolerâncias do processo de laminagem. O Grupo Arbed [4.6], estabelece um valor máximo de amplitude para as curvaturas de  $0.003L$  para perfis em I de altura nominal inferior a 180 e os valores de  $0.0015L$  e  $0.001L$  para os perfis de altura nominal compreendidos entre  $180 < h \leq 360$  e  $h > 360$  respectivamente.

A imperfeição por curvatura lateral das vigas ensaiadas foi obtida através do controlo de vários pontos ao longo do comprimento, conforme apresentado na Figura 4.8.

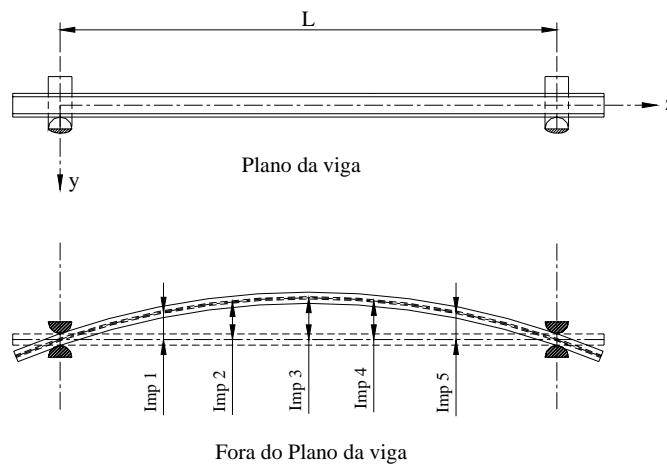


Figura 4.8 – Medição da imperfeição lateral dos perfis.



A amplitude da imperfeição, nos pontos de controlo, foi medida através de um nível com um apontador laser de Classe 2, conforme a Figura 4.9.



Figura 4.9 – Feixe laser para medição das imperfeições.

O feixe laser foi colocado no alinhamento do perfil e a imperfeição da viga medida em relação a este. Os resultados da medição das imperfeições de todas as vigas em teste encontram-se na Tabela 4.4, com excepção dos casos não medidos (NM).

Tabela 4.4 – Imperfeição lateral das vigas [mm], (NM- não medido).

		<b>Imp 1</b>	<b>Imp 2</b>	<b>Imp 3</b>	<b>Imp 4</b>	<b>Imp 5</b>
	<b>Coord z [m]</b>	-	<b>0.25</b>	<b>0.75</b>	<b>1.25</b>	-
<b>L=1,5 [m]</b>	L1.5-1	NM	0.03	0.08	0.00	NM
	L1.5-2	NM	0.00	0.10	0.00	NM
	L1.5-3	NM	0.05	0.05	0.05	NM
	<b>Coord z [m]</b>	-	<b>0.5</b>	<b>1.0</b>	<b>1.5</b>	-
<b>L=2,0 [m]</b>	L2.0-1	NM	0.05	0.10	0.05	NM
	L2.0-2	NM	0.05	0.50	0.00	NM
	L2.0-3	NM	0.05	0.10	0.05	NM
	<b>Coord z [m]</b>	<b>0.25</b>	<b>0.75</b>	<b>1.25</b>	<b>1.75</b>	<b>2.25</b>
<b>L=2,5 [m]</b>	L2.5-1	0.10	0.20	0.2	0.10	0.01
	L2.5-2	0.03	0.08	0.03	0.08	0.03
	L2.5-3	0.11	0.09	0.2	0.01	0.11
	<b>Coord z [m]</b>	<b>0.25</b>	<b>0.75</b>	<b>1.75</b>	<b>2.75</b>	<b>3.25</b>
<b>L=3,5 [m]</b>	L3.5-1	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00
	L3.5-2	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00
	L3.5-3	0.00	0.25	0.20	0.10	0.20
	<b>Coord z [m]</b>	<b>0.25</b>	<b>1.25</b>	<b>2.25</b>	<b>3.25</b>	<b>4.25</b>
<b>L=4,5 [m]</b>	L4.5-1	0.05	0.15	0.30	0.05	0.00
	L4.5-2	0.00	0.20	0.15	0.00	0.00
	L4.5-3	0.00	0.30	0.30	0.20	0.00

A curvatura existente nos perfis é semelhante à apresentada na Figura 4.8, sendo usualmente representada por uma função sinusoidal em função da amplitude máxima existente a meio vão, conforme a equação (4.3), [4.7][4.8].

$$u(z) = \frac{L}{1000} \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \quad (4.3)$$

Relativamente à secção transversal, Piloto [4.9], efectuou um controlo dimensional em 31 perfis IPE100, Tabela 4.5, no qual verificou um aumento de aproximadamente 4.0% do módulo plástico, relativamente ao especificado pelo fabricante.

Tabela 4.5 – Resultados do controlo dimensional da secção, [4.9].

Valor tabelado	h [mm]	b [mm]	tf sup.[mm]	tf inf. [mm]	tw [mm]	
Arbed	100	55	5,7	5,7	4,1	
Amostra	Média	100,5	55,9	6,3	6,4	4,0
	D.P.	0,23	0,60	0,25	0,22	0,14

Na tabela anterior, h representa a altura do perfil, b a largura, tf sup. e tf inf. a espessura do banzo superior e inferior, respectivamente, e tw a espessura da alma.

Na secção 5.3.1 é apresentado um estudo numérico da influência da imperfeição geométrica e de material na temperatura crítica.

#### 4.4- Equipamento e procedimento experimental

##### 4.4.1- Equipamento estrutural

O equipamento utilizado para os ensaios podem enquadrar-se numa área estrutural, para suporte das vigas a ensaiar, e numa área térmica para caracterização do aumento de temperatura.

Foi utilizado o pórtico de reacção, existente no Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais do Instituto Politécnico de Bragança, no qual é possível a execução de testes em vigas de diferentes secções transversais e comprimentos, apresentado na Figura 4.10.



Figura 4.10 – Pórtico de reacção.

Os apoios implementados no pórtico de reacção são móveis, Figura 4.11, permitindo o ensaio de vigas de diferentes comprimentos. Estes simulam um apoio simples de forquilha, o qual impede os deslocamentos lateral e vertical, permitindo o empenamento da viga.

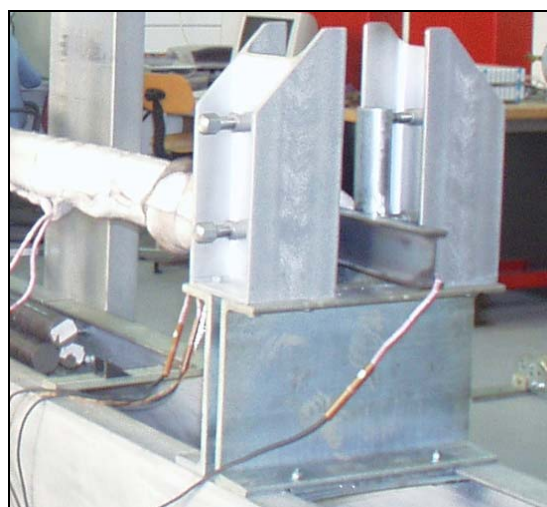


Figura 4.11 – Apoio simples de forquilha

O pórtico de reacção possui um sistema hidráulico de controlo de potência com dois actuadores de duplo efeito, com duas células de carga na sua extremidade. No entanto, como se pretende um carregamento aplicado constante durante a execução do ensaio, não é possível a utilização dos actuadores devido à diminuição da resistência da viga com o aumento da temperatura. Para a aplicação da carga foi idealizado um sistema de carga constante em que o valor, apresentado na Tabela 4.2, é obtido adicionando o número de varões de aço necessários, ver a Figura 4.12.

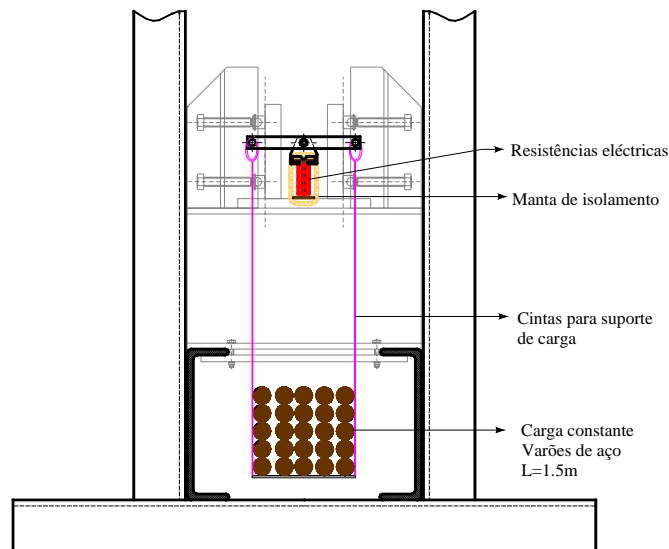


Figura 4.12 - Sistema de aplicação de carga.

Os varões são suspensos através de cintas ou correntes nas extremidades de um balancé, constituído por duas barras de aço que se encontram articuladas ao componente de interface da viga, apresentado na Figura 4.13.

Este sistema permite que, durante a execução do ensaio, a carga se mantenha aplicada na direcção vertical.

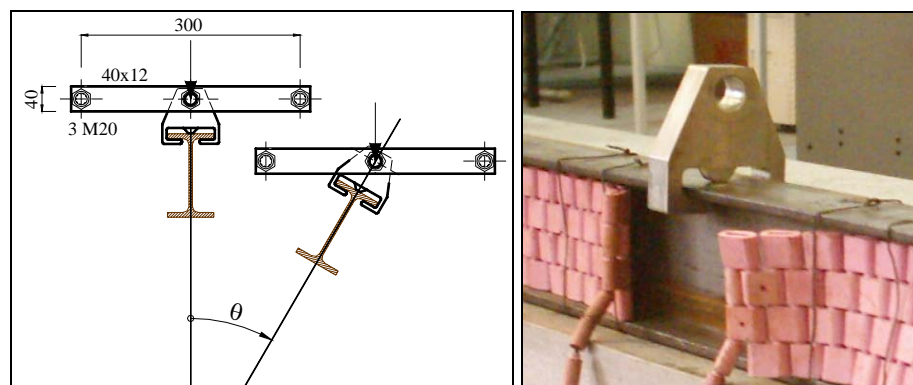


Figura 4.13 – Componente de interface da viga.

#### 4.4.2- Equipamento térmico

O sistema de aquecimento das vigas é efectuado por uma unidade eléctrica, ver a Figura 4.14, com uma capacidade de 6 canais, com uma potência útil de 10.8 [KW], resultando numa potência máxima admissível de 70 [kVA]. Cada uma das saídas permite a ligação de 4 resistências eléctricas cerâmicas, que em contacto com a viga produz o seu aquecimento, ver a Figura 4.15.

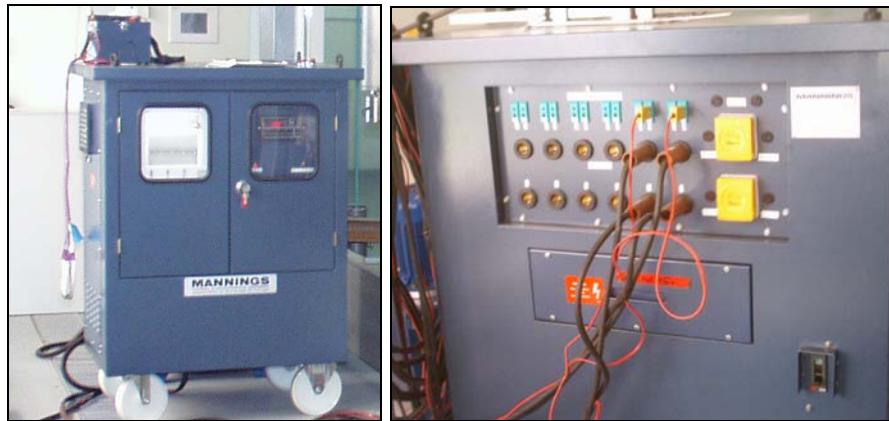


Figura 4.14 – Unidade geradora de potência térmica.

As resistências utilizadas possuem as dimensões de 600 [mm] por 85 [mm], com um peso de 27.07 [N/m]. São distribuídas sobre a alma do perfil para proporcionar um aquecimento uniforme ao longo do mesmo. A temperatura máxima admissível das resistências é de 1050 [°C].

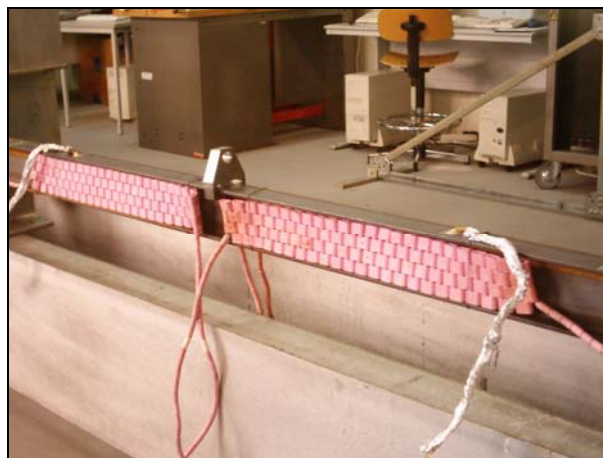


Figura 4.15 - Colocação das resistências eléctricas.

Para controlar a temperatura, a unidade de aquecimento possui um controlador programável, capaz de regular a variação da temperatura com o tempo e um sistema de registo em papel dessa mesma variação, apresentados na Figura 4.16.



Figura 4.16 - Controlador programável e sistema de registo.

O controlo e registo da evolução da temperatura são efectuados através de termopares do tipo “K” previamente soldados à viga. O processo de ligação é efectuado com uma unidade portátil de soldadura de termopares, mostrado na Figura 4.17, protegendo-se o local de soldadura com uma massa de protecção de termopares.

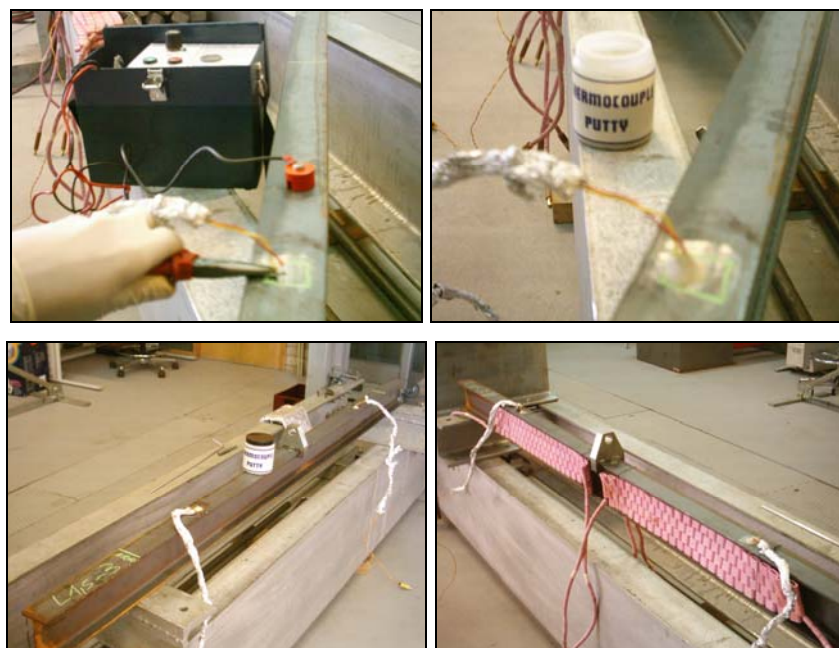


Figura 4.17 – Soldadura e protecção dos termopares.

O isolamento térmico das resistências e da viga é efectuado através de mantas de fibra de vidro com malha de aço inoxidável, conforme a Figura 4.18, com cerca de 25 [mm] de espessura, de dimensões 7200x600 [mm] e 900x300 [mm], com uma massa específica de 64 [kg/m<sup>3</sup>].



Figura 4.18 – Isolamento térmico das vigas.

#### 4.4.3- Procedimento de ensaio

Após a preparação das vigas e o ajuste dos apoios ao comprimento de encurvadura das mesmas, estas são colocadas em carga, da forma apresentada na Figura 4.12. A taxa de aquecimento utilizada para simular o efeito térmico foi de 800 [°C/h], sendo pré definida na unidade térmica. Para diminuir os constrangimentos à dilatação axial, produzidos pelos apoios, não foi colocado isolamento térmico nos apoios da viga, conforme se verifica na Figura 4.19.

