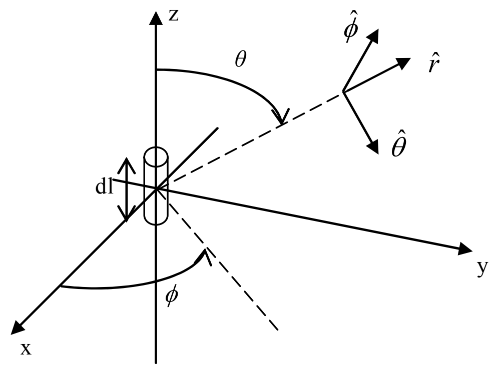
Antenas

1. Introdução

Uma antena quando alimentada sinusoidalmente, radia ondas electromagnéticas, com variação sinusoidal.

2. Radiação a partir de um dipolo elementar

- Tem comprimento *dl* e orientado segundo o eixo dos *zz*
- I é a corrente que o alimenta
- Tem espessura (raio) desprezável



Antenas

O campo magnético é

$$\vec{H} = j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\beta^2\cdot\left[\frac{1}{\beta r}-\frac{j}{\beta^2 r^2}\right]\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\phi}$$

Este campo tem duas parcelas

$$\vec{H} = \vec{H}_H + \vec{H}_F$$

Campo de Henry

$$\vec{H}_H = j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\beta\cdot\frac{1}{r}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\phi}$$

Campo de Faraday

$$\vec{H}_F = \frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\frac{1}{r^2}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\phi}$$

Antenas

O Campo de Henry tem atenuação proporcional à distância radial $r \rightarrow$ É o que se propaga a grandes distâncias.

O Campo de Faraday só tem actuação nas vizinhanças do sistema produtor.

A razão entre campos afastado e próximo é:

$$\frac{|H_H|}{|H_F|} = \beta\, r$$

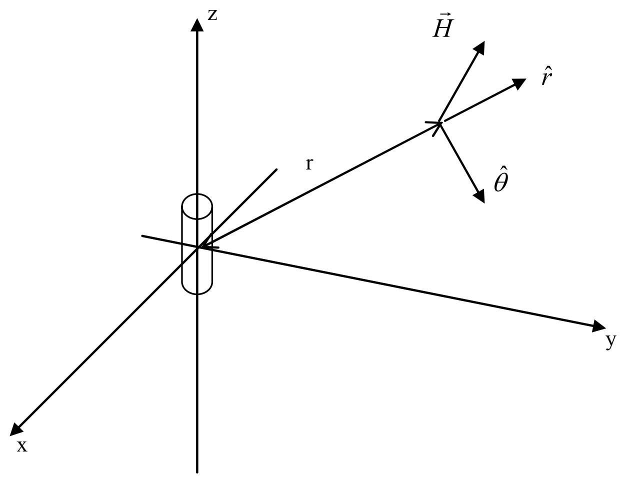
A fronteira de separação r_{th} entre as zonas onde predomina o campo próximo H_F e o campo afastado H_H é:

$$\frac{|H_H|}{|H_F|} = 1 \quad \rightarrow \quad \beta\, r_{th} = 1 \quad \rightarrow \quad r_{th} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

Antenas

Se se considerar apenas o campo afastado (é normalmente assim em termos práticos), este é simplesmente

$$\overrightarrow{H} = j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\beta\cdot\frac{1}{r}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\phi}$$



Antenas

O Campo Eléctrico é

$$\vec{E} = -j\frac{Idl}{2\pi}e^{-j\beta r}\cdot\eta\cdot\beta^2\cdot\left[\frac{1}{\beta^2 r^2}+\frac{j}{\beta^3 r^3}\right]\cdot\cos(\theta)\cdot\hat{r} -$$

$$-j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\eta\cdot\beta^2\cdot\left[-\frac{1}{\beta r}+\frac{j}{\beta^2 r^2}+\frac{1}{\beta^3 r^3}\right]\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\theta}$$

Este campo tem uma componente radial (segundo $\hat{r}$) e uma componente transversal (segundo $\hat{\theta}$):

$$\vec{E} = E_r\cdot\hat{r} + E_\theta\cdot\hat{\theta}$$

Note-se que, em qualquer dos casos:

$$\vec{E} \perp \vec{H}$$

Antenas

O campo radial atenua-se rapidamente (é também um campo próximo), uma vez que esta é proporcional a r^2 e a r^3 $\rightarrow$ Sem interesse prático.

No campo transversal tem-se os seguintes campos:

Campo de Henry

$$\vec{E}_H = j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\eta\cdot\beta\cdot\frac{1}{r}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\theta}$$

Campo de Faraday

$$\vec{E}_F = \frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\eta\cdot\frac{1}{r^2}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\theta}$$

Antenas

Campo de Maxwell

$$\vec{E}_M = -j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\frac{\eta}{\beta}\cdot\frac{1}{r^3}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\theta}$$

O que se disse sobre $\vec{H}$ aplica-se igualmente a $\vec{E}$.

$\vec{E}_F$ e $\vec{E}_M$ são os campos próximos sem interesse prático.

O dipolo elementar *dl* produz os seguintes campos:

$$\vec{E} = j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\eta\cdot\beta\cdot\frac{1}{r}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\theta}$$

$$\vec{H} = j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\beta\cdot\frac{1}{r}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\phi}$$

Antenas

A Impedância de Onda é dada por:

$$\frac{\left|\vec{E}\right|}{\left|\vec{H}\right|} = \left| j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\eta\cdot\beta\cdot\frac{1}{r}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\theta}\right| \times$$

$$\times\left| j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r}\cdot\beta\cdot\frac{1}{r}\cdot sen(\theta)\cdot\hat{\phi}\right|^{-1} = \eta$$

Num meio dieléctrico.

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\text{ , com }\begin{cases}\mu = \mu_r\cdot\mu_0\\ \varepsilon = \varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\end{cases}$$

Antenas

No vazio:

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \left(H/_m \right)$$

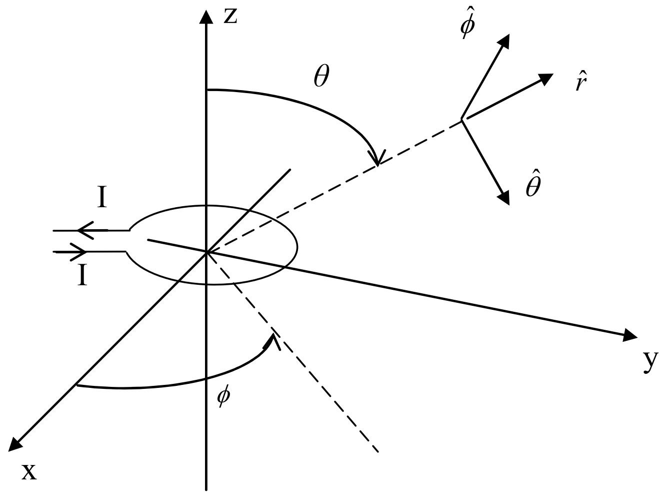
$$\varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \left(F/_m \right)$$

Logo,

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_o}} = 120\pi \left(\Omega \right)$$

3. Radiação a partir de um anel de corrente

- Tem secção elementar *ds*
- Tem espessura desprezável
- *I* é a corrente que o alimenta
- Assenta no plano *xoy*



Antenas

Também tem campos próximos e afastados.

Os campos afastados são:

$$\vec{E} = 30 \cdot \beta^2 \cdot Ids \cdot \frac{1}{r} \cdot sen(\theta) \cdot e^{-j\beta r} \cdot \hat{\theta}$$

$$\vec{H} = -\frac{\beta^2 \cdot Ids}{4\pi} \cdot \frac{1}{r} \cdot sen(\theta) \cdot e^{-j\beta r} \cdot \hat{\phi}$$

O limite das zonas próxima e afastada é também:

$$r_{th} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

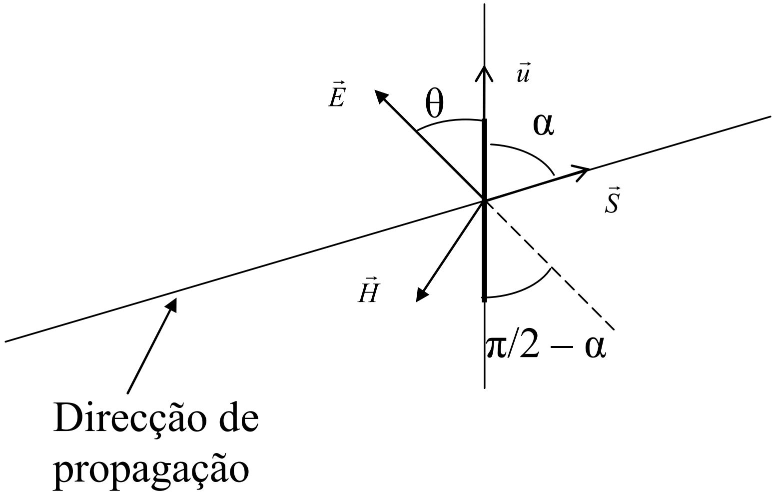
Antenas

A impedância de onda é:

$$\eta = \frac{\left|\vec{E}\right|}{\left|\vec{H}\right|} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

4. F.E.M. captada por uma antena de comprimento *dl*

- Antena de comprimento *dl* paralela ao vector $\vec{\mu}$.
- Antena faz com a direcção de propagação, um ângulo α.