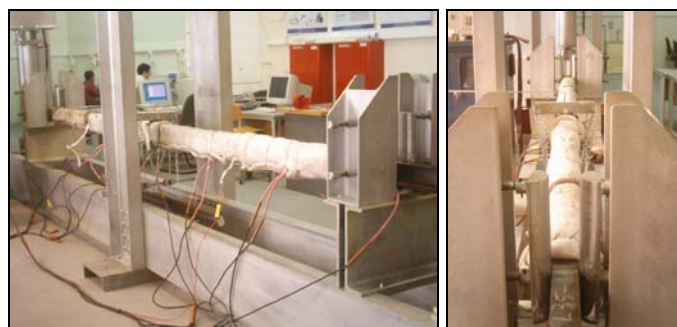


Figura 4.19 – Vigas no local dos apoios.

Com o aumento da temperatura, e conseqüente diminuição da capacidade resistente, a viga inicia o seu processo de deformação. Os deslocamentos a meio vão,

resultantes do carregamento mecânico e térmico, foram registados através de réguas digitais, segundo a Figura 4.20.

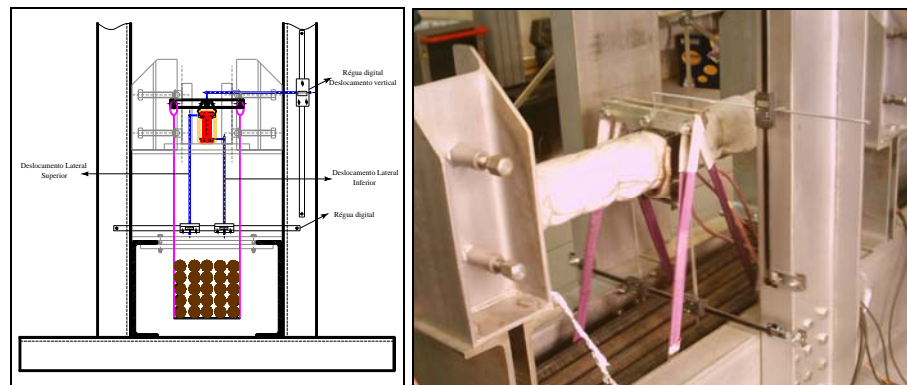


Figura 4.20 – Instalação das réguas digitais.

#### 4.5- Resultados experimentais

Durante a execução dos ensaios, a temperatura nas vigas foi controlada por termopares para garantir a taxa de aquecimento pretendida. Na Figura 4.22 são apresentadas as temperaturas registadas durante o ensaio das vigas ensaiadas.

Este controlo da temperatura permitiu garantir que a distribuição da temperatura na viga fosse o mais uniforme possível, como se verifica na Figura 4.21.



Figura 4.21 – Viga na fase final do ensaio.



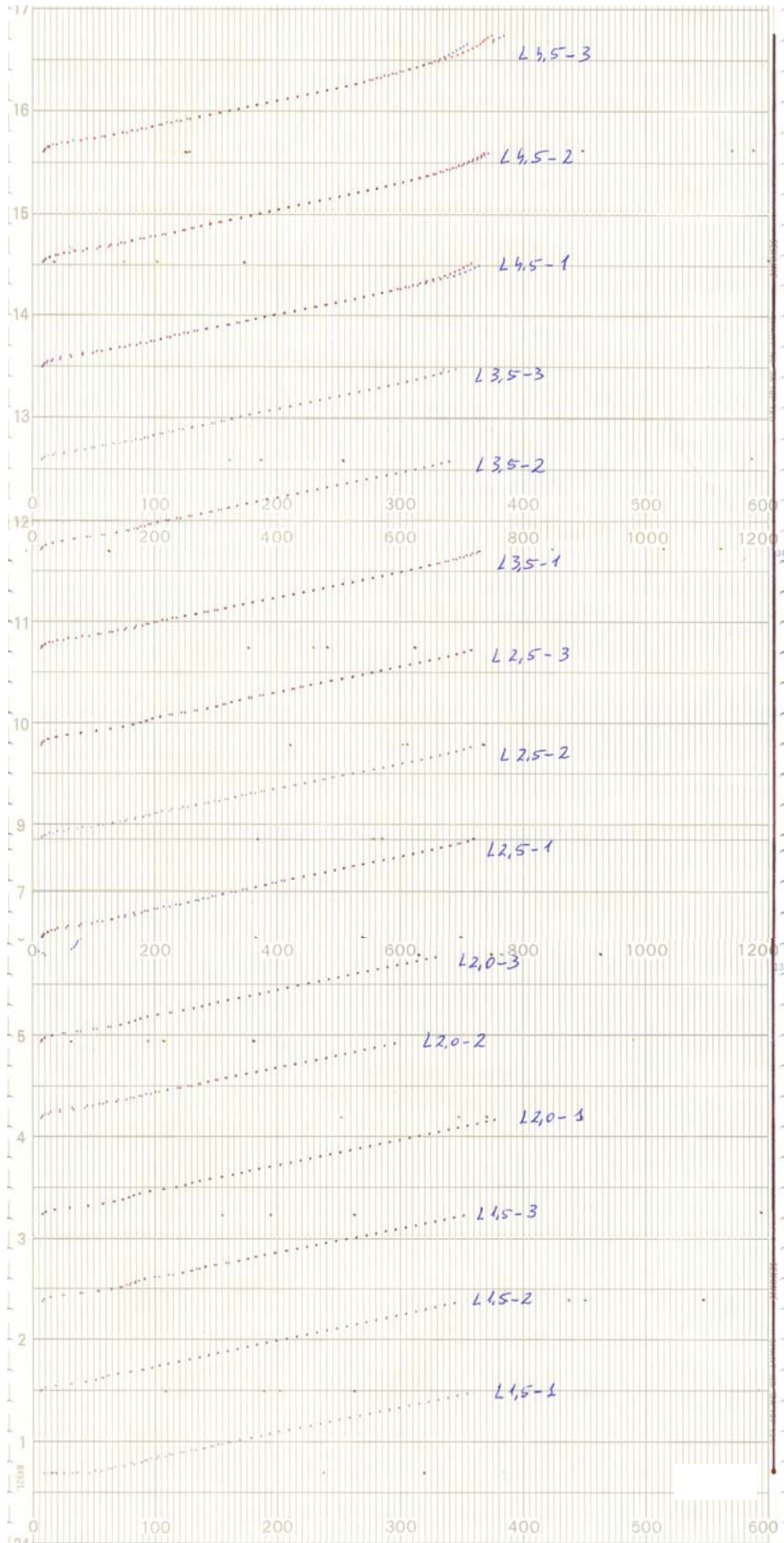


Figura 4.22 – Temperaturas registadas nos ensaios.

Na Figura 4.23 apresenta-se a deformada de três vigas ensaiadas, sendo visível o deslocamento lateral e a rotação da secção.



Figura 4.23 – Deformada das vigas com 2.5, 3.5 e 4.5 [m], da esquerda para a direita, respectivamente.

Para cada ensaio foi efectuado o registo dos deslocamentos laterais do banzo superior e do banzo inferior e dos deslocamentos verticais existentes na viga a uma determinada temperatura. Da Figura 4.24 à Figura 4.28 é apresentada a evolução dos deslocamentos, a meio vão da viga, em função da temperatura.

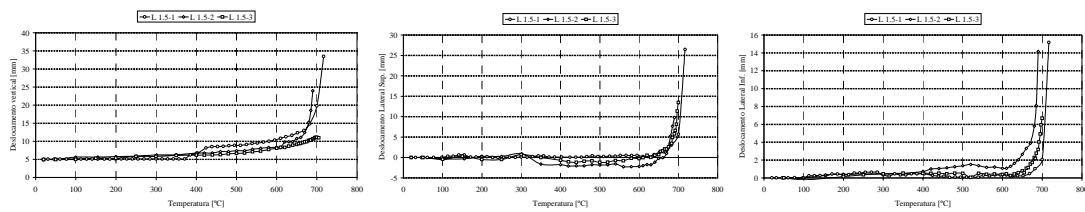


Figura 4.24 – Deslocamentos a meio vão das vigas com 1.5 [m].

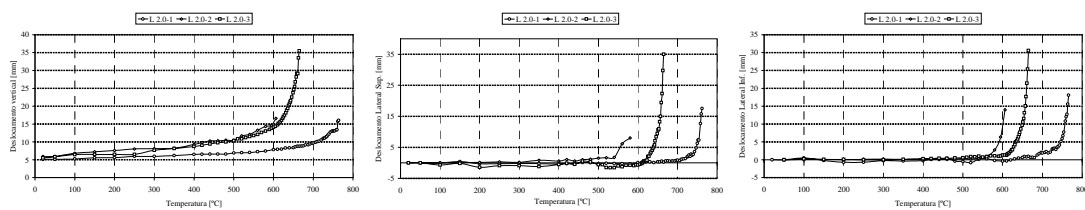


Figura 4.25 – Deslocamentos a meio vão das vigas com 2.0 [m].

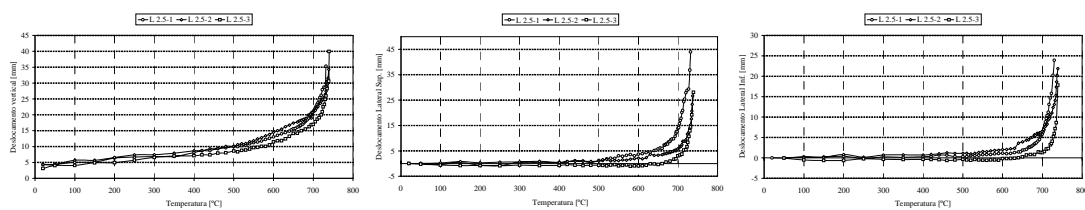


Figura 4.26 – Deslocamentos a meio vão das vigas com 2.5 [m].

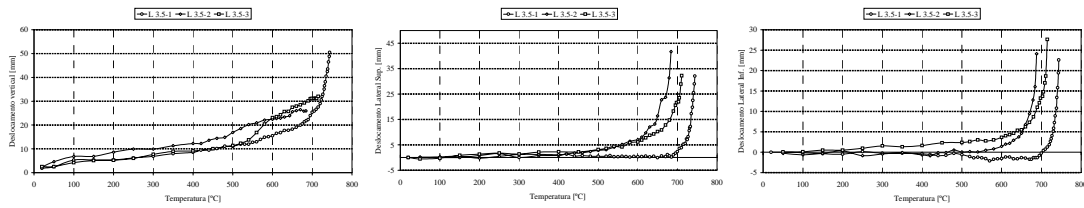


Figura 4.27 – Deslocamentos a meio vão das vigas com 3.5 [m].

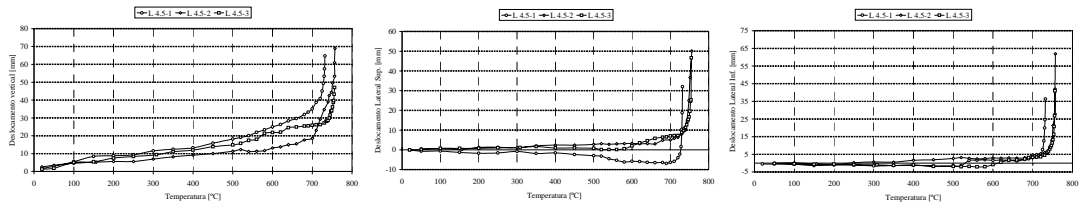


Figura 4.28 – Deslocamentos a meio vão das vigas com 4.5 [m].

A temperatura crítica da viga é considerada como o último ponto registado, correspondente ao estado último da viga da viga, em que um pequeno aumento da temperatura produz um grande deslocamento da viga. Os resultados obtidos são os apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Resultados da temperatura crítica.

Comprimento de encurvadura [m]	Designação	Temperatura crítica [°C]	Média/D.P.
1,5	L1.5-1	717	704/13,5
	L1.5-2	690	
	L1.5-3	705	
2,0	L2.0-1	770	680/83,1
	L2.0-2	606	
	L2.0-3	665	
2,5	L2,5-1	732	737/4,6
	L2,5-2	740	
	L2,5-3	740	
3,5	L3,5-1	744	717/25,6
	L3,5-2	693	
	L3,5-3	715	
4,5	L4,5-1	732	748/14,2
	L4,5-2	757	
	L4,5-3	756	

Os valores dos resultados experimentais são ligeiramente superiores, quando comparados os obtidos pelo método de cálculo simplificado do Eurocódigo 3 parte 1.2, apresentados na Tabela 4.2. Este facto pode dever-se à falta de isolamento da viga nos

apoios, ver a Figura 4.21, ficando esta solicitada com uma temperatura inferior neste local que, em conjunto com uma não completa uniformidade da temperatura em toda a viga, poderá justificar o aumento de rigidez durante os ensaios.

O resultado da temperatura crítica obtida em cada um dos três ensaios tem pouca variação, existindo uma variação máxima de 4% relativamente ao valor médio. Esta variação é mais significativa para as vigas com comprimento de encurvadura de 2.0 [m], evidenciada nos resultados da Figura 4.29, em que a variação chega aos 13%.

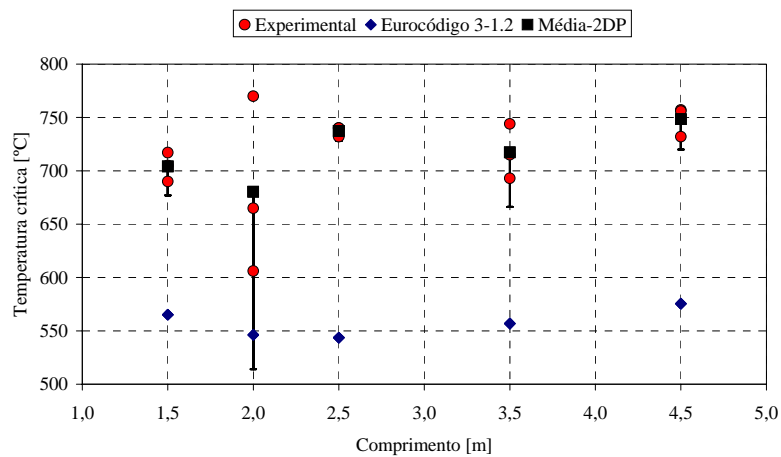


Figura 4.29 - Temperatura crítica em função do comprimento.

Os ensaios de resistência ao fogo são realizados em fornalhas, cujo procedimento é definido na norma BS476. Para não danificar as fornalhas, é utilizado um valor máximo de referência do deslocamento vertical para a determinação da temperatura crítica, não se atingindo o instante de colapso mas um instante muito próximo do mesmo. Para ensaios realizados em vigas é comum utilizar-se o valor de referência  $L/20$  ou uma taxa de deslocamento de  $L^2/9000d$ , para deslocamentos superiores a  $L/30$ , em que  $d$  é igual à distância do topo da secção transversal à zona inferior solicitada à tracção, [4.11].

A Tabela 4.7 apresenta o valor do deslocamento vertical medido no instante de colapso das vigas ensaiadas.

Tabela 4.7 – Deslocamento vertical máximo.

Comprimento de encurvadura [m]	Designação	Deslocamento vertical
1,5	L1.5-1	L/45
	L1.5-2	L/63
	L1.5-3	L/137
2,0	L2.0-1	L/125
	L2.0-2	L/121
	L2.0-3	L/56
2,5	L2,5-1	L/71
	L2,5-2	L/73
	L2,5-3	L/63
3,5	L3,5-1	L/69
	L3,5-2	L/135
	L3,5-3	L/109
4,5	L4,5-1	L/70
	L4,5-2	L/65
	L4,5-3	L/96

Devido à largura do pórtico de reacção entre pilares, não foi possível atingir o valor de referência  $L/20$ . No entanto, a Figura 4.24 a Figura 4.28 indicam que o instante de colapso considerado é próximo do estado limite último de estabilidade.

Por outro lado, a diferença nos resultados da temperatura crítica pode resultar da interacção dos apoios com a viga. Nos ensaios efectuados à temperatura ambiente com este tipo de apoios, foi verificado que, durante o processo de deformação, são geradas forças tangenciais provocadas pela fricção da viga com os apoios, representadas na Figura 4.30 a). Verificou-se ainda que a geometria dos apoios também produz uma restrição parcial à rotação no plano horizontal, originado pelo sistema de forças apresentado na Figura 4.30 b) [4.13].

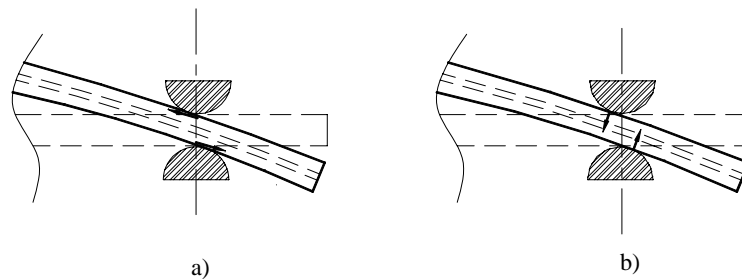


Figura 4.30 – Esforços introduzidos pelos apoios. a) Forças tangenciais. b) Efeito da geometria dos apoios.

Análises de sensibilidade, baseadas em simulações numéricas, efectuadas a vigas IPE500 sujeitas a flexão uniforme, efectuadas no CTICM, mostram que, quando é utilizado um coeficiente de fricção  $\mu=0.2$ , o momento resistente é 13% superior ao momento resistente obtido sem fricção nos apoios, [4.13].

Yin e Wang [4.12], conduziram alguns estudos sobre o efeito dos constrangimentos ao empenamento de vigas sujeitas à encurvadura lateral, concluindo que o momento resistente pode aumentar 30 a 100%, quando comparado com o caso de uma viga sem restrições ao empenamento. Os mesmos autores verificaram que quando as vigas possuem constrangimentos ao empenamento existe um aumento da temperatura crítica.

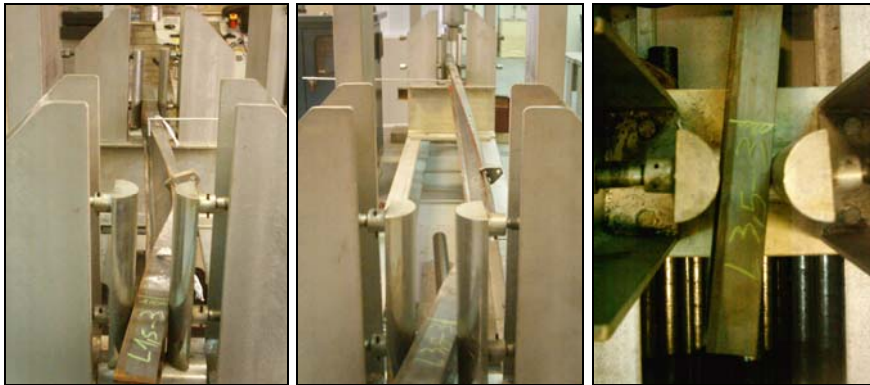


Figura 4.31 – Deslocamento da viga nos apoios.

Nos ensaios realizados, a influência dos apoios é agravada pela dilatação dos banzos, originada pela variação da temperatura ocorrida durante o ensaio. A deformada das vigas ensaiadas após o colapso, apresentada na Figura 4.31, mostra que o apoio inicial da viga se desloca para o interior. Este comportamento é devido ao efeito inverso da carga relativamente à dilatação térmica da viga. Este deslocamento aumenta com o comprimento da viga. O constrangimento axial será responsável pela diminuição do deslocamento vertical da viga, o que é favorável para o comportamento ao fogo.

#### 4.6- Conclusões

Apresentou-se a metodologia utilizada para a obtenção da temperatura crítica de vigas sujeitas a uma acção mecânica e térmica. Os ensaios foram realizados com a

aplicação do carregamento mecânico seguido do carregamento térmico, simulando de uma forma mais real a situação de incêndio.

Foi apresentado o método de cálculo da temperatura crítica de elementos sujeitos à encurvadura lateral, segundo o Eurocódigo 3, parte 1.2 [4.10]. Este procedimento obedece a um processo iterativo de cálculo.

Os valores da temperatura crítica, obtidos através dos ensaios experimentais, são superiores aos preconizados pelo método de cálculo simplificado do Eurocódigo 3, parte 1.2 [4.10]. A diferença nos resultados foi fundamentada, pela possível não uniformidade da temperatura em toda a viga e pelos efeitos introduzidos pelos apoios. Ficou mostrado que ambos produzem um aumento de rigidez da viga.

#### 4.7- Referências

- [4.1]. NP EN 10 002-1; CT12, Materiais metálicos; “Ensaio de tracção. Parte 1: Método de ensaio”; Instituto Português da Qualidade; 1990.
- [4.2]. Sá Marques, C. M. C. F.; Rondal, J.; “Effet des Imperfections sur les Phénomènes d’Instabilité des Structures en Acier”; Annales de L’Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics; N° 451, Serie: Théories et Methodes de Calcul 287; Janvier, 1987.
- [4.3]. ESDEP Society, “European Steel Design Education Programme”; CD-Electronic version.
- [4.4]. Young, T.; “A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts”; J. Johnson, London; 1807.
- [4.5]. Trahair N.S.; “Flexural – Torsional Buckling of structures”; E&FN SPON – Chapman & Hall; London; 1993.
- [4.6]. Profil Arbed, Sales Programme, 2001.
- [4.7]. Vila Real, Paulo M. M.; Franssen Jean - Marc – “Lateral buckling of steel I beams at room temperature - Comparison between the EUROCODE 3 and the SAFIR code considering or not the residual stresses”, internal report No. 99/01 , Institute of Civil Engineering – Service Ponts et Charpents – of the University of Liege; 1999.
- [4.8]. Vila Real, Paulo M. M.; Franssen, Jean - Marc – “Lateral buckling of steel I beams under fire conditions – Comparison between Eurocode 3 and Safir code”; internal report No. 99/02 , Institute of Civil Engineering – Service Ponts et Charpents – of the University of Liege; 1999.
- [4.9]. Piloto, P.A.G.; “Análise experimental e numérica do comportamento de estruturas metálicas sujeitas à acção do fogo” – Dissertação apresentada à

---

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica; Porto; Portugal; Setembro 2000.

- [4.10]. CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; Abril, 2003.
- [4.11]. Bailey, C. G., Burgess, I. W., Plank, R. J.; “The Lateral-torsional Buckling of Unrestrained Steel Beams in Fire”, J. Constr. Steel Research, 36 (2), 101-119, 1996.
- [4.12]. Yin, Y. Z., Wang, Y. C.; “Numerical simulations of the effects of non-uniform temperature distributions on lateral torsional buckling resistance of steel I-beams”, J. Constr. Steel Research, 59, 1009-1033, 2003.
- [4.13]. Maquoi, R.; “Lateral torsional Buckling in steel and composite beams”, Draft final technical report Book 1, ECSC Steel RTD Programme, Project 7210-PR-183, 2002.



### Anexo A - Exemplo de cálculo da temperatura crítica de elementos sujeitos a encurvadura lateral.

Como foi referido na secção 2.3.1.2 o cálculo da temperatura crítica de elementos sujeitos a fenómenos de instabilidade recorre a um processo iterativo.

Considere uma viga de comprimento igual a 1.5 [m] e sujeita ao carregamento da Figura 4.1, em que a força  $Q$  se encontra aplicada no banzo superior da viga, a uma coordenada  $y_Q = -0.105[m]$ , considerando que o carregamento distribuído é aplicado no centróide  $y_q = 0[m]$ , cujas intensidades são definidas na Tabela 4.2.

O momento crítico elástico para esta viga é dado pela equação (2.49), sendo o seu valor igual a:

$$\begin{aligned} M_{cr,(Q+q)} &= 1,423 \left[ \sqrt{1 + \left(0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr}}\right)^2} - 1,003 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} M_q + 0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} - 0,167 \frac{M_q}{M_{cr,M}} \right] M_{cr,M} \\ &= 10724.10 [Nm] \end{aligned}$$

A esbelteza adimensional à temperatura ambiente é dada por:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\beta_w \frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{1 \times \frac{3.941 \times 10^{-5} \times 293.2 \times 10^6}{10724.10}} = 1.04$$

Iniciando o processo iterativo admitindo que a temperatura crítica é de 20 °C, os coeficientes de redução tomam o valor de  $k_{y,\theta,com} = 1.00$  e  $k_{E,\theta,com} = 1.00$ . A esbelteza adimensional a elevadas temperaturas é dada por:

$$\bar{\lambda}_{LT,\theta,com} = \bar{\lambda}_{LT} \sqrt{\frac{k_{y,\theta,com}}{k_{E,\theta,com}}} = 1.04 \sqrt{\frac{1.0}{1.0}} = 1.04$$

O valor do factor de redução para a encurvadura deve ser determinado de acordo com:

$$\phi_{LT,\theta,com} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \alpha \bar{\lambda}_{LT,\theta,com} + (\bar{\lambda}_{LT,\theta,com})^2 \right] = 1.34$$

$$\chi_{LT,fi} = \frac{1}{\phi_{LT,\theta,com} + \sqrt{[\phi_{LT,\theta,com}]^2 - [\bar{\lambda}_{LT,\theta,com}]^2}} = 0.46$$

O valor de cálculo do momento resistente à encurvadura no instante  $t = 0$  obtém-se pela equação (2.66).

$$\begin{aligned} M_{b,fi,0,Rd} &= \chi_{LT,fi} W_{pl,y} f_y / \gamma_{M,fi} \\ &= 0.46 \times 3.941 \times 10^{-5} \times 293.2 \times 10^6 / 1 \\ &= 5278.250 \text{ [Nm]} \end{aligned}$$

Da equação (2.72), obtém-se o valor do grau de utilização.

$$\mu_0 = \frac{E_{fi,d}}{R_{fi,d,0}} = \frac{M_Q + M_q}{M_{b,fi,0,Rd}} = \frac{\frac{QL}{4} + \frac{qL^2}{8}}{M_{b,fi,0,Rd}} = 0.44$$

Para este grau de utilização a equação (2.71) fornece a temperatura crítica  $\theta_{a,cr} = 605.12 \text{ [}^\circ\text{C]}$ . Com base neste valor pode-se corrigir o valor de  $\bar{\lambda}_{LT,\theta,com}$  e repetir todo o cálculo até se obter convergência, como se mostra na Tabela A.1.

Tabela A.1 - Processo de convergência da temperatura crítica para uma viga de 1.5 [m].

$\theta$ [ $^\circ\text{C}$ ]	$k_{y,\theta}$	$k_{E,\theta}$	$\bar{\lambda}_{LT,\theta,com} =$ $\frac{\bar{\lambda}_{LT} \sqrt{k_{y,\theta,com} / k_{E,\theta,com}}}{\bar{\lambda}_{LT}}$	$\chi_{LT,fi}$	$R_{fi,d,0} =$ $M_{b,fi,0,Rd}$ [Nm]	$E_{fi,d}$	$\mu_0 = \frac{E_{fi,d}}{R_{fi,d,0}}$	$\theta_{a,cr}$ [ $^\circ\text{C}$ ]
20.00	1.00	1.00	1.04	0.46	5278.25	2320.09	0.44	605.12
605.12	0.44	0.29	1.28	0.36	4141.48	2320.09	0.56	566.00
566.00	0.56	0.37	1.28	0.36	4120.68	2320.09	0.56	565.15
565.15	0.56	0.37	1.28	0.36	4120.79	2320.09	0.56	565.15

Na Tabela A.2 apresenta-se a temperatura crítica das vigas estudadas após o processo de convergência, admitindo uma tolerância de 0,001.

Tabela A.2 - Temperatura crítica dos comprimentos de viga ensaiados.

L	$k_{y,\theta}$	$k_{E,\theta}$	$\bar{\lambda}_{LT,\theta,com} = \frac{\bar{\lambda}_{LT} \sqrt{k_{y,\theta,com}}}{k_{E,\theta,com}}$	$\chi_{LTfi}$	$R_{fi,d,0} = M_{b,fi,0,Rd}$ [Nm]	$E_{fi,d}$	$\mu_0 = \frac{E_{fi,d}}{R_{fi,d,0}}$	$\theta_{a,cr}$ [°C]
1.5	0.56	0.37	1.28	0.36	4120.79	2320.09	0.56	565.15
2.0	0.63	0.41	1.44	0.31	3535.57	2219.26	0.63	546.31
2.5	0.64	0.42	1.56	0.27	3127.96	1992.68	0.64	543.64
3.5	0.59	0.39	1.78	0.22	2558.15	1512.24	0.59	556.85
4.5	0.53	0.35	1.97	0.19	2176.87	1151.69	0.53	575.48

# Capítulo 5

## Análise Numérica da Encurvadura Lateral de Vigas

5.1- Introdução.....	5.2
5.2- Modelo de elementos finitos .....	5.6
5.2.1- Programa de elementos finitos ANSYS .....	5.6
5.2.2- Programa de elementos finitos SAFIR .....	5.9
5.3- Simulações numéricas por elementos finitos .....	5.10
5.3.1- Influência das imperfeições da geometria e do material .....	5.10
5.3.2- Influência do diagrama de momentos.....	5.17
5.3.3- Influência do grau de utilização .....	5.21
5.3.4- Comparação com os resultados dos ensaios experimentais.....	5.24
5.4- Conclusões.....	5.26
5.5- Referências .....	5.27

### 5.1- Introdução

A capacidade de resistência ao fogo de um elemento estrutural, viga ou coluna, pode ser obtida através de ensaios executados em fornalhas sob a acção de um carregamento mecânico e com as condições de aquecimento baseadas na curva ISO 834. A resistência ao fogo é determinada após a ocorrência de um deslocamento ou taxa de deslocamento máximos. Este deslocamento corresponde a um valor limite para preservar a integridade da fornalha e do equipamento de carga. A resistência ao fogo, segundo a curva ISO834, pode ser comparada com as curvas de incêndio naturais, em função da densidade de carga de incêndio e da ventilação do compartimento.

Devido ao facto de os ensaios experimentais a temperaturas elevadas serem dispendiosos, requerendo a existência de fornalhas, é comum a utilização de ferramentas analíticas e numéricas para validar os resultados dos ensaios experimentais existentes e o desenvolvimento de métodos analíticos simplificados, [5.1].

Dos vários estudos numéricos conhecidos, sobre o comportamento estrutural a temperaturas elevadas, destacam-se os seguintes.

Burgess et al [5.2], apresentou uma série de resultados, utilizando um programa desenvolvido, baseado no método da rigidez tangente, sobre o comportamento de vigas em situação de incêndio. As relações tensão-deformação-temperatura são baseadas nas expressões contínuas de Ramberg-Osgood. Os resultados obtidos mostram que a existência de um gradiente térmico entre o banzo superior e o inferior tem pouca influência na temperatura de colapso. As condições de apoio têm um efeito considerável, assim como a relação  $L/H$ . A temperatura de colapso diminui com o aumento desta relação.

Bailey et al [5.3], utilizou um modelo computacional tridimensional para a análise de vigas sem constrangimentos laterais sujeitas a temperaturas elevadas. Foram analisadas vigas de diferentes secções transversais, comprimento de viga, diagrama de momentos e grau de utilização. Os resultados mostram que os valores da temperatura crítica obtida pelos códigos de projecto BS5950 Parte 8 e Eurocódigo 3 Parte 1.2 [5.4] são superiores aos obtidos numericamente. Verificou ainda a dependência da temperatura crítica com o grau de utilização, com o diagrama de momentos e com a localização do carregamento. Nos casos estudados, para qualquer grau de utilização, a

temperatura crítica diminui com o comprimento da viga. Em vigas sem constrangimentos laterais, sujeitas a encurvadura lateral, o carregamento por flexão uniforme mostra-se menos conservativo quando comparado com o caso de uma carga aplicada a meio vão. Comparando uma viga sujeita a um carregamento aplicado no centro de corte com o aplicado no banzo superior, o segundo caso origina uma temperatura crítica superior. Esta situação é originada pela natureza conservativa da capacidade de carga à temperatura ambiente deste tipo de carregamento.

Franssen [5.5], em 1995 propôs um método de cálculo simples para elementos estruturais sujeitos a carregamentos axiais, sem excentricidade, em situação de incêndio. Esta proposta foi baseada em simulações numéricas, conduzidas no programa de elementos finitos SAFIR com elementos de viga bidimensionais, em elementos estruturais de 10 comprimentos e 339 secções H diferentes. Foram consideradas duas tensões de cedência, tensões residuais e uma imperfeição geométrica de amplitude  $L/1000$ , sendo assumida uma distribuição de temperatura uniforme. As análises foram efectuadas no domínio da resistência e da temperatura, sendo apresentados valores para a temperatura última e carga última.

Toh et al [5.6], apresenta um procedimento analítico baseado no princípio de Rankine para determinar a resistência última de pórticos de aço submetidas ao fogo. Os estudos de verificação incluem os efeitos da esbelteza dos elementos, a influência da rigidez da viga-coluna, tipo de aço, imperfeições iniciais e tensões residuais. Assume uma distribuição bitriangular de máxima amplitude  $0.3f_y$  e  $0.5f_y$ , à temperatura ambiente. Quando o pórtico é sujeito a uma distribuição uniforme de temperatura, os resultados das análises por elementos finitos mostram que as tensões residuais têm pouca influencia no comportamento do pórtico. A temperatura crítica do pórtico com  $0.5f_y$  é 1.7% ( $10.4^\circ\text{C}$ ) inferior ao do caso sem tensões residuais.