Antenas

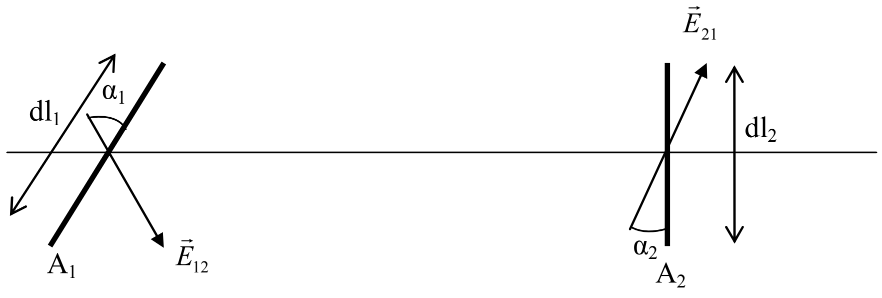
O valor eficaz da F.E.M. produzida é

$$f.e.m. = 2\left|\vec{E}\right|\overrightarrow{dl}\left| = 2\left|\vec{E}\right|\left(dl \cdot \vec{\mu}\right)\right| = 2l\left|\vec{E}\right|\vec{\mu}\left| = 2dlE\right|\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\left| = 2dlE\right|sen(\alpha)|$$

$$\left(= 2dlE\left|\cos(\theta)\right|\right)$$

Antenas

5. Teorema da reciprocidade das antenas



$$\frac{e_{21}}{I_1} = \frac{e_{12}}{I_2} \qquad \frac{E_{21} dl_2 \cos(\alpha_2)}{I_1} = \frac{E_{12} dl_1 \cos(\alpha_1)}{I_2}$$

e_{21}: FEM na antena 2 de recepção com a antena 1 alimentada com a corrente I_1 e a radiar

e_{12}: FEM na antena 1 de recepção com a antena 2 alimentada com a corrente I_2 e a radiar

6. Características das antenas

- Directividade D
- Ganho Directivo G
- Resistência de Radiação R_R
- Área Efectiva A_{ef}
- Diagrama de Radiação D_R

6.1. Directividade

Toma-se como referência uma fonte pontual e isotrópica

Se P_{alim} for a potência de alimentação desse radiador, à distância r tem-se a densidade de potência:

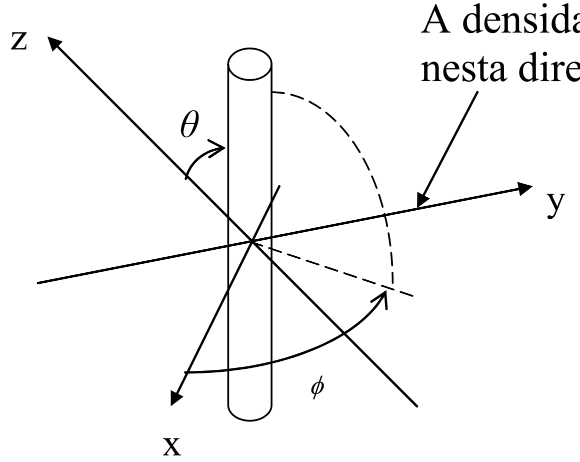
$$S_{IS} = \frac{P_{\text{alim}}}{4\pi\, r^2} \quad \left(W/m^2 \right)$$

Antenas

A densidade de potência de uma antena não isotrópica é:

$$S_{\overline{IS}} = \frac{P_{\text{alim}}}{4\pi\, r^2} \cdot D$$

Em termos práticos D é medido variando $(\theta,\ \phi)$, sabendo-se a Densidade de Potência numa determinada direcção.



6.2. Ganho Directivo

Conhecida a Eficiência da Antena, o ganho G é dado por:

$$G = D \cdot \eta_{ant}$$

$$\eta_{ant} = \frac{P_{rad}}{P_{a\,\lim}} \times 100\,(\%)$$

6.3. Área Efectiva

Conhecida a Densidade de Potência $S_{\overline{IS}}$, e a Área Efectiva, A_{ef}, da antena, a Potência Captada é:

$$P_{CAP} = S_{\overline{IS}} \cdot A_{ef} = D \cdot S_{IS} \cdot A_{ef}$$

Antenas

A potência entregue pela antena ao emissor, nas condições de máxima transferência, é:

$$P_{rec} = \eta_{ant} \cdot P_{CAP} = \eta_{ant} \cdot D \cdot S_{IS} \cdot A_{ef} = G \cdot S_{IS} \cdot A_{ef}$$

Demonstra-se facilmente que

$$A_{ef} = \eta_{ant} \cdot D \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

se, $\eta_{ant} = 100\%$, então $D = G_{MAX}$

$$A_{ef} = G_{MAX} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

6.4. Resistência de Radiação

- Se I for a Corrente de Alimentação de uma antena
- P_{rad} é a potência radiada por uma antena

A Resistência de Radiação dessa antena é:

$$R_R = \frac{P_{rad}}{I^2} = \frac{\eta_{ant} \cdot P_{\text{alim}}}{I^2}$$

No caso do dipolo elementar *dl*:

$$\eta_{DIPOLO} = 100\%$$

$$P_{rad} = \oiint_S \vec{S} \left| \vec{ds} \right. = \oiint_S \frac{1}{\eta} \left(\vec{E} \times \vec{E} \right) \left| \vec{ds} \right. = 20 \beta_0^2 \cdot dl^2 \cdot I^2 = R_R \cdot I^2$$

O dipolo elementar *dl* possui resistência de radiação

$$R_R = 20\beta_0^2 \cdot dl^2$$

6.5. Diagrama de Radiação

Dado pela razão entre a intensidade do campo eléctrico a uma distância radial *r* (fixa) do centro da antena emissora, para todos os ângulos (θ, ϕ), e o valor máximo do campo verificado à distância *r*.

Seja,

$E_{max} = \max\limits_{(\theta,\phi)} |E(\theta,\phi)|$, com *r* fixo a r_1

com,

$E(\theta,\phi) = \left|\vec{E}(\theta,\phi)\right|$, com $r = r_1$ (fixo)

O Diagrama de Radiação é,

$$D_r = \frac{E(\theta,\phi)}{E_{\max}}$$

Exemplo: para o dipolo elementar *dl*, o campo é:

$$E(\theta,\phi) = \left| j\frac{Idl}{4\pi} e^{-j\beta r} \cdot \eta \cdot \beta \cdot \frac{1}{r_1} \cdot sen(\theta) \cdot \hat{\theta} \right| = \frac{Idl}{4\pi} \cdot \eta \cdot \beta \cdot \frac{1}{r_1} \cdot \left|sen(\theta)\right|$$

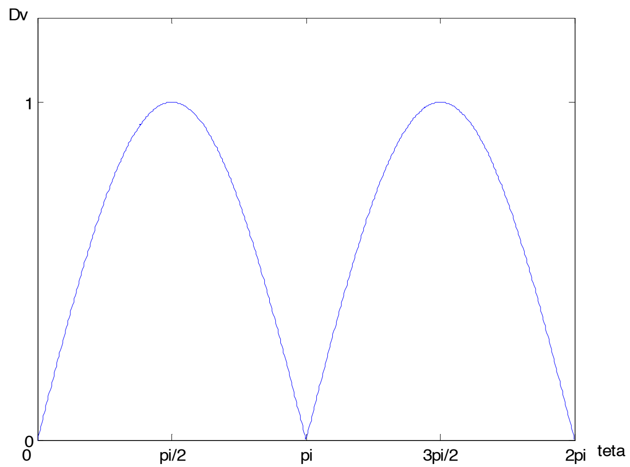
$$E_{\max} = \frac{Idl}{4\pi} \cdot \eta \cdot \beta \cdot \frac{1}{r_1}$$