Piloto [5.7], efectuou várias análises numéricas, utilizando o programa SAFIR, de vigas submetidas a flexão uniforme e sujeitas à encurvadura lateral torsional em situação de incêndio. O estudo foi conduzido no domínio da resistência, no qual a temperatura é mantida constante existindo um incremento da solicitação mecânica. O seu modelo era composto por elementos de viga com uma temperatura uniforme na secção transversal e no seu comprimento, sendo incluídas as tensões residuais e uma imperfeição geométrica lateral de forma sinusoidal de amplitude máxima  $L/1000$ . Estes

resultados numéricos em conjunto com os ensaios experimentais permitiram validar uma proposta de cálculo presente na actual versão do Eurocódigo 3 Parte 1.2 [5.8].

Vila Real et al [5.9], apresenta um estudo numérico do efeito das tensões residuais na encurvadura lateral torsional de vigas I. Os resultados numéricos são comparados com os resultados do modelo simplificado presente no Eurocódigo 3 Parte 1.2 de 1995 e uma nova proposta já apresentada, aguardando aprovação. A distribuição das tensões residuais adoptada é constante na espessura do banzo e da alma. São estudados dois materiais S235 e S355, com uma distribuição de tensões residuais bi triangular de valor máximo igual a  $0.3 \times 235 \text{MPa}$ . Dos resultados obtidos à temperatura ambiente é evidente que a influência das tensões residuais é maior para vigas de esbelteza intermédia. Entre os 200 e os 700 [°C] o efeito das tensões residuais diminui com o aumento da temperatura, podendo ser desprezadas para temperaturas superiores a 400 [°C].

Sha et al [5.10], revê as características dos aços estruturais a temperaturas elevadas e a caracterização de aços resistentes ao fogo na construção de edifícios. É discutida a relação entre as propriedades e a microestrutura e a influência destes na resistência a altas temperaturas. A capacidade resistente ao fogo deste tipo de aços é analisada de acordo com a composição do aço e o seu processo produtivo, pelo tamanho do grão, presença de segundas fases e precipitação, temperatura de transformação de ferrite a austenite e pela soldabilidade.

Yin e Wang [5.11], com o programa de elementos finitos ABAQUS apresentaram um estudo paramétrico dos vários factores que influenciam a resistência à encurvadura lateral torsional de vigas com distribuição não uniforme de temperatura. O estudo é baseado, essencialmente, na influência dos constrangimentos ao empenamento nos apoios. Para vigas com uma distribuição uniforme de temperatura o Eurocódigo 3 subestima o valor da temperatura crítica. Para a aplicação do método de cálculo do Eurocódigo 3 Parte 1.2 em vigas sujeitas a uma distribuição não uniforme de temperatura, os autores propõem uma modificação do momento crítico elástico e da esbelteza adimensional para a encurvadura lateral torsional. Os mesmos autores, [5.12], investigaram o efeito dos constangimentos axiais e de rotação em vigas sujeitas à encurvadura lateral. Vigas com constangimentos axiais possuem deslocamentos mais elevados, a temperaturas reduzidas, do que vigas sem constangimentos, como se representa na Figura 5.1. A temperaturas elevadas, vigas sem constangimentos possuem grandes deslocamentos, enquanto que na existência de constangimentos a viga manterá a sua estabilidade devido ao seu efeito de membrana.

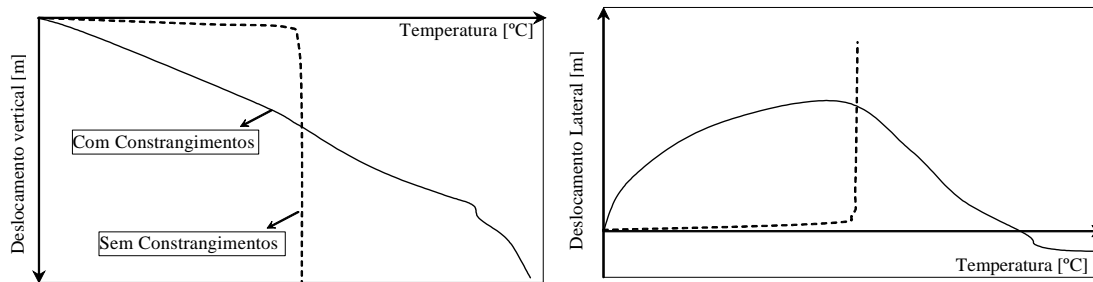


Figura 5.1 – Comportamento típico de vigas com e sem constrangimentos axiais, [5.11].

Ding et al [5.13], implementa fórmulas para as propriedades mecânicas de aços de grande resistência ao fogo, baseadas em resultados experimentais. Apresenta um grande número de análises numéricas produzidas no programa Ansys, com as quais verifica o benefício da utilização de elementos estruturais deste tipo de aço na construção metálica, aumentando o seu comportamento ao fogo. Sugere um método de cálculo da temperatura crítica em elementos de aço resistente ao fogo, referindo a importância do grau de utilização e do coeficiente de estabilidade para o seu cálculo.

Alguns dos trabalhos de investigação apresentados, visando a caracterização e o comportamento de estruturas sujeitas ao fogo, incidiram no desenvolvimento de softwares de cálculo cuja formulação é baseada no método dos elementos finitos. Alguns dos programas mais referidos na literatura, assim como as suas principais características, são apresentados de seguida.

O programa de elementos finitos VULCAN, desenvolvido na Universidade de Sheffield, faz a análise de estruturas tridimensionais, sendo desenvolvido principalmente para o estudo de estruturas de aço e estruturas mistas, incluindo lajes, sob a acção do fogo. A temperatura na secção recta dos elementos pode ser não uniforme, sendo possível a utilização de várias secções e materiais. As análises incluem não linearidade geométrica e material com elementos isoparamétricos de 9 nós para a discretização das lajes.

O programa computacional LENAS, desenvolvido pelo CTICM (Centre Technique Industriel de la Construction Métallique) permite a modelação de estruturas tridimensionais expostas ao fogo. Tem em consideração grandes deslocamentos, não linearidade material, empenamento de vigas de parede fina e ligações semi-rígidas.

O Firecalc contém um conjunto de 24 aplicações que permitem a análise do comportamento do incêndio e dos sistemas de protecção do mesmo. O programa



permite a simulação de vigas de aço sem protecção e com protecção em caixão e por spray. Foi especificamente programado para o estudo de vigas com suporte de lajes, isto é, com exposição em três lados, não sendo recomendado para outros casos de carga.

O programa SAFIR, desenvolvido por Jean-Marc Franssen na Universidade de Liège, faz a análise de estruturas à temperatura ambiente e a temperaturas elevadas. Executa a análise térmica transiente da distribuição da temperatura na estrutura através de elementos finitos lineares, bidimensionais e tridimensionais. A análise mecânica da estrutura pode ser realizada com elementos de viga de três nós e 15 graus de liberdade, ou por elementos de casca de 4 nós com seis graus de liberdade por nó, permitindo a discretização de qualquer secção transversal e a variação da temperatura na sua espessura.

Outros programas multidisciplinares e de natureza mais comercial, devido à sua formulação mais genérica, podem ser utilizados para o estudo de estruturas sujeitas ao fogo. Como exemplo temos o ANSYS, COSMOSM e ABAQUS. Estes, em conjunto com resultados experimentais, permitem a validação dos programas apresentados anteriormente.

Neste capítulo, através de simulações numéricas efectuadas nos programas SAFIR e ANSYS, será apresentado um estudo da influência das imperfeições geométricas e materiais, a influência do diagrama de momentos e do grau de utilização na temperatura crítica de vigas IPE100 sujeita à encurvadura lateral torsional. Os valores obtidos numericamente são comparados com o método de cálculo simplificado do Eurocódigo 3 Parte 1.2. É ainda apresentada a comparação entre os valores obtidos numericamente e os resultantes dos ensaios experimentais enunciados no capítulo 4.

## **5.2- Modelo de elementos finitos**

### **5.2.1- Programa de elementos finitos ANSYS**

O modelo de elementos finitos utilizado no software ANSYS, [5.14], recorre a um comportamento não linear material e geométrico devido aos deslocamentos e possíveis deformações plásticas que ocorrem no processo de instabilidade por encurvadura lateral. A análise não linear material é caracterizada pela relação não linear entre a tensão e a

deformação. Este comportamento é descrito recorrendo à teoria da Plasticidade que estabelece um modelo matemático que caracteriza a resposta elasto-plástica do material, sendo as deformações plásticas consideradas independentes do tempo. Para a formulação do modelo deve-se atender a três pontos fundamentais, o critério de cedência, a regra de escoamento e a regra de endurecimento.

A não linearidade geométrica refere-se à variação da geometria em análise, originada pelos deslocamentos e rotações, que origina uma matriz rigidez  $[K]$  dependente do vector dos deslocamentos  $\{u\}$ .

O elemento finito utilizado foi o elemento de casca SHELL181 com quatro nós e seis graus de liberdade em cada nó, três deslocamentos e três rotações. As funções de forma das deformações são lineares em ambas as direcções do plano. Possui dois pontos de integração em cada direcção do plano e cinco na espessura do elemento, quando utilizadas as características não linear material.

A temperaturas elevadas o modelo elasto-elíptico plástico, do Eurocódigo 3 parte 1.2 apresentado na secção 3.3, é definido no programa ANSYS através da opção não linear material multi-linear “Multilinear Isotropic Hardening (MISO)”. A Figura 5.2 representa o comportamento para temperaturas compreendidas entre 20 e 900 [°C], sendo utilizada interpolação linear entre temperaturas.

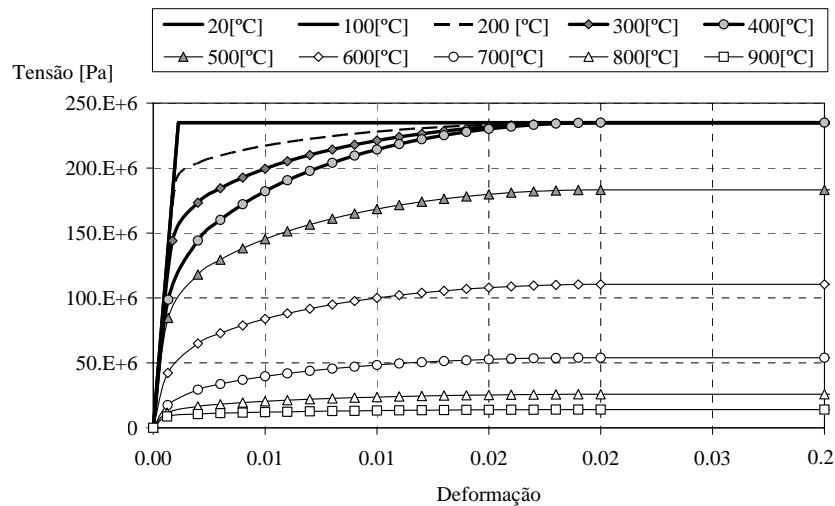


Figura 5.2 - Relação tensão - deformação para temperaturas elevadas, material S235.

A formulação do elemento é baseada no critério de cedência de von Mises e uma regra de escoamento associativa, isto é, utiliza como potencial plástico a função de cedência. A regra de endurecimento é isotrópica.

A secção transversal foi modelada a partir da superfície média do perfil, com quatro elementos no banzo e na alma. As condições de apoio foram modeladas através de apoios de forquilha nas extremidades da viga, impedindo o deslocamento lateral e a rotação da secção, mas permitindo o empenamento da mesma.

As imperfeições geométricas, quando consideradas, assumem uma distribuição sinusoidal, ao longo do comprimento do elemento, tanto para o deslocamento lateral, como para a rotação da secção recta. Para a definição do modelo de elementos finitos, foi criado um programa em Fortran que produz a fase de pré-processamento do modelo, gerando a malha em função das imperfeições geométricas e discretização pretendidas, garantindo que as coordenadas dos nós satisfazem a função sinusoidal, e o nível de tensões residuais desejado. Na Figura 5.3 e na Figura 5.4 são apresentados exemplos dos modelos com imperfeição inicial de deslocamento lateral e de rotação.

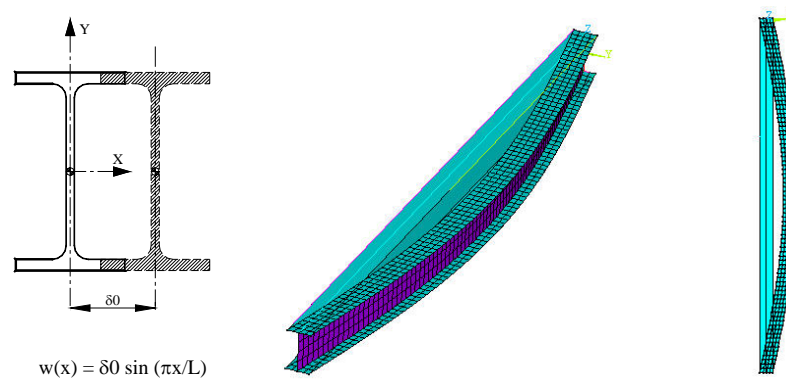


Figura 5.3 - Imperfeição inicial de deslocamento lateral (factor de amplificação 100x).

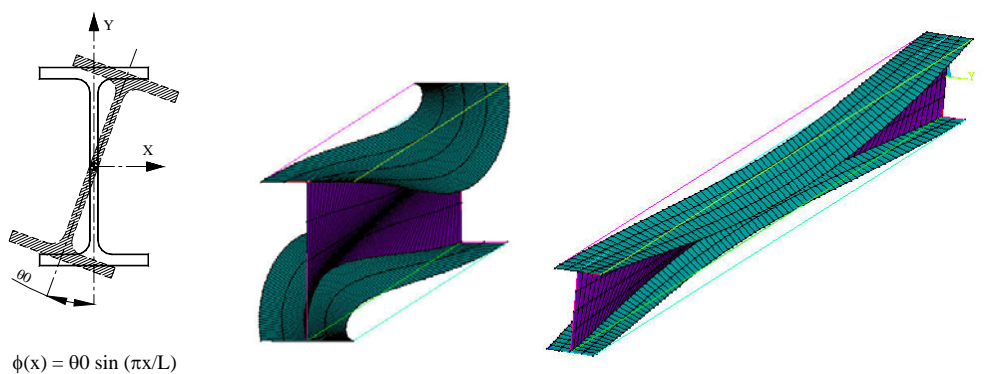


Figura 5.4 – Imperfeição inicial de rotação(factor de amplificação 100x).

As tensões residuais são importadas para o modelo a partir de um ficheiro auxiliar, sendo introduzidas como tensões iniciais nos pontos de integração dos

elementos. Estas são constantes na espessura e de distribuição bi-triangular, de valor máximo igual a 30% do valor da tensão de cedência do material, a sua distribuição resultante encontra-se apresentada na Figura 5.5.

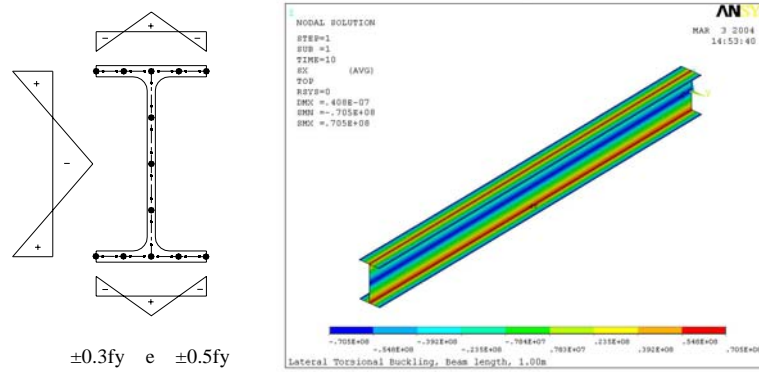


Figura 5.5 - Distribuição das tensões residuais,  $L=1$  [m], S235.

Sendo as relações apresentadas na Figura 5.2 aplicáveis para taxas de aquecimento entre 2-50 [°C/min] [5.8], a evolução da temperatura foi aplicada nos nós dos elementos, seguindo uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h], constante na secção transversal e no comprimento da viga, razão pela qual é dispensada a análise térmica.

Devido ao comportamento não linear geométrico e material, é necessária a utilização de um procedimento incremental de temperatura e iterativo de resolução, até à obtenção da temperatura de colapso tomada como a temperatura crítica.

O valor do carregamento mecânico aplicado satisfaz o grau de utilização pretendido.

### 5.2.2- Programa de elementos finitos SAFIR

A formulação por elementos finitos do programa SAFIR, desenvolvido na Universidade de Liège, para o estudo de estruturas sob a acção do fogo, tem por base o comportamento não linear geométrico e material, [5.15].