Antenas

$\rightarrow D_r = |sen(\theta)|$

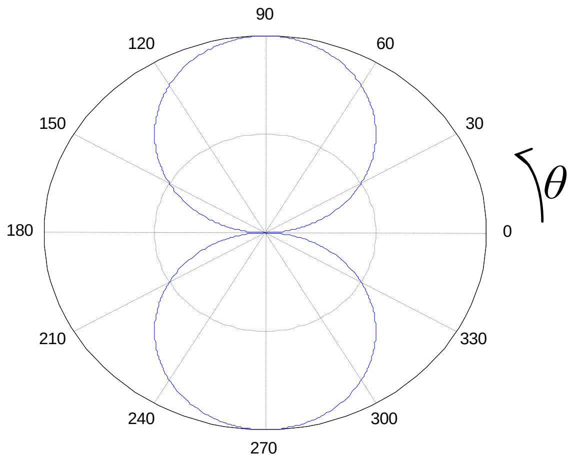
Sendo o Diagrama Vertical, obtido através da intercepção de um plano contendo o eixo dos *zz* e perpendicular ao plano *xoy* $\rightarrow$ Depende apenas de θ

$$D_V = |sen(\theta)|$$



Antenas

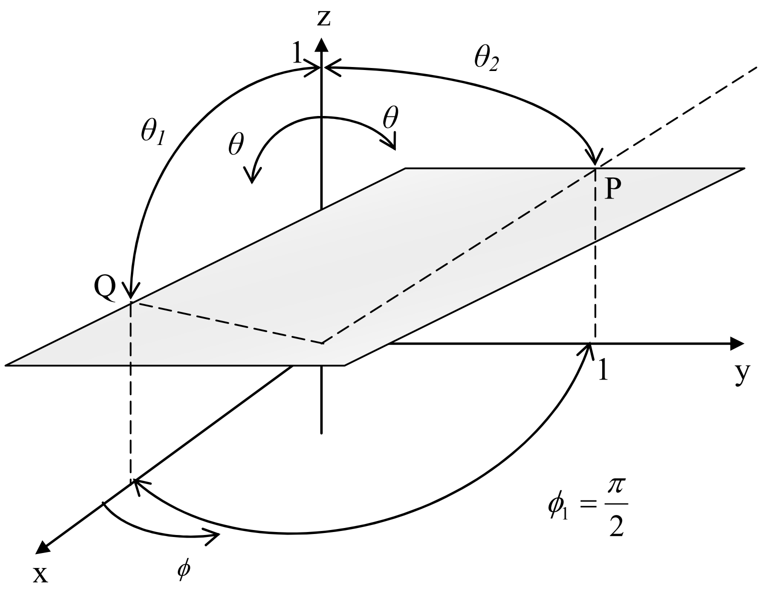
Em coordenadas polares (normalizado à unidade) é:



"Cortando" o Diagrama de Radiação com um plano horizontal paralelo a *xoy*, obtém-se o Diagrama Horizontal, que é constante qualquer que seja o ângulo ϕ.

No caso do dipolo estar deitado, então o diagrama sofre uma rotação de 90º.

Antenas



P está no plano *yoz*

Q está no plano *xoz*

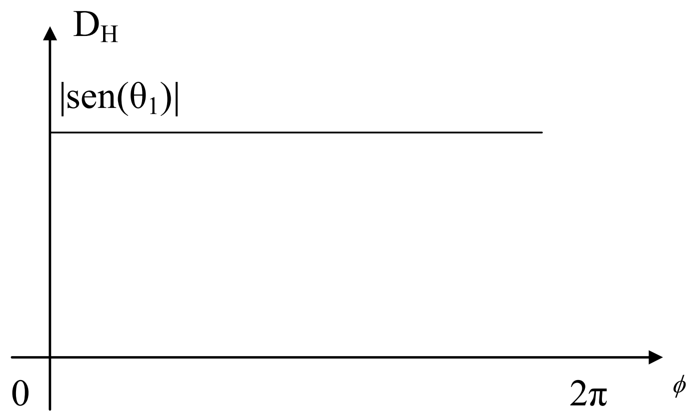
$$DR(P) = DR\left(\theta = \theta_1, \phi = \phi_1 = \frac{\pi}{2}\right) = |sen(\theta_1)|$$

$$DR(Q) = DR(\theta = \theta_1, \phi = 0) = |sen(\theta_1)|$$

$$\rightarrow DR(P) = DR(Q) = |sen(\theta_1)|$$

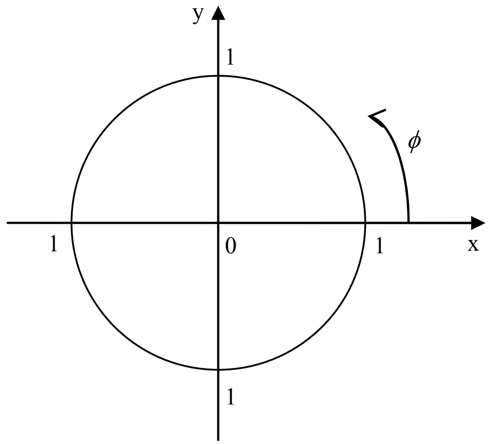
Antenas

Para o dipolo elementar, o Diagrama Horizontal é constante (e independente do ângulo ϕ). Logo,



Antenas

Em coordenadas polares (normalizado à unidade):



As suas formas podiam também ser obtidas tendo em conta que:

$$\vec{E} = j\frac{Idl}{4\pi}e^{-j\beta r} \cdot \eta \cdot \beta \cdot \frac{1}{r} \cdot sen(\theta) \cdot \hat{\theta}$$

Antenas

Diagrama Vertical: $\{ r = r_1$

$$\rightarrow \left|E\right| = \underbrace{\frac{Idl}{4\pi} \cdot \eta \cdot \beta \cdot \frac{1}{r_1}}_{CONSTANTE} \cdot \left|sen(\theta)\right|$$

$$\rightarrow D_V = \left|sen(\theta)\right| \text{ (Normalizado)}$$

Diagrama Horizontal: $\begin{cases} r = r_1 \\ \theta = \theta_1 \end{cases}$

$$\rightarrow \left|E\right| = \underbrace{\frac{Idl}{4\pi} \cdot \eta \cdot \beta \cdot \frac{1}{r_1}}_{CONSTANTE} \cdot \underbrace{\left|sen(\theta_1)\right|}_{CONSTANTE}$$

$$\rightarrow D_H = 1 \text{ (Normalizado)}$$

Antenas

Diagrama de radiação 3D de uma antena dipolo de meia-onda

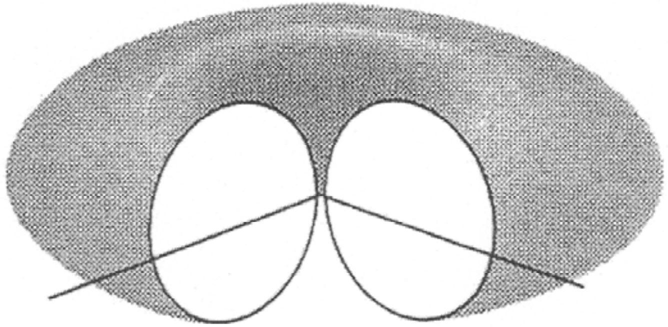
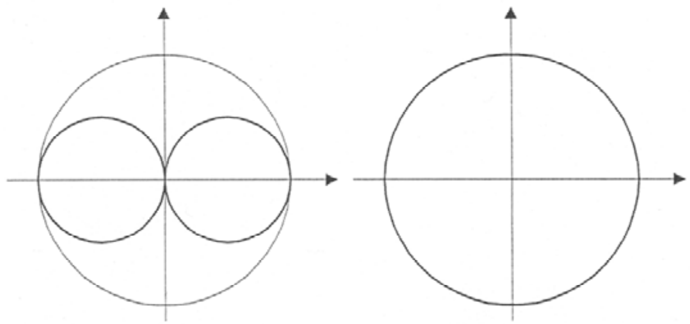


Diagrama de radiação 2D vertical (Plano E) e horizontal (Plano H) de uma antena dipolo de meia-onda



a) Plano *E*　　b) Plano *H*

7. Descrição de algumas antenas

7.1. Antenas de Abraam

É uma antena cujo comprimento é inferior a um décimo de comprimento de onda.

O campo eléctrico é:

$$\vec{E} = j\frac{Ia}{4\pi^2}\beta \cdot \eta \cdot \cdot \frac{1}{r} \cdot senc\left[a\beta \cos(\theta)\right] \cdot sen(\theta) \cdot e^{-j\beta r} \cdot \hat{\theta}$$

$$a = \frac{l}{2}$$ (meio comprimento da antena)

7.2. Dipolo de Meia Onda

Tem comprimento $l = \frac{\lambda}{2}$.

O campo produzido é:

$$\vec{E} = \underbrace{j\beta \cdot \eta \cdot \frac{I}{4\pi\, d}}_{CAMPO\ DE\ BASE} \cdot \underbrace{\frac{2\cos\left[\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right]}{\beta \cdot sen(\theta)} e^{-j\beta\, r}}_{TERMO\ ADICIONAL} \cdot \hat{\theta}$$

O ganho desta antena é:

$$g(\theta) = \sqrt{1.641} \times \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right]}{sen(\theta)}$$

e a resistência de radiação é $R_R = 72\ \Omega$.

7.3. Antenas Marconi

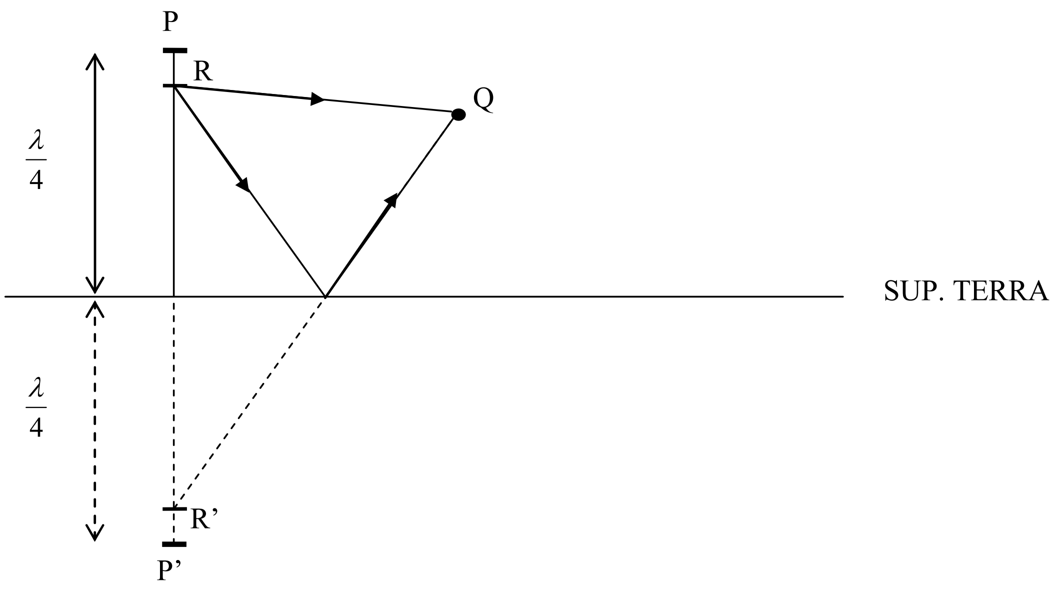
Tem comprimento $l = \frac{\lambda}{4}$.

São posicionadas verticalmente à superfície da terra e utilizam a polarização vertical (apenas).

A Potência Radiada é metade da de dipolo de meia-onda $\rightarrow$ R_R é também metade.

Utilizando o método das imagens:

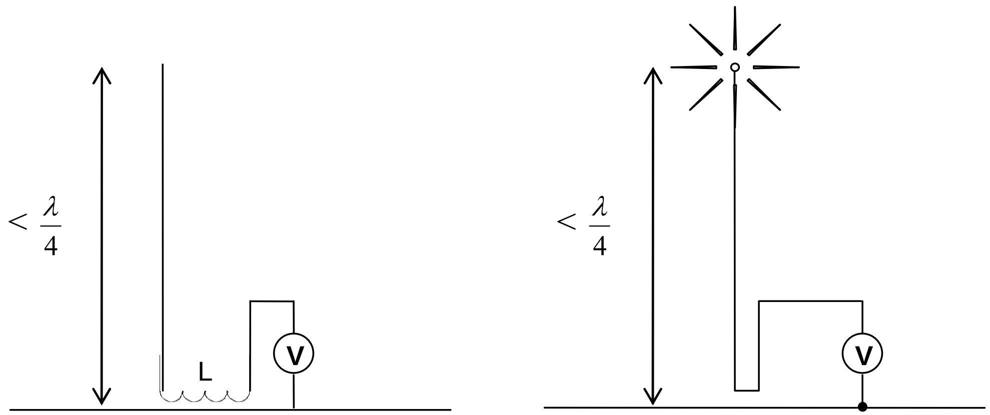
Antenas



O ponto *Q* vê uma antena de meia-onda com dois pontos de radiação *R* e *R'*.
Isto só é válido para uma terra perfeita, que não o é na realidade, mas aproxima-se.

7.4. Marconi "Carregada"

Uma antena Marconi pode ainda ser muito grande, com dimensões proibitivas.
Uma forma de a encurtar e manter as características de entrada, em termos de R_R, é fazer o seu carregamento com uma indutância na ponta de alimentação, com o inconveniente de haver dissipação térmica, ou carregar na ponta de cima com um condensador em forma de guarda-chuva, que actua como condensador distribuído para a terra.



Antenas

Se se colocar uma indutância na ponta de alimentação, esta deve apresentar reactância:

$$X = R_R \cdot \frac{1}{tg\left(2\pi\frac{L}{\lambda}\right)}, \quad L < \frac{\lambda}{4}$$

No topo, a capacidade deve ter reactância:

$$X = -R_R \cdot tg\left(2\pi\frac{L}{\lambda}\right), \quad L < \frac{\lambda}{4}$$

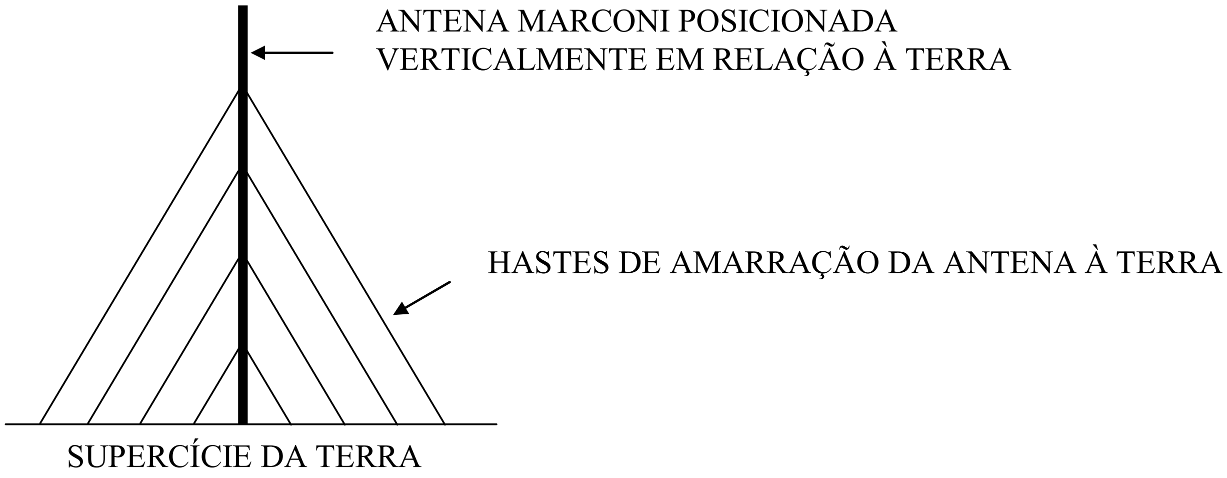
Exemplo:

A título de exemplo, se $f = 1\ MHz$

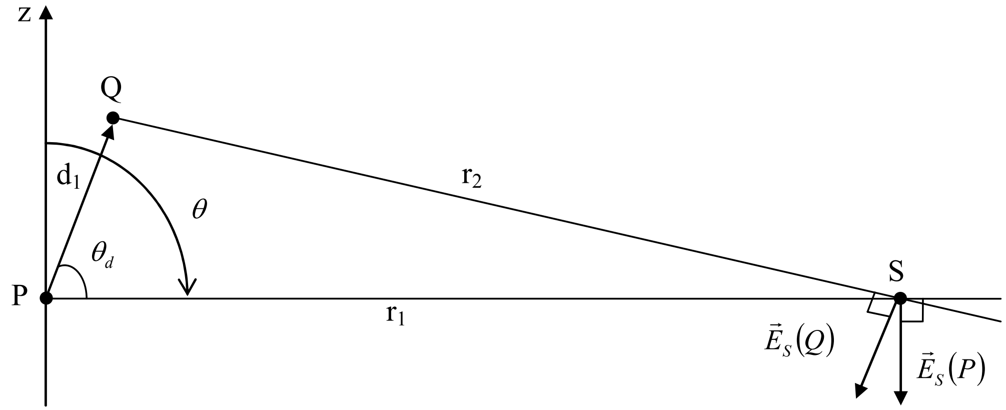
$$\rightarrow \lambda = \frac{300}{f_{MHz}} = 300m$$

Antenas

→ Uma antena Marconi (não carregada) deve ter *75 m*.



8. Teorema da Pequena Translação



Inicialmente o emissor está em *P*, produzindo, no ponto *S*, o campo $\vec{E}_S(P)$.

Essa fonte sofre uma translação d_1, de *P* para *Q*, sendo o campo produzido no ponto *S*, dado por $\vec{E}_S(Q)$.

Antenas

Se d_1 for muito menor face a r_1 e r_2, então $\vec{E}_S(P) // \vec{E}_S(Q)$, e

$$\begin{cases} \vec{E}_S(Q) = \vec{E}_S(P) \cdot e^{j\beta\, d_1 \cos(\theta_d)} \\ \vec{E}_S(P) = j\dfrac{Idl}{4\pi} \cdot \beta \cdot \eta \cdot \dfrac{1}{r_1} \cdot e^{j\beta\, r_1} \cdot sen(\theta) \cdot \hat{\theta} \end{cases}$$

O campo produzido por duas antenas iguais, nos pontos P e Q e alimentadas em fase é:

$$\vec{E}_S = \vec{E}_S(P) + \vec{E}_S(Q) = \underbrace{\vec{E}_S(P)}_{\substack{CAMPO \\ DE\ BASE\ (CB)}} \cdot \underbrace{\left[1 + e^{j\beta\, d_1 \cos(\theta_d)}\right]}_{\substack{FACTOR\ DE \\ AGRUPAMENTO\ (FA)}}$$