O modelo numérico é constituído por elementos finitos de casca com seis graus de liberdade por nó, adequados à modelação de superfícies estruturais planas, empenadas, finas a moderadamente espessas.

A secção transversal é modelada a partir da superfície média do perfil e o modelo material utiliza o comportamento elasto - elíptico plástico do Eurocódigo 3 Parte 1.2, baseado no valor da tensão de cedência do material. As imperfeições geométricas consideradas assumem uma distribuição sinusoidal, definida da forma descrita na secção 5.2.1. Neste modelo não são consideradas tensões residuais.

As condições de apoio foram modeladas numericamente através de apoios de forquilha nas extremidades da viga, impedindo o deslocamento lateral e a rotação da secção, mas permitindo o empenamento da mesma. A evolução da temperatura é definida nos elementos, sendo constante na sua espessura, seguindo a taxa de aquecimento de 800 [°C/h].

### **5.3- Simulações numéricas por elementos finitos**

#### **5.3.1- Influência das imperfeições da geometria e do material**

As imperfeições geométricas consideradas na análise de elementos estruturais podem ser agrupadas em imperfeições globais e locais. Estas imperfeições locais, como a distorção da secção recta, falta de esquadria e deformações da alma e do banzo, têm uma maior influência na resistência de secções transversais esbeltas, originando fenómenos de instabilidade locais. Para elementos cuja secção transversal é compacta, são as imperfeições globais que mais influenciam a resistência à encurvadura lateral. Exemplos destas imperfeições são o deslocamento lateral e a rotação da secção transversal, apresentadas na Figura 5.3 e na Figura 5.4.

À temperatura ambiente, é conhecida a influência da imperfeição geométrica na capacidade resistente de elementos de viga à encurvadura lateral torsional, conforme estudo efectuado com o programa SAFIR, [5.16]. A Figura 5.6 mostra a variação do momento resistente à encurvadura lateral com a existência de um deslocamento lateral inicial de diferentes valores de amplitude.

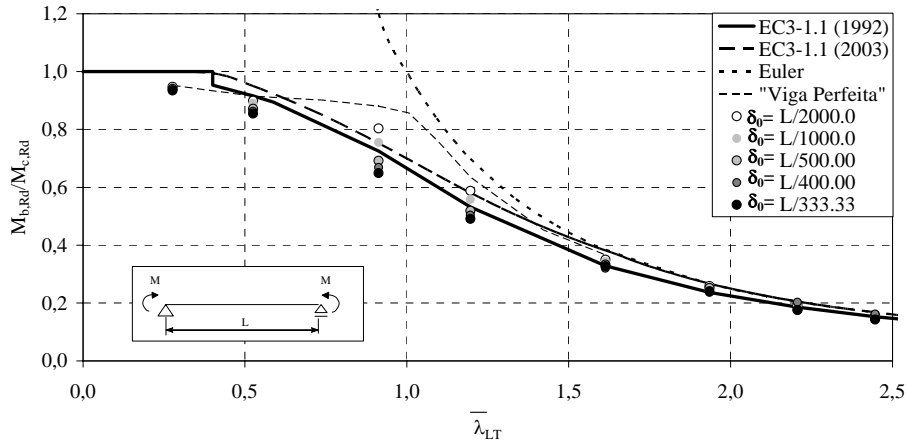


Figura 5.6 - Variação do momento resistente com a imperfeição de deslocamento lateral à temperatura ambiente, [5.16].

Para vigas de esbelteza intermédia,  $0.5 \leq \bar{\lambda}_{LT} \leq 1.5$ , a diferença entre os resultados numéricos, obtidos pelo programa SAFIR, e a curva de projecto do Eurocódigo 3, é significativa. Para vigas compactas e vigas esbeltas a existência de um deslocamento lateral inicial tem pouca relevância no valor de projecto à encurvadura, ao contrário do que se passa para vigas de esbelteza intermédia. O mesmo estudo mostra que o sentido do deslocamento lateral depende da natureza da imperfeição geométrica, verificando-se um deslocamento da viga em sentido negativo quando existe uma rotação inicial, conforme apresentado na Figura 5.7, à semelhança dos resultados apresentados por Trahair no domínio elástico [5.17].

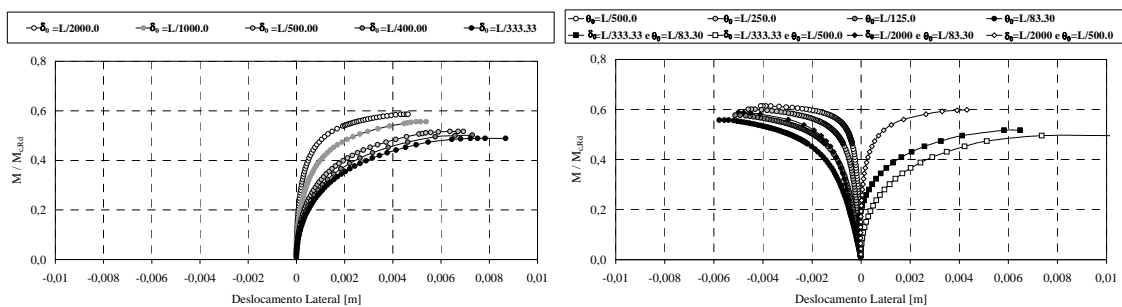


Figura 5.7 - Deslocamento lateral versus momento resistente à encurvadura adimensional,  $\bar{\lambda}_{LT} = 1.20$ , [5.16].

Do mesmo modo que as imperfeições influenciam a capacidade resistente à temperatura ambiente, a temperaturas elevadas, é de esperar que essas mesmas

imperfeições conduzam o elemento estrutural a um processo de instabilidade mais rápido, diminuindo deste modo a temperatura crítica do elemento.

Para verificar a influência das imperfeições no valor da temperatura crítica são apresentados resultados das análises numéricas, efectuadas com diferentes tipos e amplitudes de imperfeições, para dois valores do grau de utilização, 60% e 80%.

Este estudo comparativo, foi produzido a partir de análises numéricas efectuadas no programa Ansys, em diferentes comprimentos de viga sujeitas ao carregamento apresentado na Figura 5.8.

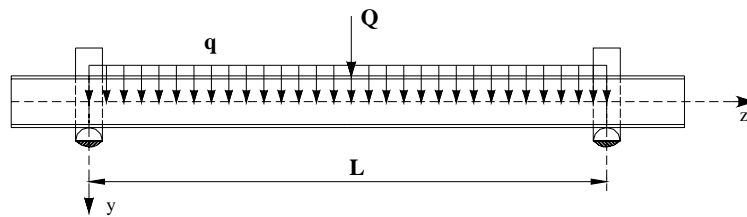


Figura 5.8 – Viga sujeita a carregamento distribuído ( $q = 208.07[N/m]$ ) e carga concentrada ( $Q$ ) no banzo superior.

Os casos de imperfeição são os apresentados na Tabela 5.1, nos quais alguns modelos permitem a análise da influência das tensões residuais. As tensões residuais, essencialmente originadas pelo processo produtivo, são de compressão nas extremidades dos banzos e no meio da alma e de tracção na ligação da alma ao banzo. É assumida uma distribuição bitriangular de amplitude máxima igual a  $0.3f_y$  e  $0.5f_y$ , em que  $f_y = 235[MPa]$ , ver Figura 5.5.

De acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.1, as imperfeições existentes num elemento estrutural podem ser substituídas por uma única imperfeição geométrica equivalente, determinada pela expressão  $\delta_0 = k.e_{0,d}$ . O factor  $e_{0,d}$  representa a imperfeição lateral equivalente ( $L/200$ ), sendo recomendado um valor de  $k = 0.5$ , [5.18]. Para a secção em estudo, esta imperfeição toma o valor  $\delta_0 = L/400$ .

Para os diferentes comprimentos de viga, foram analisados os seguintes casos de imperfeição, apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Casos de imperfeição analisados.

Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5
$\delta_0 = L/1000.0$	$\delta_0 = L/1000.0$	$\delta_0 = L/1000.0$		
$\sigma_{resid} = 0.3f_y$	$\sigma_{resid} = 0.5f_y$	$\theta_0 = L/125.0$	$\delta_0 = L/400$	$\delta_0 = L/1000.0$
		$\sigma_{resid} = 0.3f_y$		

Quando uma viga sem constrangimentos laterais é sujeita a um carregamento mecânico e a uma acção térmica, a degradação das propriedades mecânicas, em simultâneo, produz um movimento vertical, acompanhado por um deslocamento lateral e rotação da secção, conduzindo à diminuição da sua capacidade resistente e possível colapso a uma dada temperatura, designada por temperatura crítica. Na Figura 5.9 a Figura 5.13 encontram-se representados os deslocamentos verticais e laterais do nó central, no meio vão das vigas analisadas para um grau de utilização de 60%.

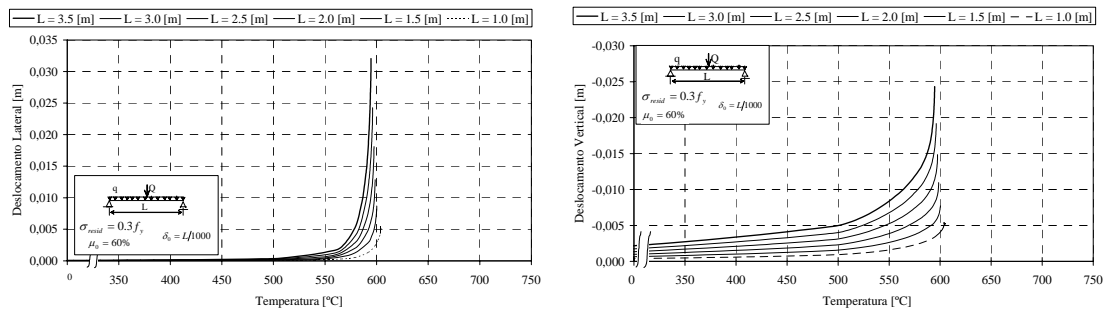


Figura 5.9 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso1 e  $\mu_0 = 60\%$  .

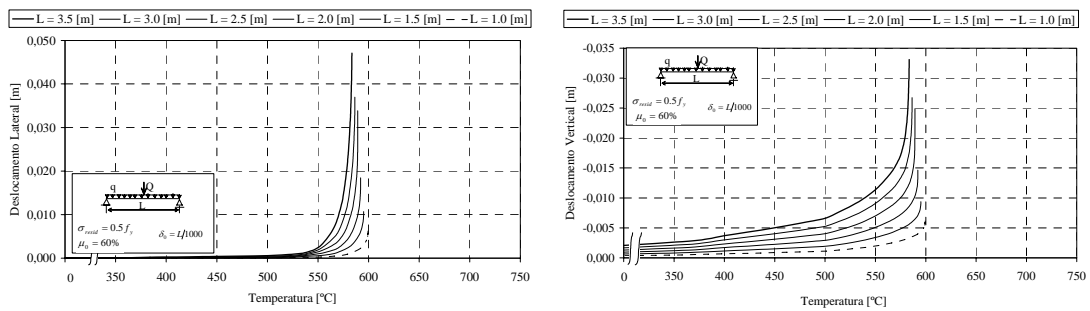


Figura 5.10 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso2 e  $\mu_0 = 60\%$  .



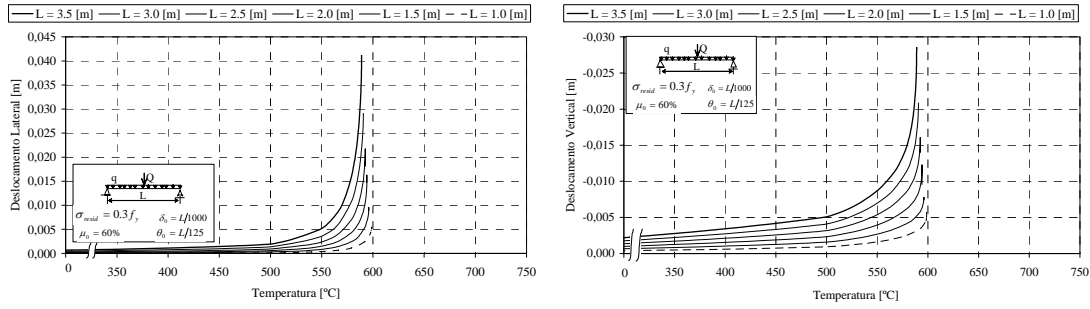


Figura 5.11 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso3 e  $\mu_0 = 60\%$  .

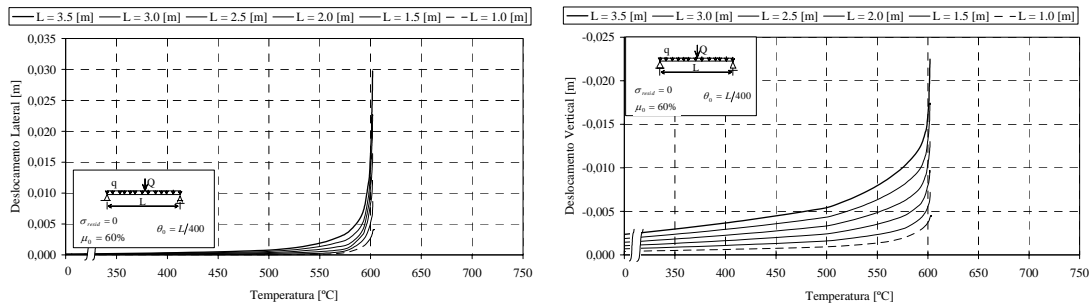


Figura 5.12 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso4 e  $\mu_0 = 60\%$  .

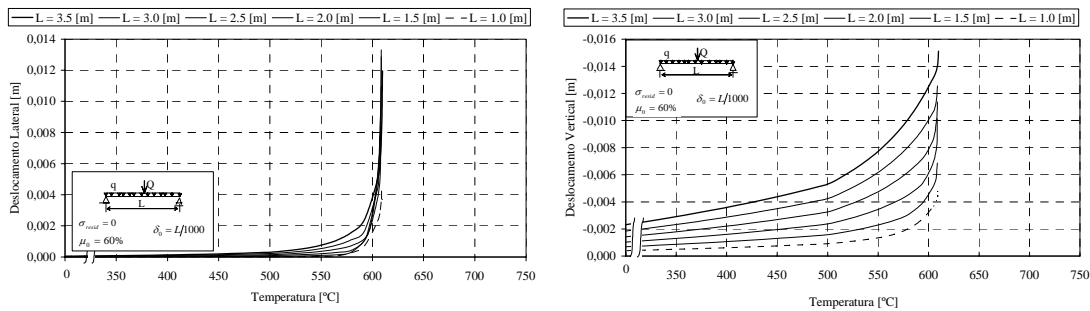


Figura 5.13 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso5 e  $\mu_0 = 60\%$  .

Para a solicitação correspondente ao grau de utilização de 80%, os deslocamentos laterais e verticais resultantes das análises são os apresentados na Figura 5.14 a Figura 5.18.

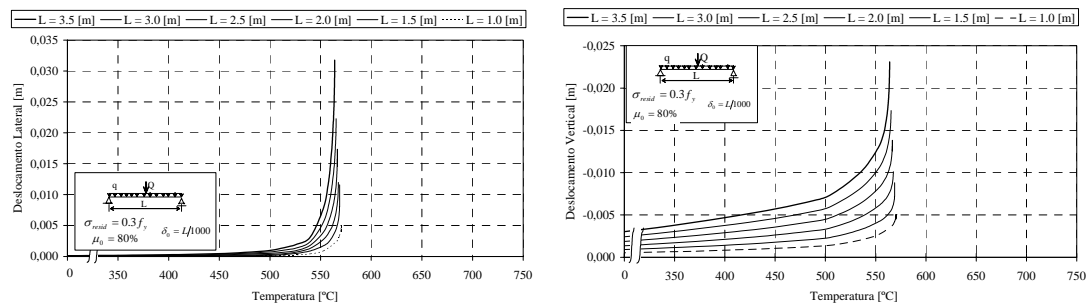


Figura 5.14 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso1 e  $\mu_0 = 80\%$  .

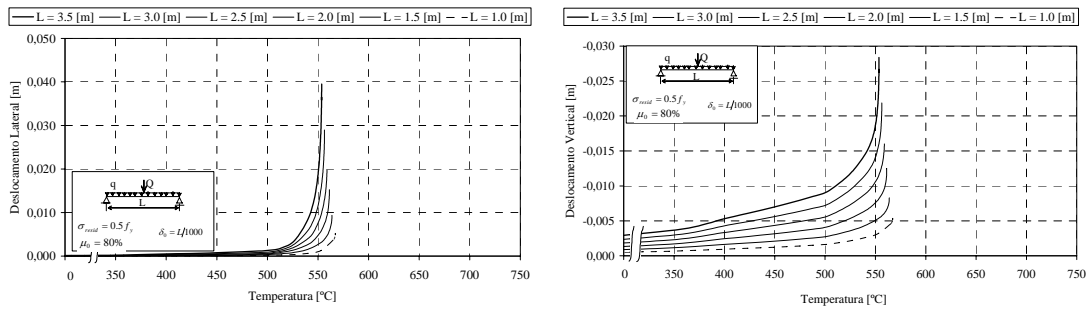


Figura 5.15 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso2 e  $\mu_0 = 80\%$  .