Antenas

Se a corrente que alimenta a antena em Q se relacionar com a de alimentação da antena em P através de

$$I_Q = K \cdot e^{j\varphi} \cdot I_P$$

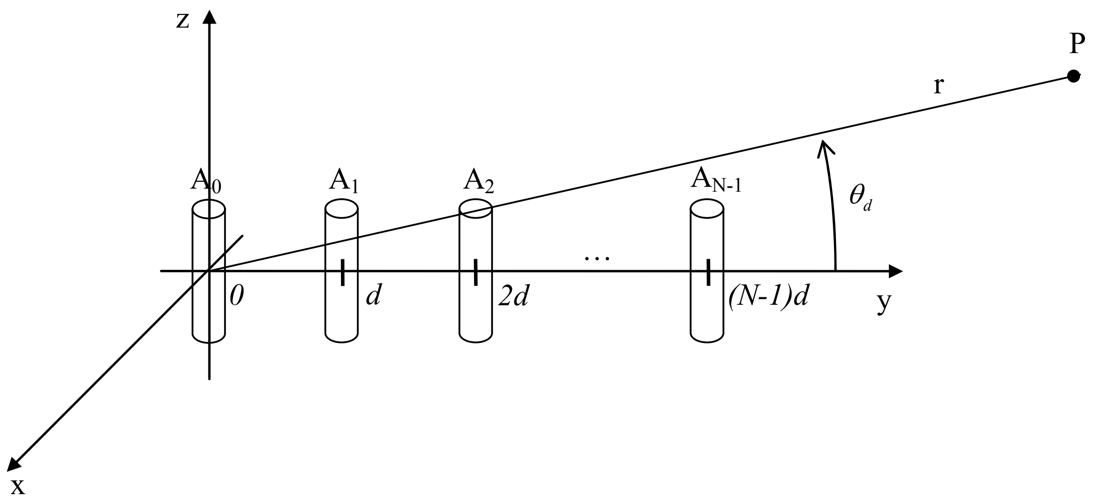
o campo no ponto S é:

$$\vec{E}_S = \vec{E}_S(P) + \vec{E}_S(Q) = \vec{E}_S(P) \cdot \left[1 + K \cdot e^{j(\beta\, d_1 \cos(\theta_d) + \varphi)}\right]$$

9. Agrupamento de Antenas

Pressupostos:

- *N* antenas, em que *(N-1)* resultam da pequena translação da antena A_0 de referência.
- Alimentações iguais e em fase (para já).
- Equidistantes de *d* uma das outras (para já), e assentes no mesmo plano.



Antenas

Se $r >> (N\text{-}1)\ d$, o campo produzido em P é:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_{N-1}$$

Mas

$$I_1 = I_2 = \ldots = I_{N-1} = I_0$$

Logo

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{E}_o \cdot e^{j\overbrace{\beta\, d \cos(\theta_d)}^{\substack{\text{DIFERENÇA DE} \\ \text{FASES DOS} \\ \text{2 PERCURSOS}}}} \\ \vec{E}_2 = \vec{E}_o \cdot e^{j 2\beta\, d \cos(\theta_d)} \\ \vdots \\ \vec{E}_{N-1} = \vec{E}_o \cdot e^{j(N-1)\beta\, d \cos(\theta_d)} \end{cases}$$

Antenas

Então, o Campo Total é:

$$\underbrace{\vec{E}_P}_{\substack{CAMPO\\TOTAL\\CT}} = \underbrace{\vec{E}_o}_{\substack{CAMPO\\DE\ BASE\\CB}} \times \underbrace{\left[1 + e^{j\beta\, d\cos(\theta_d)} + \ldots + e^{j(N-1)\beta\, d\cos(\theta_d)}\right]}_{\substack{FACTOR\ DE\ AGRUPAMENTO\\FA}}$$

O Factor de Agrupamento é:

$$FA = \sum_{K=0}^{N-1} e^{jK\beta\, d\cos(\theta_d)} = e^{j\frac{N-1}{2}\beta\, d\cos(\theta_d)} \times \frac{sen\left[\frac{N}{2}\beta\, d\cos(\theta_d)\right]}{sen\left[\frac{1}{2}\beta\, d\cos(\theta_d)\right]}$$

O FA tem simetria de revolução em relação ao eixo que passa pelo centro das antenas.

9.1. Agrupamentos de duas antenas

Neste caso $N = 2 \rightarrow$ É mais simples se se fizer

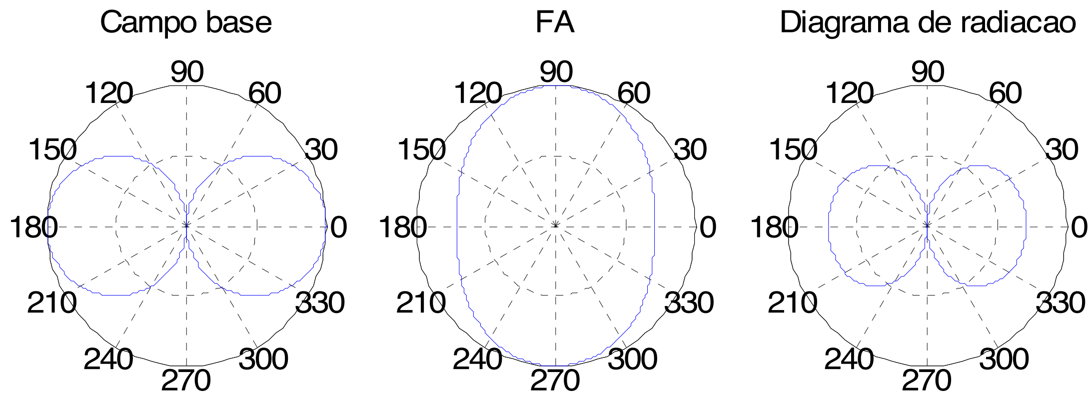
$$FA = 1 + e^{j\beta\, d \cos(\theta_d)} =$$

$$= e^{j\frac{\beta\, d}{2}\cos(\theta_d)} \times \left[e^{-j\frac{\beta\, d}{2}\cos(\theta_d)} + e^{j\frac{\beta\, d}{2}\cos(\theta_d)} \right] = e^{j\frac{\beta\, d}{2}\cos(\theta_d)} \times 2\cos\left[\frac{\beta\, d}{2}\cos(\theta_d)\right]$$

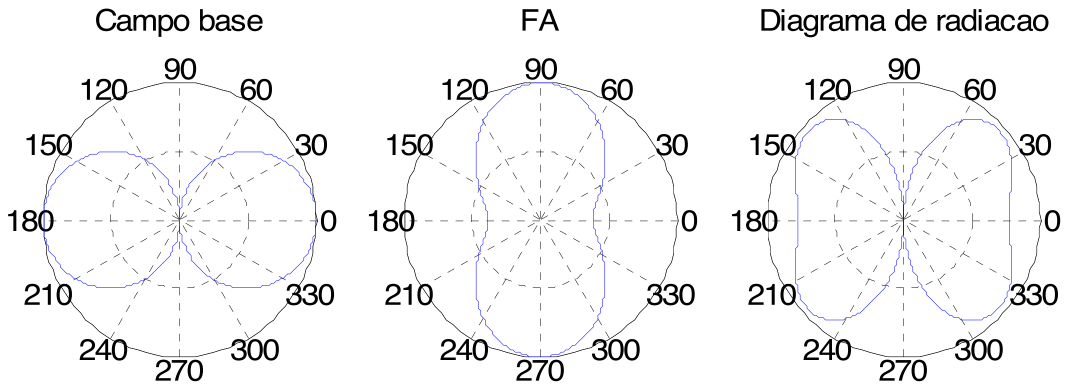
Ilustram-se três exemplos com afastamentos:

$$\begin{cases} a) \quad d = \dfrac{\lambda}{4} \rightarrow \beta\, d = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\pi}{2}\ rad \\ b) \quad d = \dfrac{3\lambda}{8} \rightarrow \beta\, d = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times \dfrac{3\lambda}{8} = \dfrac{3\pi}{4}\ rad \\ c) \quad d = \dfrac{\lambda}{2}\ (Af.\, Óptimo) \rightarrow \beta\, d = \pi\ rad \end{cases}$$