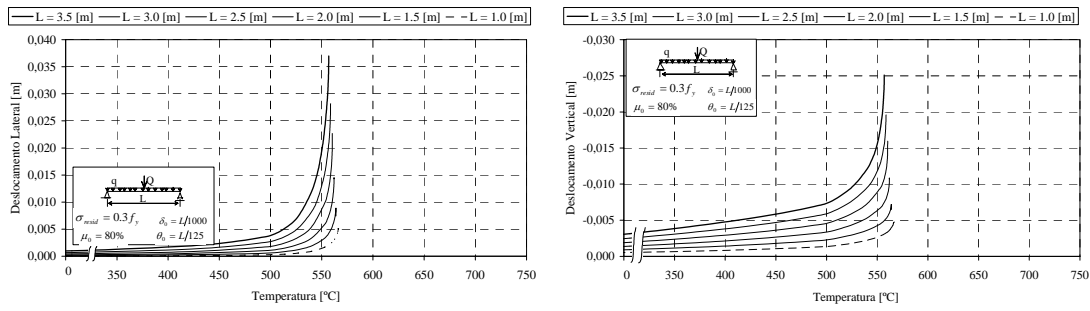


Figura 5.16 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso3 e  $\mu_0 = 80\%$  .

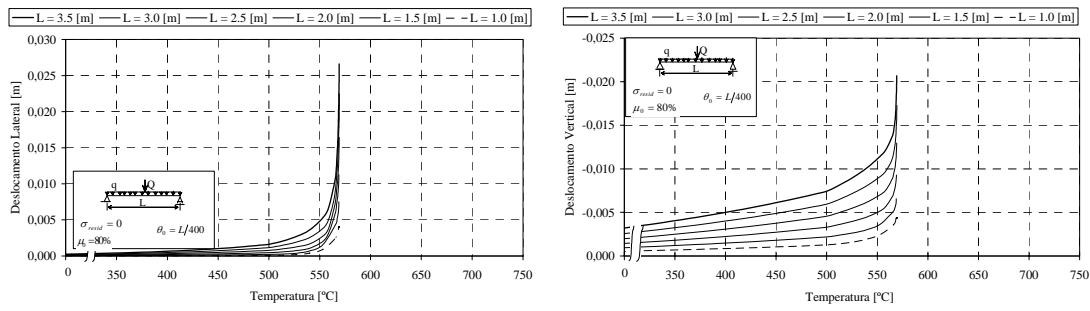


Figura 5.17 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso4 e  $\mu_0 = 80\%$  .

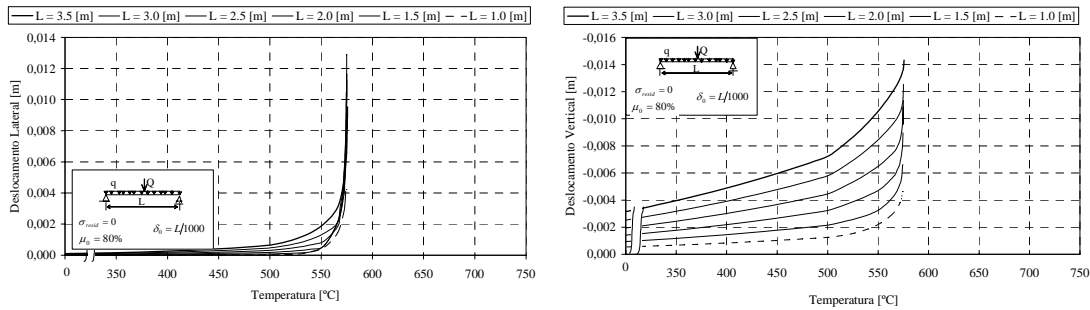


Figura 5.18 – Deslocamentos laterais e verticais a meio vão, Caso5 e  $\mu_0 = 80\%$  .

Na Tabela 5.1 encontram-se representados os resultados numéricos da temperatura crítica dos casos de imperfeição descritos na Tabela 5.1, para o grau de utilização de 60% e 80%, para diferentes comprimentos de viga. Os valores apresentados correspondem à temperatura existente na viga no instante do colapso.

Tabela 5.2 - Valores numéricos da temperatura crítica [°C].

Viga [m]	Grau de utilização 60%					Grau de utilização 80%				
	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4	Caso5	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4	Caso5
1.0	603.8	599.4	598.7	602.6	609.1	570.0	567.0	566.0	569.0	574.2
1.5	600.2	595.2	596.0	602.2	608.7	568.8	564.0	564.0	569.0	574.3
2.0	598.6	592.2	594.1	601.9	608.6	567.6	561.2	562.0	569.0	574.5
2.5	597.5	589.3	592.5	602.1	608.8	566.6	558.9	560.3	569.0	574.9
3.0	596.1	586.4	590.7	602.0	608.8	565.3	556.4	558.8	569.0	575.1
3.5	594.6	583.5	588.5	602.1	609.8	563.9	553.6	556.9	569.0	575.9

A tabela mostra que a temperatura crítica diminui com o aumento do grau de utilização de 60% para 80%. Comparando as simulações que possuem tensões residuais, caso 1 a 3, com os casos 4 e 5 que não possuem tensões residuais, verifica-se que, na ausência destas, a temperatura crítica aumenta, sendo aproximadamente constante para todos os comprimentos de viga, conforme é evidenciado na Figura 5.19.

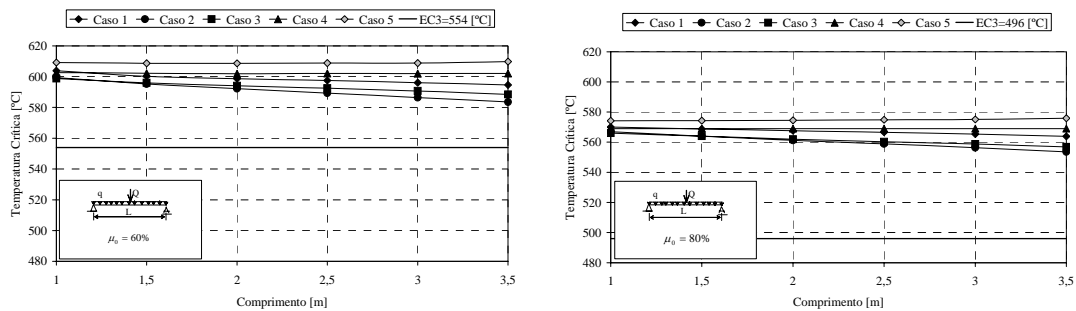


Figura 5.19 - Variação da temperatura crítica com o comprimento de viga.

Quando se consideram tensões residuais, a temperatura crítica diminui com o aumento do comprimento da viga. Um aumento na amplitude das tensões residuais produz uma maior diminuição da temperatura crítica, em vigas de maior comprimento.

Quando a imperfeição geométrica de rotação da secção é considerada, caso 3, existe uma diminuição global da temperatura crítica. A utilização da imperfeição

geométrica equivalente, caso 4, fornece valores da temperatura crítica superiores à situação em que é combinada a imperfeição geométrica e a imperfeição material das tensões residuais, caso 1, para vigas de maior comprimento.

### 5.3.2- Influência do diagrama de momentos

Na Figura 5.20 encontram-se representados os resultados numéricos do deslocamento lateral em função do incremento de temperatura, para o carregamento composto pela carga concentrada ( $Q$ ) e carga distribuída ( $q$ ), apresentado na figura Figura 5.8, para valores do grau de utilização de 20%, 40%, 60% e 80%, nas condições de imperfeição correspondentes ao caso 1 (tensões residuais de amplitude máxima  $0.3 \times f_y$  e deslocamento lateral  $\delta_0 = L/1000$ ). O valor da carga concentrada aplicada é obtido de modo a satisfazer o grau de utilização pretendido.

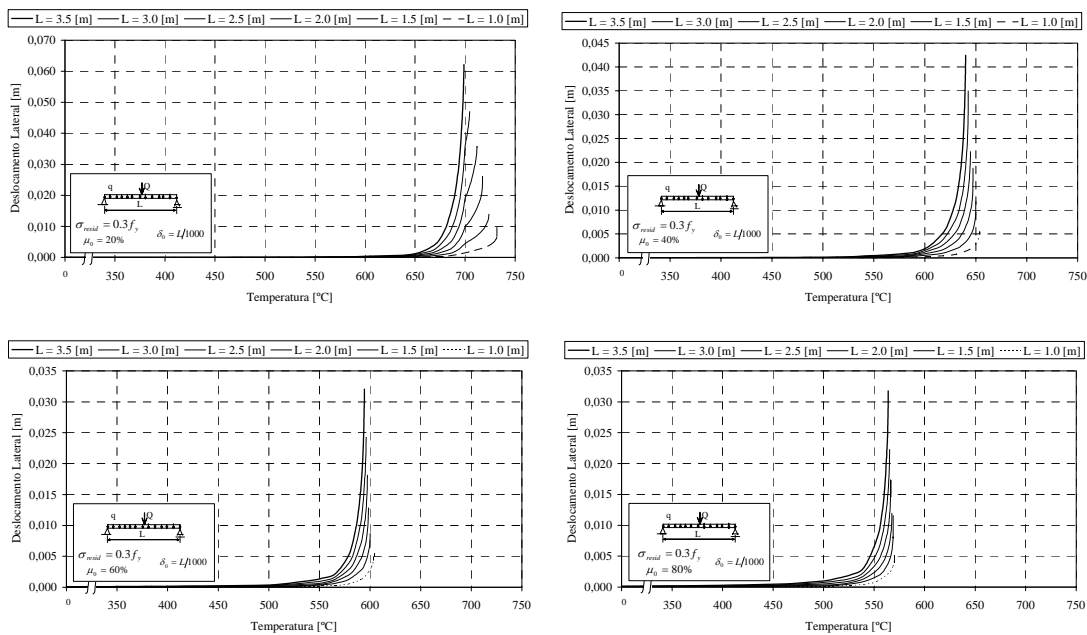


Figura 5.20 – Deslocamento lateral nas vigas sujeitas ao carregamento composto pela carga concentrada e carregamento distribuído com diferentes valores do grau de utilização.

Os resultados mostram que, para baixos valores do grau de utilização, a temperatura crítica depende do comprimento da viga. Esta situação desaparece à medida que o grau de utilização aumenta.

Para vigas sujeitas a flexão uniforme, os resultados numéricos da Figura 5.21, apresentam valores inferiores de temperatura crítica, quando comparados com o tipo de solicitação anterior, para o mesmo grau de utilização.

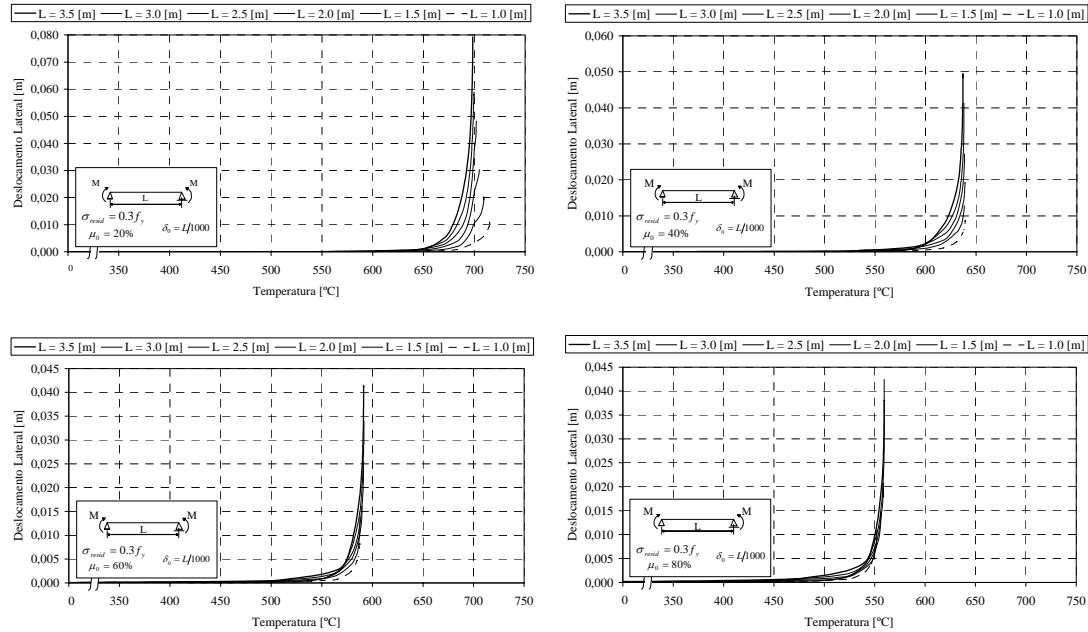


Figura 5.21 – Deslocamento lateral nas vigas sujeitas a flexão uniforme para diferentes valores do grau de utilização.

Esta solicitação é considerada menos conservativa por possuir uma distribuição do momento flector elevada em toda a extensão do elemento, conforme já concluído por Bailey et al [5.3].

À semelhança da solicitação anterior, a temperatura crítica continua a depender do comprimento da viga, mas neste caso, de forma significativa, para valores inferiores do grau de utilização.

Tabela 5.3 - Valores numéricos da temperatura crítica [°C].

Viga [m]	Carga a meio vão				Flexão uniforme			
	$\mu_0 = 20\%$	$\mu_0 = 40\%$	$\mu_0 = 60\%$	$\mu_0 = 80\%$	$\mu_0 = 20\%$	$\mu_0 = 40\%$	$\mu_0 = 60\%$	$\mu_0 = 80\%$
1.0	731,8	653,9	603,8	570,0	715,4	639,4	587,5	550,4
1.5	723,7	650,0	600,2	568,8	709,5	638,4	587,6	552,2
2.0	717,4	647,3	598,6	567,6	705,0	639,2	589,8	556,2
2.5	711,9	644,9	597,5	566,6	702,0	638,8	591,3	558,6
3.0	704,7	642,6	596,1	565,3	699,7	638,1	591,6	559,4
3.5	698,9	640,1	594,6	563,9	698,6	637,1	591,4	559,6

A Tabela 5.3 mostra que, nas vigas analisadas, para o carregamento composto pela carga concentrada e distribuída existe uma diminuição de 32.9 [°C], para um grau de utilização de 20% e de 6.1 [°C] para o grau de utilização de 80%, entre os comprimentos de viga de 1.0 [m] e 3.5 [m]. No primeiro caso a diminuição da temperatura crítica não parece ser significativa, sendo da ordem dos 4,5%. No entanto, se a comparação for efectuada relativamente ao tempo de resistência ao fogo, para o perfil IPE100 sujeito à curva de incêndio padrão ISO834, a diminuição é de 3,6 [min], correspondendo a 20,2%, o que pode ser significativo na segurança do edifício, ver a Figura 5.22.

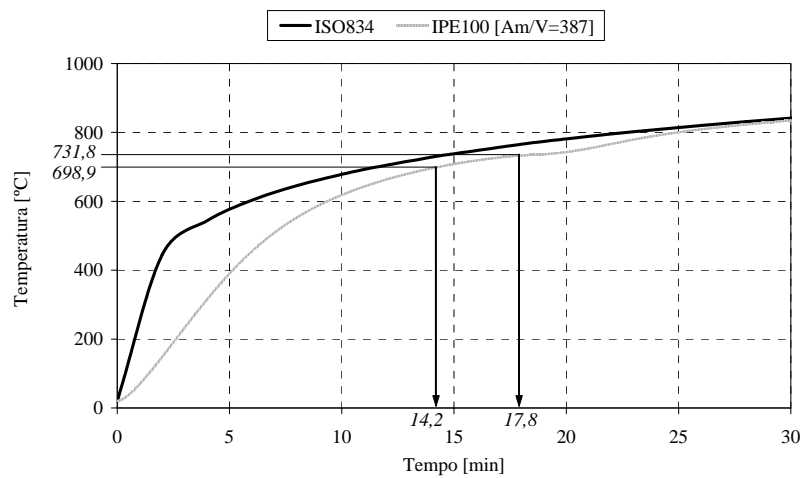


Figura 5.22 – Diminuição do tempo resistente ao fogo em função da diminuição da temperatura crítica.

Utilizando as propriedades obtidas na secção 4.2, na caracterização do material das vigas ensaiadas,  $f_y = 293.2[MPa]$ , e fazendo as análises numéricas no programa SAFIR, a Figura 5.24 à Figura 5.26 mostram a variação do deslocamento lateral a meio vão, para diferentes diagramas de momentos, variando o valor de  $\psi = 1, \psi = 0$  e  $\psi = -1$ , conforme a Figura 5.23.

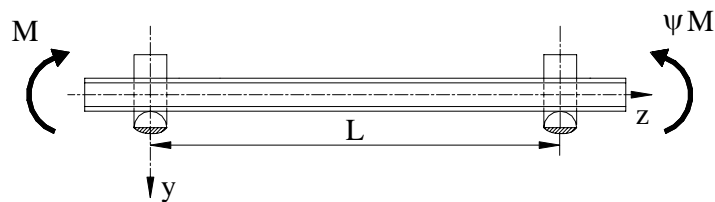


Figura 5.23 – Viga sujeita a momentos concentrados nas extremidades.

Neste modelo não são contabilizadas as tensões residuais, sendo aplicada uma imperfeição geométrica de deslocamento lateral, para um momento aplicado correspondente a um grau de utilização de 60%.

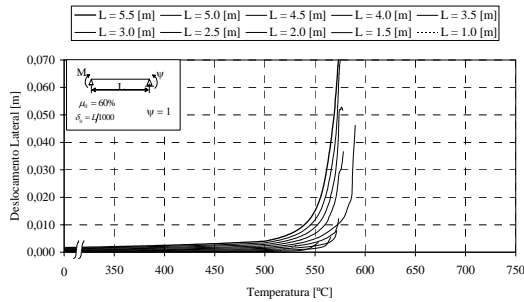


Figura 5.24 – Deslocamentos laterais de vigas sujeitas a um grau de utilização de 60%,  $\psi = 1$ .

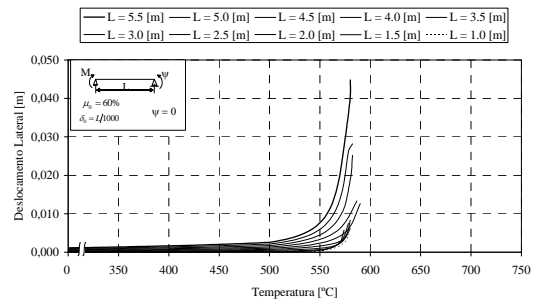


Figura 5.25 – Deslocamentos laterais de vigas sujeitas a um grau de utilização de 60%,  $\psi = 0$ .

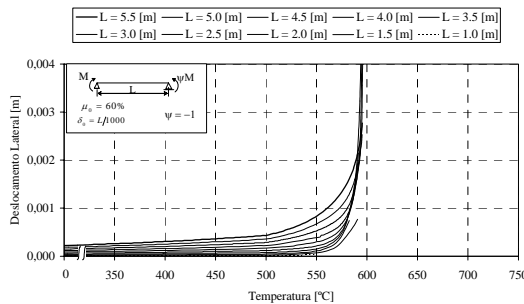


Figura 5.26 - Deslocamentos laterais de vigas sujeitas a um grau de utilização de 60%,  $\psi = -1$ .

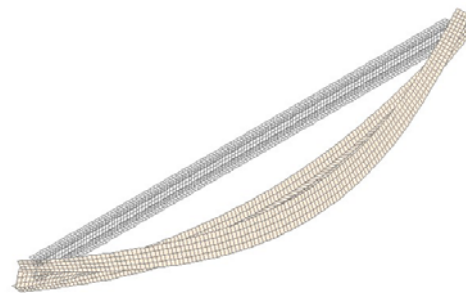


Figura 5.27 – Deformada de uma viga sujeita a flexão uniforme à temperatura crítica,  $L=2,5$  [m].

Os resultados mostram que vigas de menor comprimento, dependendo do tipo de carregamento, podem ter uma temperatura crítica inferior à preconizada pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2, para o grau de utilização de 60%, cujo valor é  $T_{cr} = 554[^\circ C]$ . Mais uma vez, o carregamento de flexão uniforme origina temperaturas críticas inferiores aos restantes carregamentos, para todos os comprimentos de viga.

Tabela 5.4 - Valores numéricos da temperatura crítica [°C].

Viga [m]	Grau de utilização 60%		
	$\psi = 1$	$\psi = 0$	$\psi = -1$
1.0	538,36	579,63	550,56
1,5	553,37	575,86	591,78
2.0	565,83	578,37	592,92
2,5	571,67	580,00	591,67
3.0	573,75	580,02	596,56
3,5	590,00	590,00	595,10
4.0	580,16	587,84	596,11
4,5	577,99	586,67	596,67
5.0	579,90	583,31	598,61
5,5	580,42	580,43	597,08

A Figura 5.28 e Figura 5.29 apresentam a deformada de uma das vigas analisadas, para um diagrama de momentos definido pelos valores de  $\psi = 0$  e  $\psi = -1$ , no instante correspondente ao colapso.

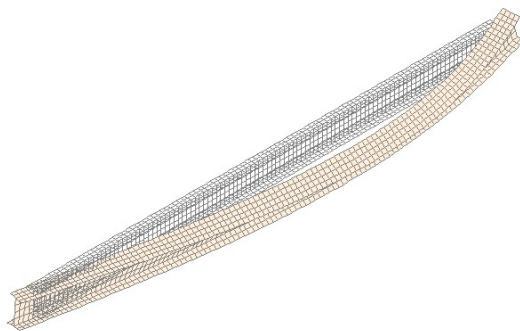


Figura 5.28 – Deformada de uma viga à temperatura crítica,  $L=2,5$  [m] e  $\psi = 0$  (factor de amplificação 10x).

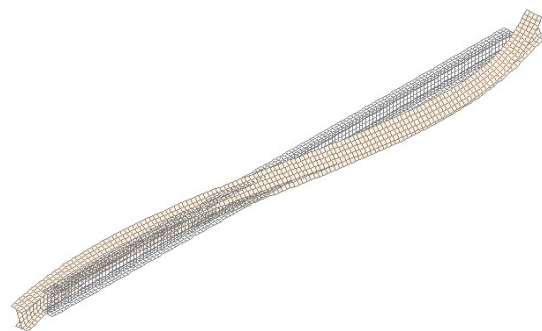


Figura 5.29 – Deformada de uma viga à temperatura crítica,  $L=2,5$  [m] e  $\psi = -1$  (factor de amplificação 10x).

### 5.3.3- Influência do grau de utilização

A Figura 5.30 representa a variação da temperatura crítica em elementos de viga submetidos aos dois tipos de carregamento representados, sendo comparada com a expressão do Eurocódigo 3 parte 1.2, equação (2.73). Os modelos, executados no



SAFIR, para o material com  $f_y = 293.2[MPa]$ , incluem a imperfeição de deslocamento lateral.

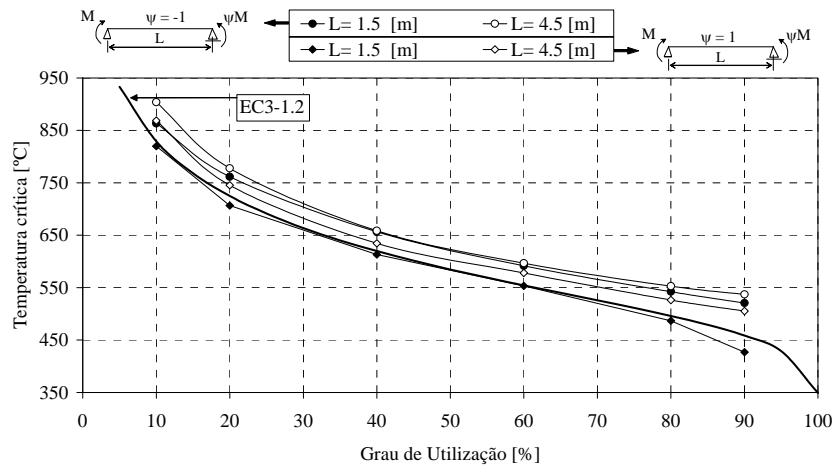


Figura 5.30 - Temperatura crítica para diferentes valores do grau de utilização. Momentos nas extremidades.

Todos os modos de colapso representados evidenciaram a perda de equilíbrio por encurvadura lateral. Na gama de valores do grau de utilização entre 10 e 90%, os valores da temperatura crítica da viga com 1.5 [m] de comprimento é sempre inferior à obtida para a viga com 4.5 [m] de comprimento. Os valores obtidos para a solicitação por flexão uniforme são sempre inferiores ao especificado pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2, para todos os valores do grau de utilização. Os restantes casos mostram-se seguros quando comparados com o Eurocódigo 3.

No cálculo do momento resistente à encurvadura, um dos parâmetros a ter em consideração é a posição do ponto de aplicação da carga em relação ao centro de corte. Este parâmetro é relevante devido maior efeito de instabilidade provocado. Na Figura 5.31 a Figura 5.33 é verificada a influência deste parâmetro para um carregamento composto por uma carga uniforme aplicada no centroide ( $q = 208,07[N/m]$ ) e por uma carga concentrada aplicada no banço superior, no centroide ou no banço inferior, cuja intensidade corresponde ao grau de utilização pretendido.

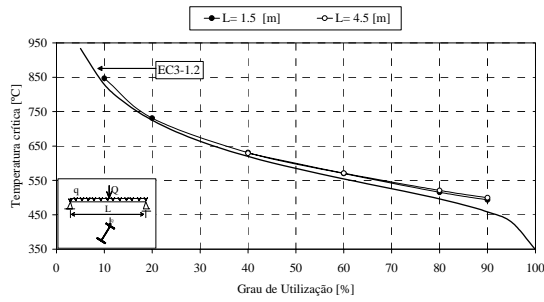


Figura 5.31 – Variação da temperatura crítica com o grau de utilização, para carga aplicada no banzo superior.

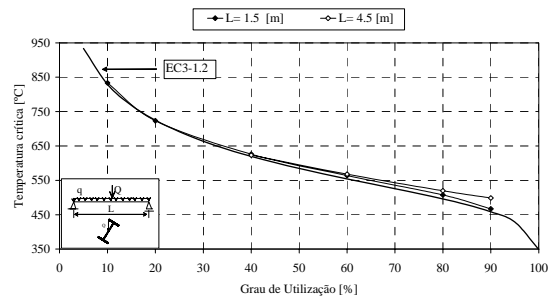


Figura 5.32 - Variação da temperatura crítica com o grau de utilização, para carga aplicada no centroide.

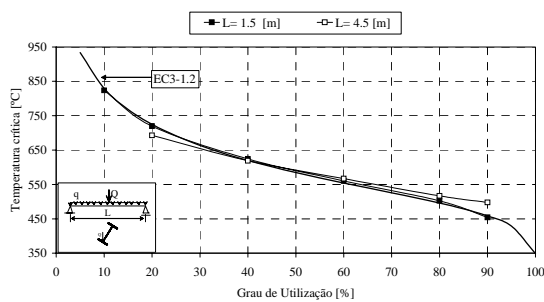


Figura 5.33 - Variação da temperatura crítica com o grau de utilização, para carga aplicada no banzo inferior.

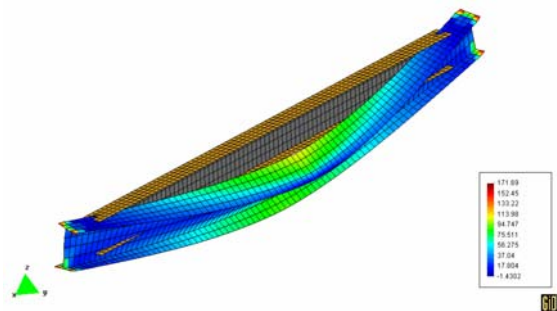


Figura 5.34 – Tensão equivalente de von Mises, para a carga aplicada no banzo superior, no instante do colapso,  $L=1.5$  [m],  $\mu_0 = 60\%$  .

Os resultados, obtidos no programa SAFIR, mostram que os valores preconizados pelo Eurocódigo são conservativos, para o caso da carga aplicada no banzo superior e no centroide. Quando a carga é aplicada no banzo inferior, para baixos valores do grau de utilização, a temperatura crítica obtida no SAFIR é inferior à estabelecida pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2.

Na Figura 5.34 é apresentada a distribuição das tensões equivalentes de von Mises, para uma viga sujeita ao carregamento distribuído aplicado no centroide e à carga concentrada aplicada no banzo superior, para um grau de utilização de 60%, no último instante em que foi possível estabelecer o equilíbrio. As tensões equivalentes são determinadas com base nos esforços de membrana e de flexão calculados pelo SAFIR e a sua distribuição é obtida pelo pós-processador do GID. O valor máximo situa-se nas extremidades dos banzos, nos apoios, originadas pelas deformações de origem térmica.

A Figura 5.35 apresenta a distribuição da tensão equivalente de von Mises de uma viga com 2,5 [m] de comprimento, sujeita a um carregamento distribuído e uma carga concentrada no banzo inferior, a meio vão da viga, correspondente a um grau de

utilização de 60%. Para temperaturas próximas da temperatura ambiente, a tensão equivalente máxima é originada pelo carregamento mecânico e situa-se a meio vão, local onde o diagrama de momentos é máximo, Figura 5.35a). Com o aumento da temperatura, os constrangimentos à dilatação térmica, nos apoios, assumem um papel relevante, Figura 5.35b).

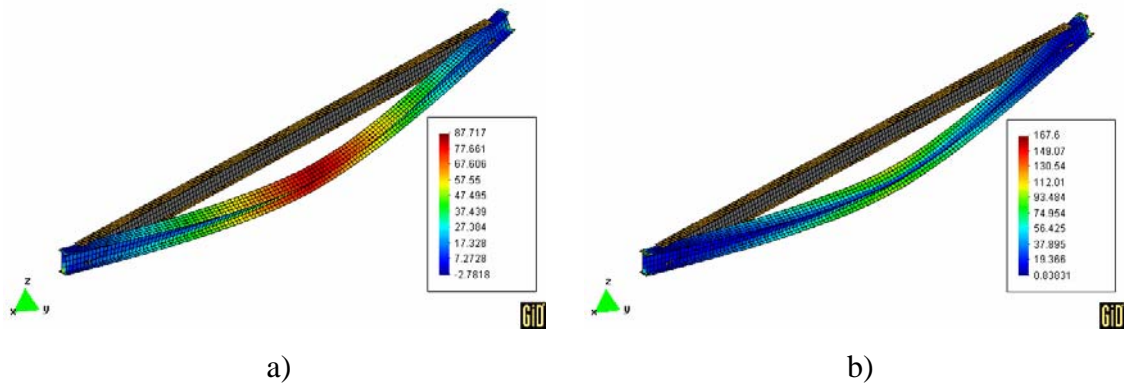
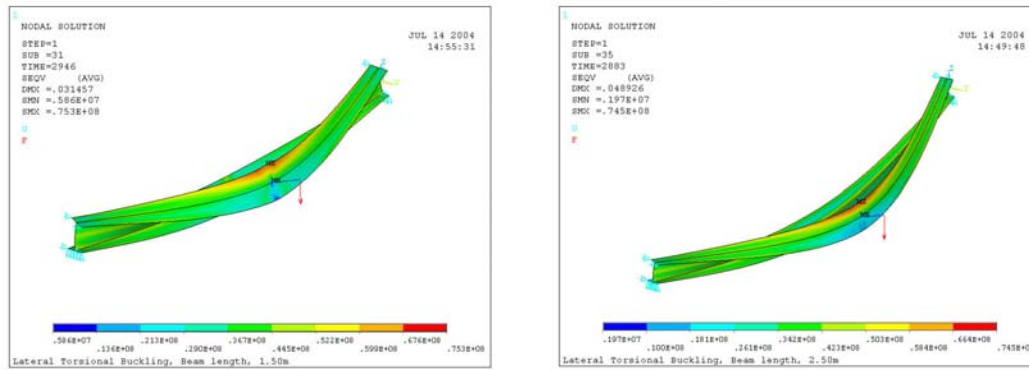


Figura 5.35 – Distribuição da tensão equivalente de von Mises,  $L=2,5$  [m]. Carga aplicada no banzo inferior. a)  $T_{cr} = 33,33$  [°C], b)  $T_{cr} = 573,33$  [°C].