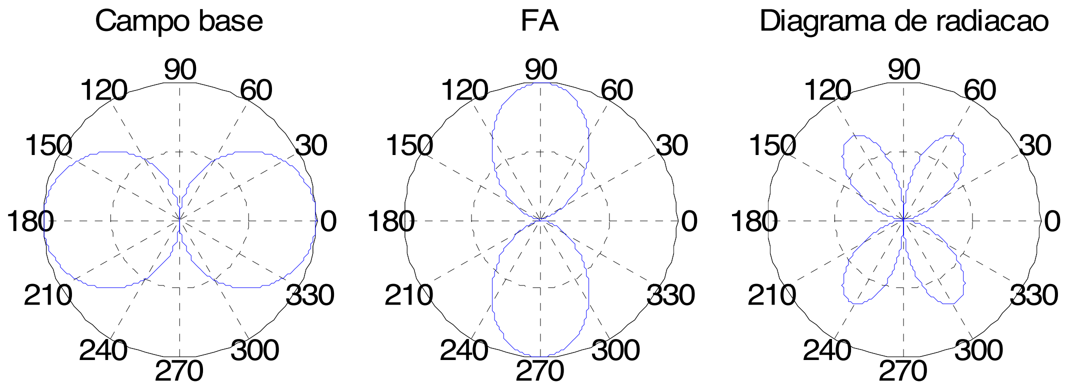
Antenas


Campo base
FA
Diagrama de radiacao
90
60
30
0
330
300
270
240
210
180
150
120

Antenas

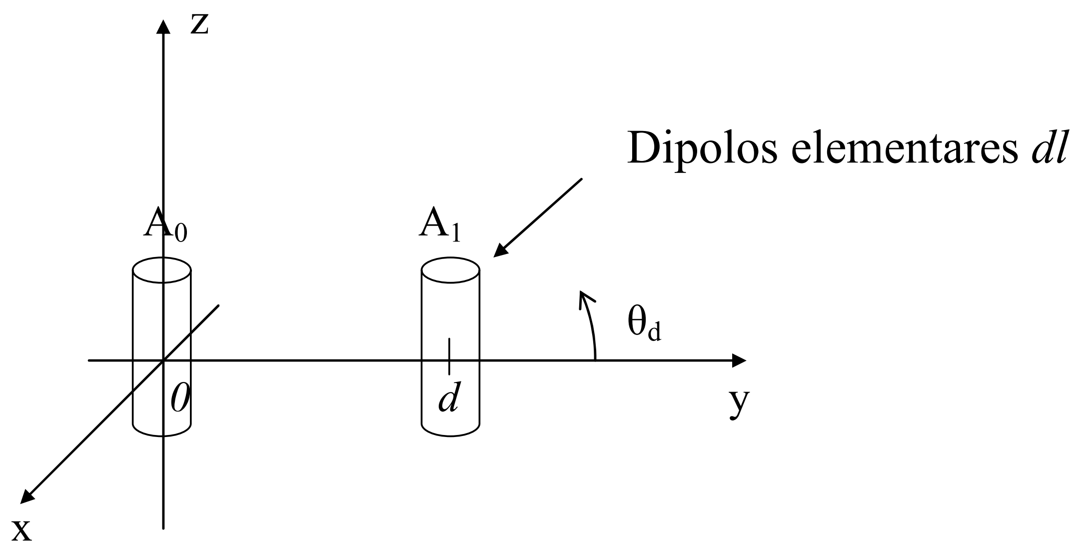

Campo base
FA
Diagrama de radiacao
90
60
30
0
330
300
270
240
210
180
150
120

Antenas


Campo base
FA
Diagrama de radiacao
90
60
30
0
330
300
270
240
210
180
150
120

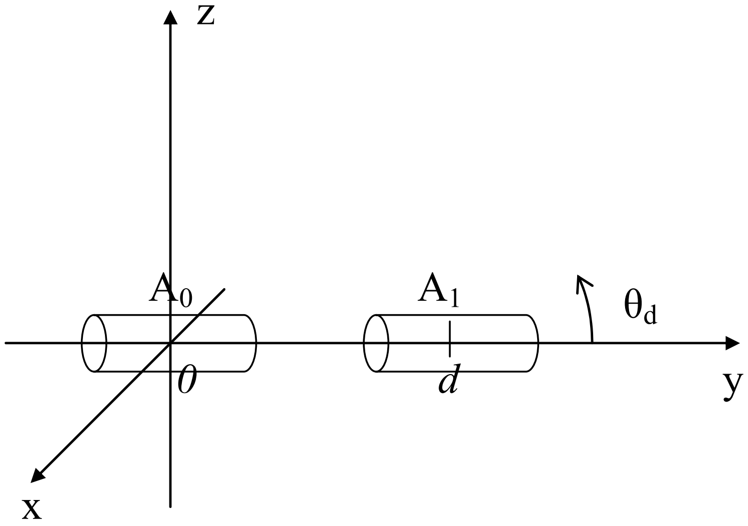
Antenas

No primeiro grupo de exemplos as antenas são perpendiculares ao eixo do agrupamento, logo só é possível obter o campo total no plano *yoz*.



Antenas

No segundo grupo as antenas estão “deitadas”, logo o campo de base também tem simetria de revolução no eixo dos *yy* (tal como o Factor de Agrupamento), logo o CT terá também simetria de revolução nesse eixo.



9.2. Agrupamentos com mais de duas antenas

Para $N > 2$, pegue-se em

$$FA = e^{j\frac{N-1}{2}\beta\, d\cos(\theta_d)} \times \frac{sen\left[\frac{N}{2}\beta\, d\cos(\theta_d)\right]}{sen\left[\frac{1}{2}\beta\, d\cos(\theta_d)\right]}$$

Desprezando a exponencial, o FA fica simplesmente:

$$FA = \frac{|NUM|}{|DEN|}$$

Antenas

onde,

$$\begin{cases} NUM = sen\left[\dfrac{N}{2}\beta\, d\cos(\vartheta_d)\right] \\ DEN = sen\left[\dfrac{1}{2}\beta\, d\cos(\vartheta_d)\right] \end{cases}$$

Supondo

$$\begin{cases} N = 3 \\ d = \dfrac{\lambda}{2} \rightarrow \beta\, d = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times \dfrac{\lambda}{2} = \pi\ rad \end{cases}$$

Antenas

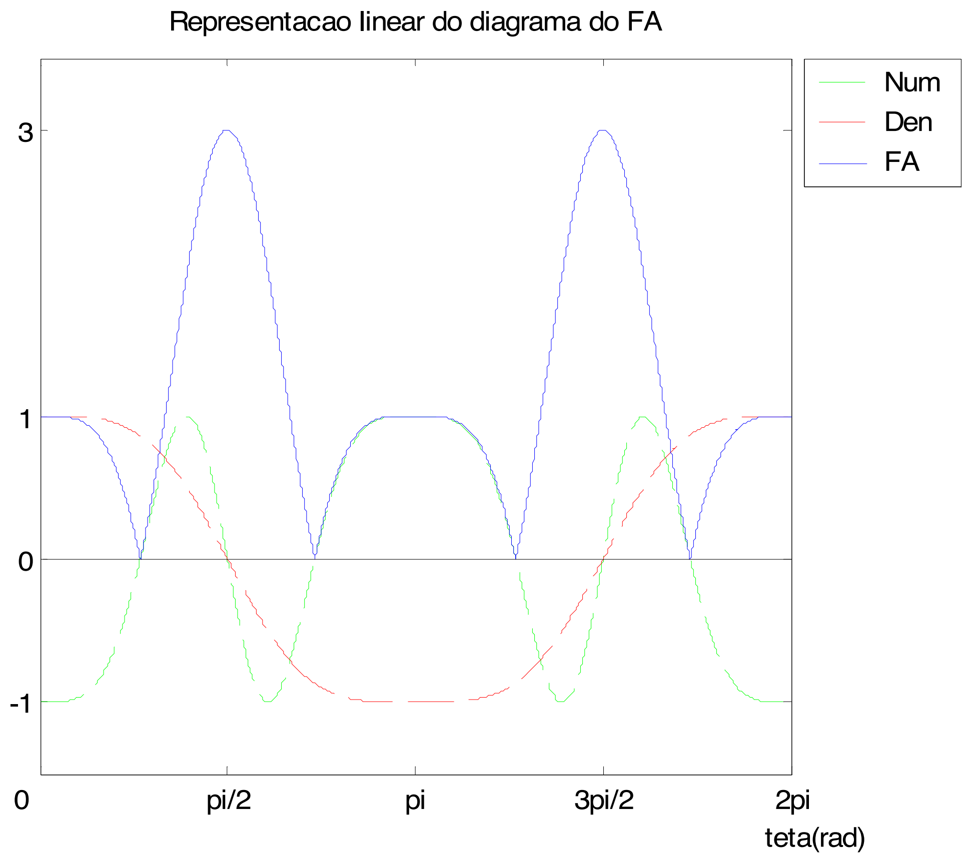
Passos a seguir agora:

1) Marcar limites de $\psi = \beta\, d \cos(\theta_d)$, variando θ_d de *0* a *2π*
2) Desenhar a função DEN
3) Desenhar a função num NUM
4) Projectar Máximos e Zeros, obtendo a representação linear do FA
5) Desenhar o FA em coordenadas polares

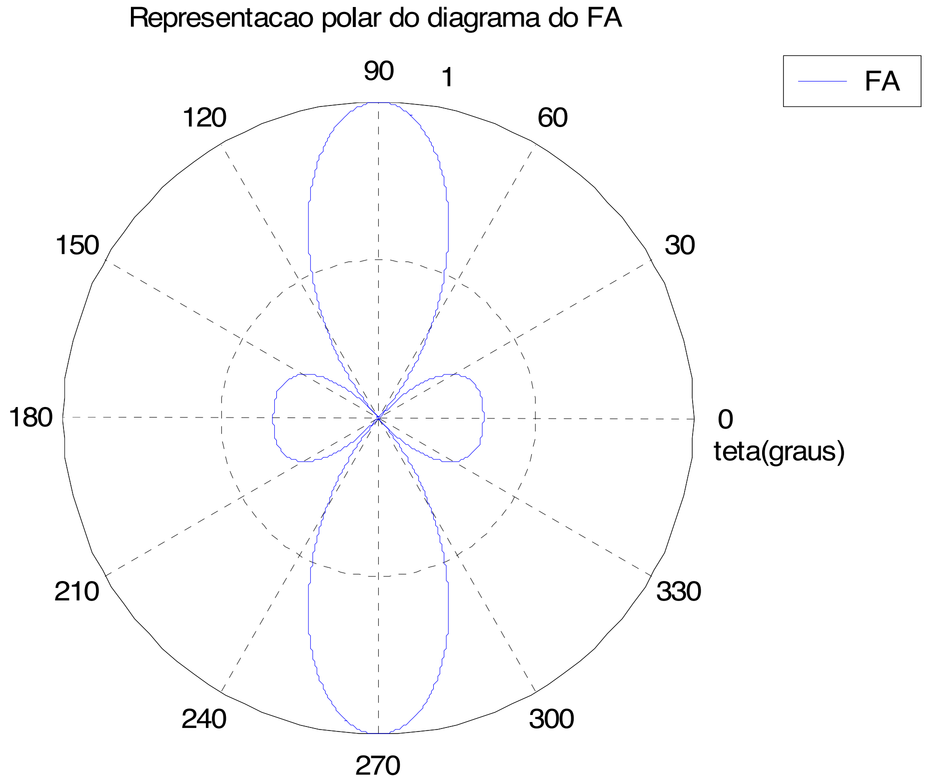
Limites de $\psi = \beta\, d \cos(\theta_d)$: $\pm \pi\ rad$

De seguida, encontram-se os diagramas de radiação linear, em coordenadas polares do factor de agrupamento, e de seguida, o diagrama de radiação total, que é obtido multiplicando o campo de base – apresentado na transparência 26 – pelo diagrama do factor de agrupamento.

Antenas


Representacao linear do diagrama do FA
Num
Den
FA
3
1
0
-1
0
pi/2
pi
3pi/2
2pi
teta(rad)

Antenas



Representacao polar do diagrama do FA
FA
90
1
60
120
30
150
180
0
teta(graus)
210
330
240
300
270

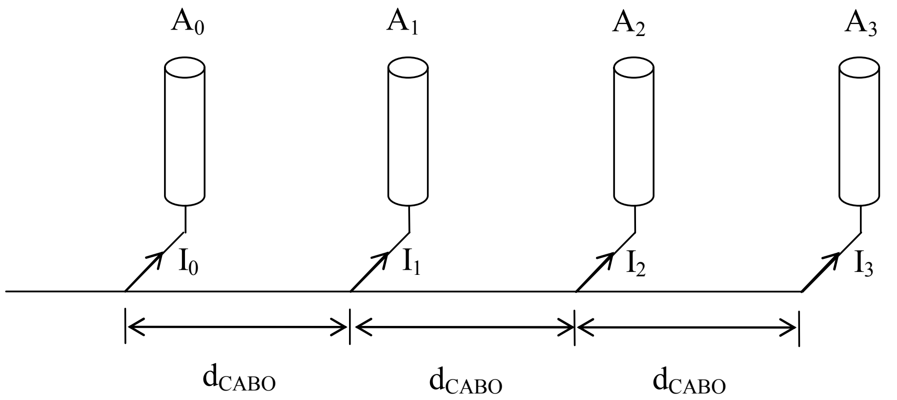
9.3. Antenas com Esfasamentos Consecutivos

Supondo que as antenas vão sendo alimentadas com esfasamentos consecutivos φ, FA é, genericamente:

$$\begin{cases} I_1 = I_o \cdot e^{j\varphi} \\ I_2 = I_1 \cdot e^{j\varphi} = I_o \cdot e^{j2\varphi} \\ \vdots \\ I_{N-1} = I_{N-2} \cdot e^{j\varphi} = I_o \cdot e^{j(N-1)\varphi} \end{cases}$$

Antenas

Esses esfasamentos podem ser obtidos através de um cabo de alimentação único, funcionando como linha de atraso:



$$\begin{cases} i_0(t) = \sqrt{2} \cdot I_0 \cos(2\pi f t) \\ i_1(t) = \sqrt{2} \cdot I_0 \cos\left(2\pi f t - \dfrac{2\pi}{\lambda_{CABO}} d_{CABO}\right) = \sqrt{2} \cdot I_0 \cos(wt - \varphi) \\ i_2(t) = \sqrt{2} \cdot I_0 \cos\left(2\pi f t - \dfrac{2\pi}{\lambda_{CABO}} \times 2d_{CABO}\right) = \sqrt{2} \cdot I_0 \cos(wt - 2\varphi) \end{cases}$$

Antenas

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{\lambda_{CABO}} \times d_{CABO}$$

O campo total é, então:

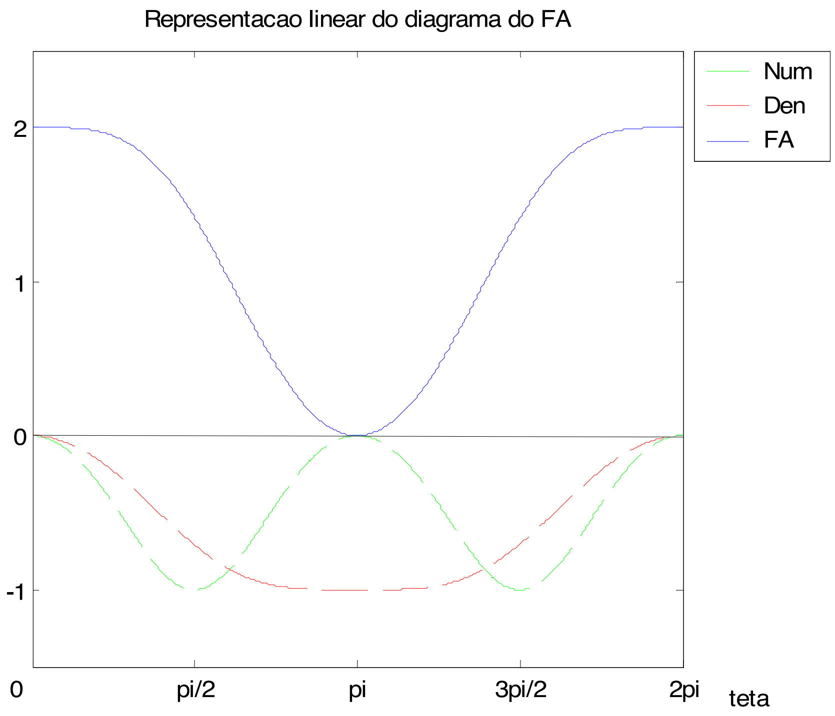
$$\vec{E} = \vec{E}_0 \times e^{j[\beta\, d \cos(\theta_d) + \varphi]K} = \vec{E}_0 \times \frac{sen\left[\frac{N}{2}\beta\, d\cos(\theta_d) + \frac{N}{2}\varphi\right]}{sen\left[\frac{1}{2}\beta\, d\cos(\theta_d) + \frac{1}{2}\varphi\right]} = \vec{E}_0 \times \frac{sen\left[\frac{N}{2}\psi\right]}{sen\left[\frac{1}{2}\psi\right]}$$

com $\psi = \beta d \cos(\theta_d) + \varphi$.

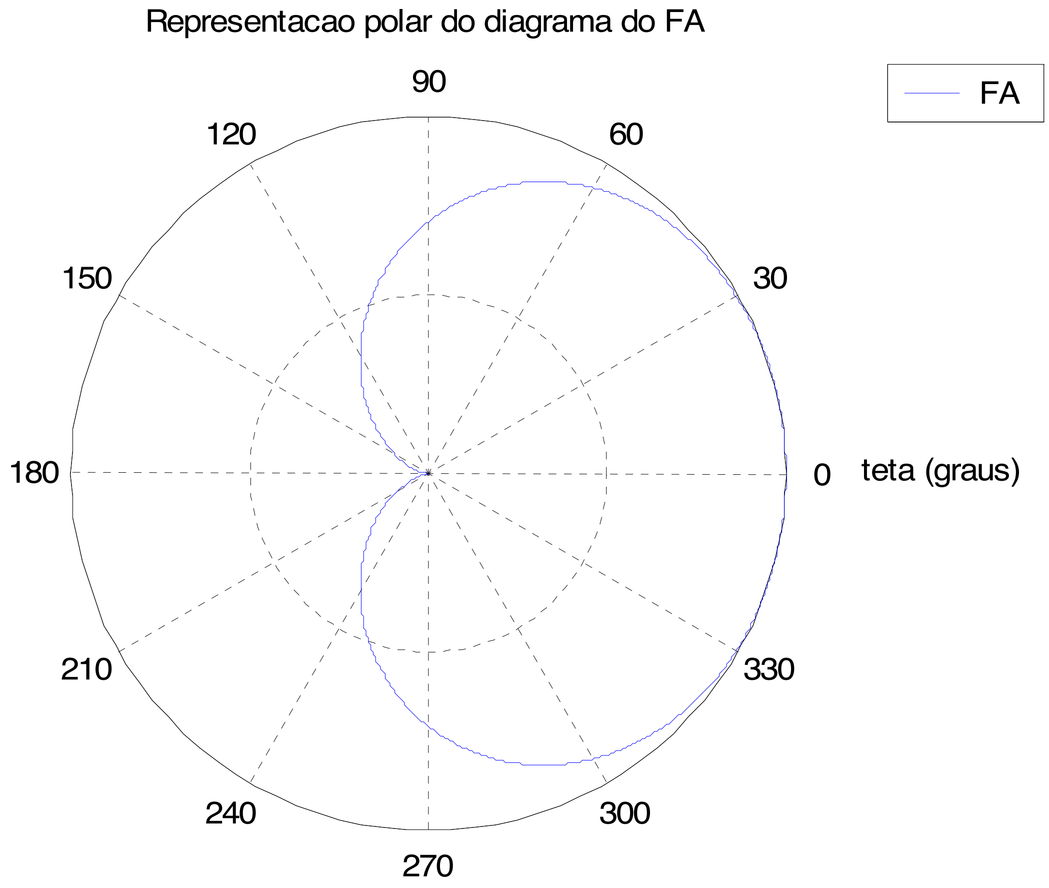
Antenas

Ilustração dos exemplos anteriores para, com os dipolos na vertical:

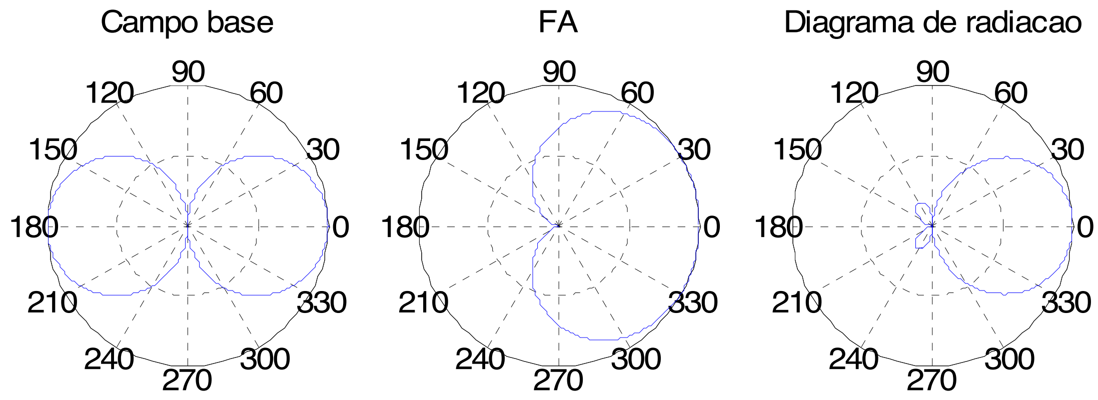
A) $N = 2, \quad d = \frac{\lambda}{4}, \quad \text{com} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}\, rad$



Antenas


Representacao polar do diagrama do FA
FA
90
60
30
0
330
300
270
240
210
180
150
120
teta (graus)

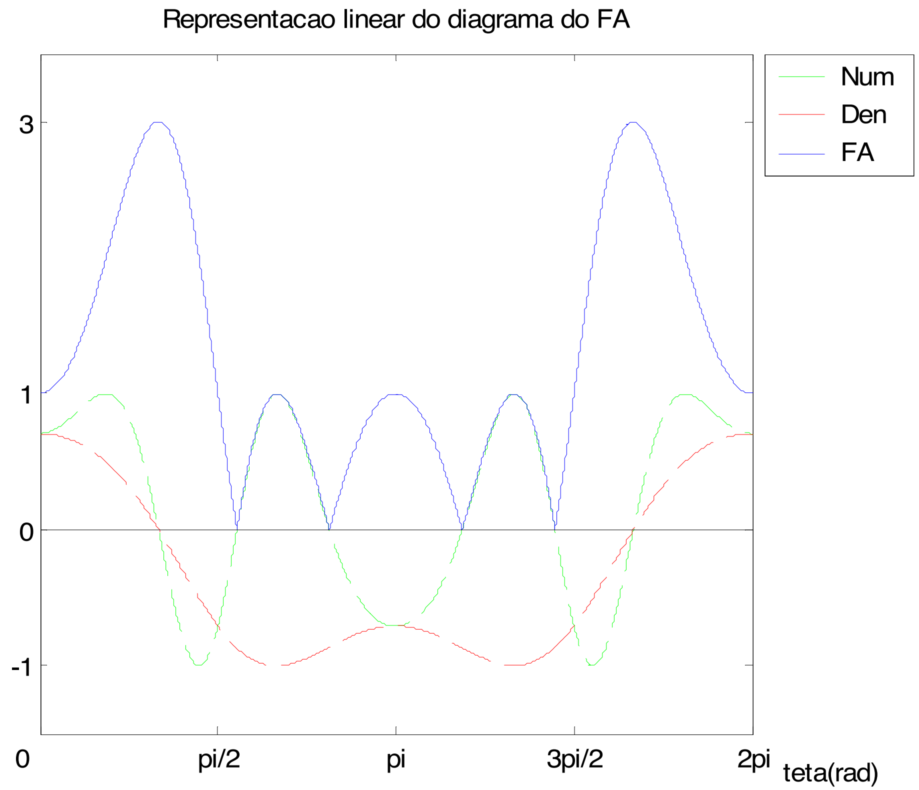
Antenas



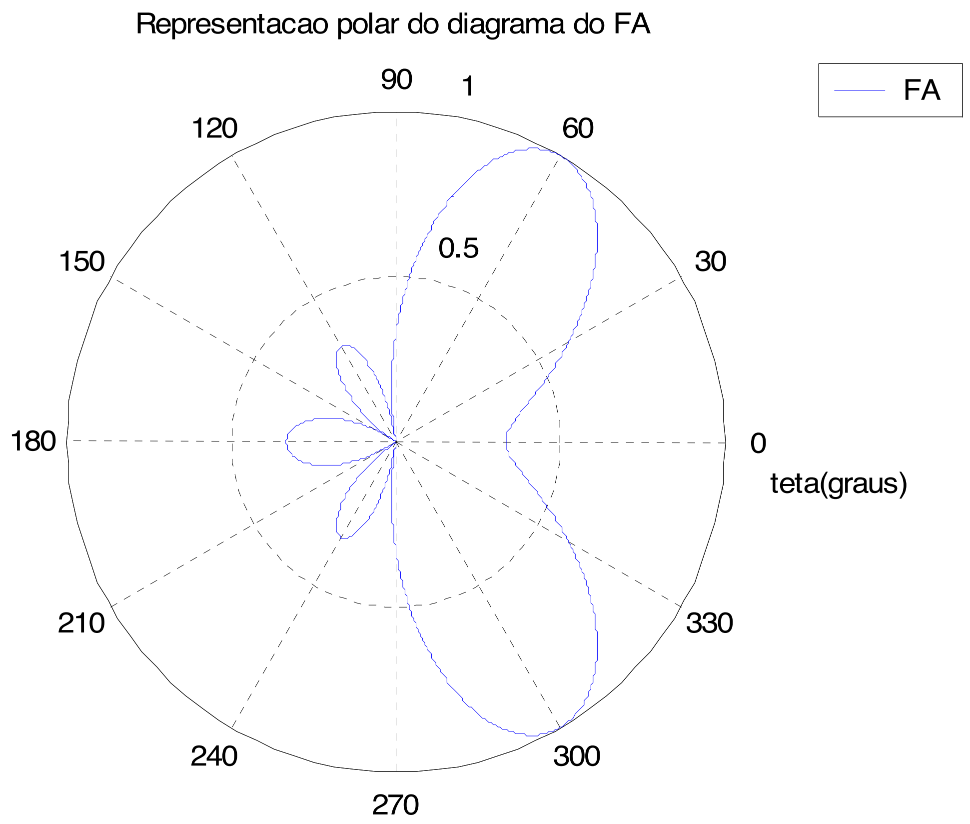
Campo base
FA
Diagrama de radiacao
90
60
30
0
330
300
270
240
210
180
150
120

Antenas

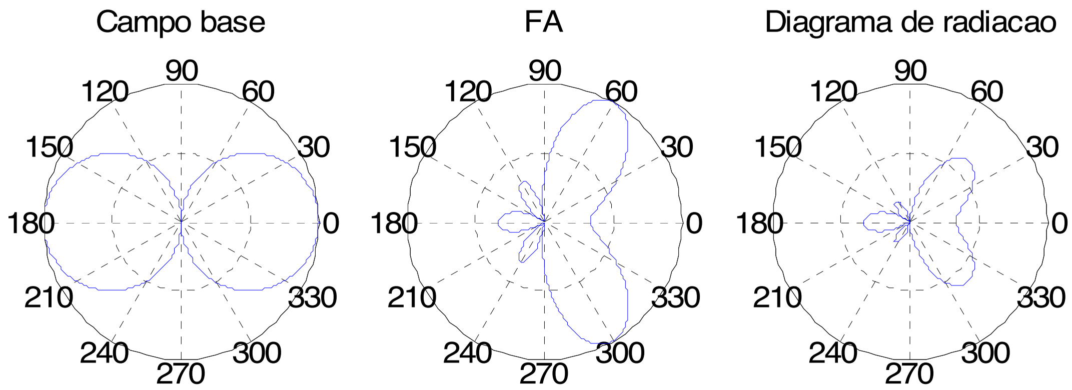
B) $N = 3, \quad d = \dfrac{\lambda}{2}, \quad \text{com} \quad \varphi = -\dfrac{\pi}{2}\, rad$



Antenas


Representacao polar do diagrama do FA
FA
90
1
60
120
0.5
150
30
180
0
teta(graus)
210
330
240
300
270

Antenas



Campo base
FA
Diagrama de radiacao
90
60
30
0
330
300
270
240
210
180
150
120