### 5.3.4- Comparação com os resultados dos ensaios experimentais

Para se proceder à comparação entre os resultados numéricos e os obtidos nos ensaios experimentais, é necessário modificar o modelo numérico apresentado na secção 5.2.1, do programa Ansys. Esta alteração deve-se ao facto de, nos ensaios experimentais, a carga concentrada ser aplicada a uma coordenada  $y_Q = -0,105$  [m]. Para tal, foi modelado um elemento de viga Beam188, de rigidez elevada, para simular o componente de interface da viga, para a aplicação da carga. O modelo numérico inclui a imperfeição de deslocamento lateral e uma distribuição de tensões residuais de amplitude máxima igual a  $0,3 \times f_y$ , considerando a tensão de cedência obtida experimentalmente. O carregamento mecânico aplicado corresponde ao apresentado na Tabela 2.2. A Figura 5.36 apresenta a distribuição da tensão equivalente de von Mises no instante correspondente ao colapso.



a)

b)

Figura 5.36 - Distribuição da tensão equivalente de von Mises à temperatura de colapso. a)  $L=1,5$  [m], b)  $L=2,5$  [m].

Na Figura 5.37 encontram-se representados os resultados numéricos do deslocamento lateral e vertical do nó central a meio vão das vigas.

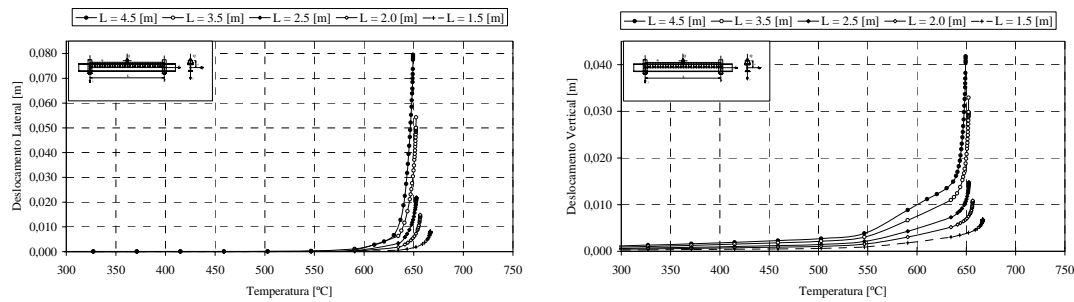


Figura 5.37 – Valores numéricos do deslocamento lateral e vertical das vigas ensaiadas experimentalmente.

Os valores da temperatura crítica obtidos numericamente são superiores aos preconizados pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2, cujos valores variam com o grau de utilização. Os resultados experimentais são superiores aos dos numéricos, essencialmente devido aos factos já evidenciados na secção 4.5, como a não uniformidade da temperatura e consequente aumento da rigidez introduzida pelos apoios, e pela natureza do próprio método numérico utilizado.

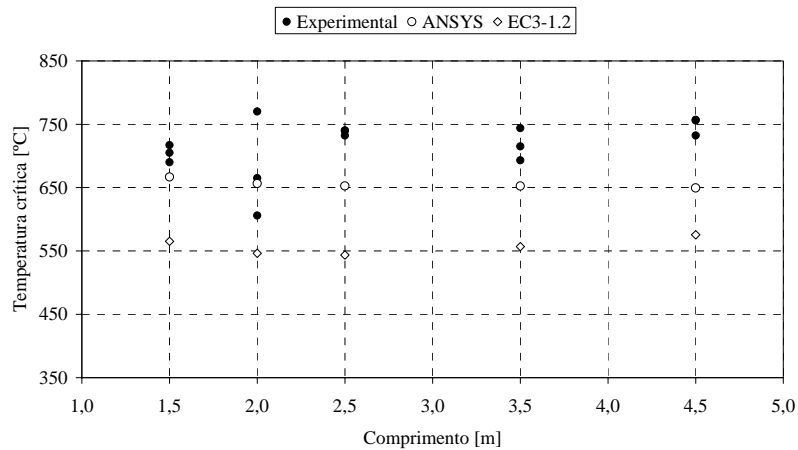


Figura 5.38 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais.

## 5.4- Conclusões

A verificação da segurança dos elementos estruturais submetidos à acção de incêndio pode ser efectuada no domínio da temperatura. Esta situação pressupõe o conhecimento da temperatura crítica do elemento para um determinado grau de utilização.

Foi apresentado um procedimento numérico para a obtenção da temperatura crítica de vigas sem constrangimentos laterais, sujeitas à instabilidade por encurvadura lateral. Foi analisada a influência que as imperfeições geométricas e as tensões residuais possuem na temperatura crítica, para diferentes graus de utilização. Apresentaram-se resultados para diferentes diagramas de momentos e comprimentos de viga.

Verificou-se que à temperatura ambiente o momento resistente depende das imperfeições geométricas existentes na viga, especialmente para valores de esbelteza intermédios, originando diferentes comportamentos da viga.

Os resultados numéricos mostram que a temperatura crítica diminui com o aumento do grau de utilização e com a inclusão das tensões residuais no modelo de elementos finitos. Para baixos valores do grau de utilização, a temperatura crítica varia com o comprimento da viga, enquanto que para valores elevados se mantém aproximadamente constante.

Para qualquer valor do grau de utilização, para a solicitação por flexão uniforme, ver a Figura 5.30, os valores obtidos pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2, [5.18], mostram-se inseguros quando comparados com os resultados numéricos.

Para a solicitação correspondente ao carregamento experimental, os resultados numéricos são superiores aos do Eurocódigo 3 Parte 1.2, mas inferiores aos obtidos experimentalmente.

### 5.5- Referências

- [5.1]. Talamona, D., Franssen, J.M., Schleich, J.B., Kruppa, J., “Stability of steel columns in case of fire: Numerical modeling”, *Journal of Structural Engineering*, vol. 123, Nº 6, 1997.
- [5.2]. Burgess, I.W., Rimawi, J.El, Plank, R.J.; “Studies of the behaviour of steel beams in fire”, *Journal of Constructional Steel Research*, 19 (2), pp 285-312; 1991.
- [5.3]. Bailey, C.G., Burgess, I.W., Plank,R.J.; “The lateral-torsional buckling of unrestrained steel beams in fire”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 36 (2), pp 101-119; 1996.
- [5.4]. CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; 1993.
- [5.5]. Franssen JM, Schleich JB, Cajot L. G. ; “ A simple model for fire resistance of axially-loaded members according to Eurocode 3”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 35, pp 49-69, 1995.
- [5.6]. Toh, W. S., Tan, K. H., Fung, T. C.; “Strength and Stabidity of steel frames in fire: Rankine approach”, *Journal of Structural Engineering*, vol 127, Nº 4, Abril 2001.
- [5.7]. Piloto, P.A.G.; “Análise experimental e numérica do comportamento de estruturas metálicas sujeitas à acção do fogo” – Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica; Porto; Portugal; Setembro 2000.
- [5.8]. CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; Abril, 2003.
- [5.9]. Vila Real P. M., Cazeli, R., Simões da Silva, L., Santiago, A., Piloto, P.; “The effect of residual stresses in lateral torsional buckling of steel I-beams at elevated temperature”, *J. Constructional Steel Research*, vol 60, 3-5, pag 783-793, 2003.
- [5.10]. Sha, W., Kirby,B.R., Kelly, F.S.; “The behaviour of structural steels at elevated temperatures and the design of fire resistant steels”, *Materials Transactions*, Vol. 42, Nº 9, pp. 1913-1927, 2001.
- [5.11]. Yin, Y. Z., Wang, Y. C.; “Numerical simulations of the effects of non-uniform temperature distributions on lateral torsional buckling resistance of steel I-beams”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 59, pp 1009-1033, 2003.

- 
- [5.12]. Yin, Y. Z., Wang, Y. C.; “A numerical study of large deflection behaviour of restrained steel beams at elevated temperatures”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 60, pp 1029-1047, 2004.
- [5.13]. Ding, J., Li, G.Q., Sakumoto, Y.; “Parametric studies on fire resistance of fire-resistance steel members”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 60 (2), pp 1007-1027; 2004.
- [5.14]. Ansys, Inc; “Ansys User’s manual”, 2003.
- [5.15]. Franssen, J-Marc; Kodur, V.K.R.; Manson, J.; «Users manual for SAFIR 2001 free – A computer program for analysis of structures submitted to the fire”; U. Liégè, N.R.C.C., S.K.M.; April 2002.
- [5.16]. Piloto, P.A.G.; Mesquita, Luís; Vaz, M.A.P; Vila Real, Paulo M.M.; “A influência das imperfeições geométricas na resistência de vigas à encurvadura lateral”; IV Encontro Nacional de Construção Metálica e Mista; ISBN 972-983765-1; pp. 455-464; IST – Lisboa 4 e 5 de Dezembro de 2003.
- [5.17]. Trahair, N. S.; “Deformations of geometrically imperfect beams”; *Journal of Structural Division*, proceedings of the ASCE; ST 7, pp. 1475, 1496; July; 1969.
- [5.18]. CEN prEN 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; Stage 49 – draft; May 2003.

# Capítulo 6

## Conclusões e Desenvolvimentos Futuros

6.1- Introdução.....	6.2
6.2- Sumário e conclusões .....	6.2
6.3- Perspectivas de desenvolvimentos futuros .....	6.4



### **6.1- Introdução**

Este trabalho apresentou com detalhe os aspectos da análise estrutural de estruturas em aço sujeitas à acção do fogo. Foi estudado um modo de instabilidade que pode ocorrer em vigas sem constrangimentos laterais, a encurvadura lateral torsional. O cálculo estrutural ao fogo, segundo o método simplificado do Eurocódigo 3 Parte 1.2, pode ser efectuado segundo três domínios. Mostrou-se que, para o modo de instabilidade estudado e no domínio da temperatura, a temperatura crítica não pode ser calculada directamente pela relação existente com o grau de utilização, obrigando à utilização de um procedimento iterativo.

O estudo compreendeu a caracterização mecânica do material dos perfis IPE100, quanto à sua resistência e comportamento a temperaturas elevadas. Tradicionalmente, a resistência ao fogo é obtida por ensaios realizados em fornalhas, em que o elemento é sujeito a um carregamento e a temperaturas elevadas. Nos ensaios efectuados o processo de aquecimento recorreu a um sistema de aquecimento electro – resistivo de elevada potência, mantendo-se a carga mecânica constante.

Foram executados ensaios experimentais, à escala real, em vigas de diferentes comprimentos, verificando-se que o modo de colapso, em todos os ensaios, se deveu à instabilidade por encurvadura lateral torsional, nos quais foram obtidas as respectivas temperaturas críticas.

Um vasto conjunto de análises numéricas foi executado, envolvendo um estudo paramétrico dos factores que influenciam a temperatura crítica em vigas sujeitas à encurvadura lateral. Exemplos destes factores são as imperfeições, geométricas e materiais, existentes no elemento estrutural, o diagrama de momentos e o valor do grau de utilização.

### **6.2- Sumário e conclusões**

Devido à elevada variabilidade das propriedades do aço com a temperatura, foram apresentados ensaios de caracterização das mesmas quando sujeito a diferentes níveis de temperatura, assim como a influência do arrefecimento. Variando estes factores foi

medido o valor da resistência, da dureza, efectuada a análise metalográfica e a medição das tensões residuais. O aço quando sujeito a temperaturas elevadas, superiores à temperatura de transformação alotrópica, sendo submetido a um arrefecimento forçado em água, tende a ter um comportamento frágil, perdendo as suas características de ductilidade. Para temperaturas entre 500-625 [°C], com arrefecimento forçado ou natural, existe um alívio das tensões residuais instaladas. O arrefecimento de uma estrutura sujeita a um incêndio afecta a sua integridade estrutural, influenciando a sua possível reabilitação.

O estudo experimental da encurvadura lateral foi conduzido em comprimentos compreendidos entre 1,5 [m] e 4,5 [m] de perfil IPE100, com três ensaios por comprimento. Foi efectuada a caracterização do material, através de ensaios de tracção, obtendo-se a sua tensão de cedência e módulo de elasticidade. A imperfeição geométrica dos perfis ensaiados foi medida através de um feixe laser, verificando-se a existência de valores relativamente baixos.

Os ensaios foram realizados com a aplicação de um carregamento mecânico seguido da acção térmica, simulando de uma forma mais real a situação de incêndio. O carregamento mecânico é composto por uma carga concentrada a meio vão de valor constante e por um carregamento distribuído, de baixa intensidade, relativo ao peso das resistências eléctricas e à manta de isolamento. Para garantir a aplicação da carga concentrada na direcção vertical, foi construído um sistema de balancé, colocando-se a carga de uma forma suspensa. A temperatura na viga segue uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h].

Os valores da temperatura crítica obtidos pelos ensaios são superiores aos preconizados pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2. A diferença nos valores deve-se essencialmente a uma distribuição não uniforme da temperatura e aos constrangimentos introduzidos pelos apoios, originando um aumento da resistência à encurvadura lateral.

A variabilidade dos três ensaios para cada comprimento é aceitável, de valor máximo igual a 4% relativamente ao valor médio, à excepção das vigas de comprimento de encurvadura de 2,0 [m], em que a variação é de 13%.

O estudo numérico foi desenvolvido com dois programas de elementos finitos, Ansys e SAFIR. A malha de elementos finitos utilizada em ambos os programas foi obtida através de um programa desenvolvido em Fortran que gera a discretização baseada nas imperfeições geométricas desejadas. Ambos os modelos utilizam as propriedades do aço a temperaturas elevadas definidas no Eurocódigo 3 Parte 1.2. As

condições de apoio foram modeladas através de apoios de forquilha em ambas as extremidades e a evolução da temperatura, definida nos elementos, é constante na espessura seguindo uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h].

Nos casos analisados, a consideração de tensões residuais origina uma diminuição da temperatura crítica com o comprimento da viga. Um aumento na amplitude das tensões residuais produz uma diminuição mais elevada da temperatura crítica em vigas de maior comprimento. A temperatura crítica diminui com o aumento do grau de utilização, sendo aproximadamente constante, para qualquer comprimento de viga, para valores elevados do grau de utilização.

Os distintos diagramas de momentos analisados permitem concluir que, quanto maior for a extensão da viga sujeita ao momento flector máximo, menor é a temperatura crítica. Para o carregamento menos conservativo, flexão uniforme, foram obtidas temperaturas críticas inferiores às preconizadas pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2.

Análises efectuadas em valores do grau de utilização entre 10 e 90%, mostram que para vigas com 1,5 [m] de comprimento sujeitas a flexão uniforme, a temperatura crítica é sempre inferior ao valor obtido pelo Eurocódigo 3 Parte 1.2.

Os resultados numéricos, da solicitação correspondente ao carregamento experimental, são superiores aos do Eurocódigo 3 Parte 1.2, mas inferiores aos obtidos experimentalmente.

O conhecimento do comportamento estrutural de estruturas sujeitas ao fogo, permite a obtenção da temperatura crítica de um elemento sujeita a um carregamento conhecido. A correcta utilização dos modelos de cálculo permitem constatar a necessidade da protecção ao fogo desses mesmos elementos, de forma a garantir a resistência ao fogo determinada regulamentarmente.

### **6.3- Perspectivas de desenvolvimentos futuros**

Embora nos últimos anos tenha existido um grande desenvolvimento no domínio do comportamento estrutural ao fogo, não obstante dos assuntos tratados neste trabalho, ainda é necessário explorar alguns aspectos.

Devido à elevada complexidade dos vários parâmetros que influenciam a resistência à encurvadura lateral a temperaturas elevadas, a melhor forma de se obter

uma melhor descrição do seu comportamento é a execução de ensaios experimentais à escala real, sendo fundamental a investigação dos seguintes pontos.

É necessário o estudo do efeito de diferentes cargas de incêndio presentes nos compartimentos dos edifícios, mais ou menos energéticas, podendo ser analisadas através de diferentes taxas de aquecimento.

Influência do efeito da acção do fogo de solicitação parcial no comprimento da viga, assim como o efeito da existência de gradientes térmicos na secção transversal, no valor da temperatura crítica.

Os resultados obtidos evidenciam a existência de uma relação entre o comprimento de viga sujeito ao momento máximo e a temperatura crítica, pelo que é essencial realizarem-se mais ensaios com outros carregamentos mecânicos.

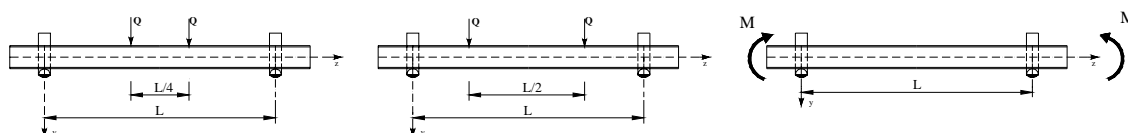


Figura 6.1 - Carregamentos a ensaiar.

Dada a importância dos constrangimentos axiais e de rotação nos apoios é relevante a execução de ensaios com outras condições de apoio. É conveniente o estudo de mais perfis, outros aços (S275, S355, S400).

Devido à utilização emergente de aços de alta resistência ao fogo, mostram-se fundamentais ensaios experimentais efectuados para este tipo de aços.