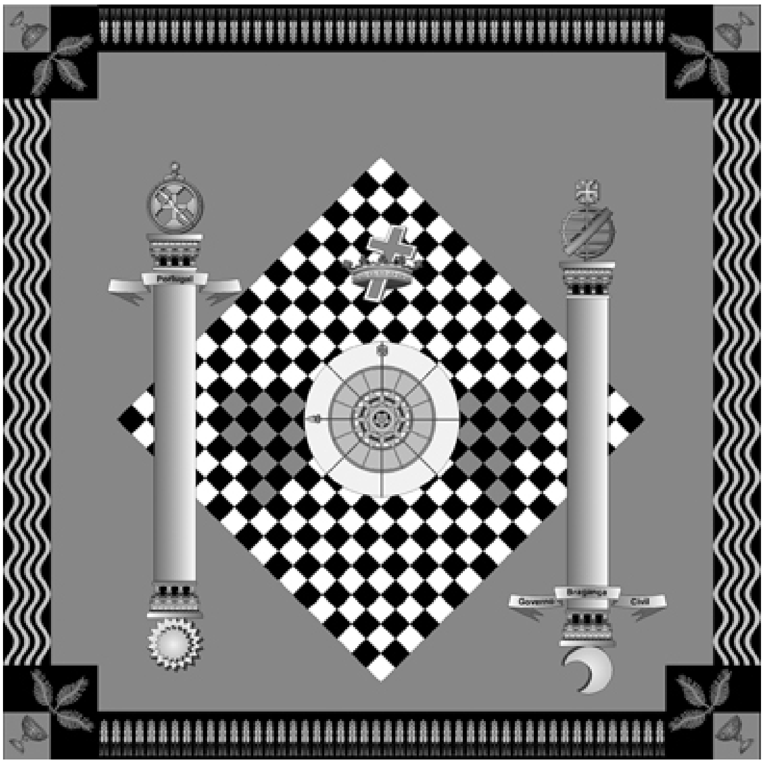


Figura 64.
Tapeçaria da sala de actos do Governo Civil de Bragança (800 cm x 800 cm). Luís Canotilho | 2000.
A geometria é também aplicada ao simbolismo humano. No presente caso as formas geométricas identificam a temática da Maçonaria Regular Universal associadas ao simbolismo da cultura universalista de Portugal.

PERSPECTIVA LINEAR

DEFINIÇÕES E TEOREMAS

Começo por chamar a atenção do leitor, que embora a linguagem específica sobre a perspectiva não seja de difícil compreensão, para entender este e próximos capítulos, deve estar bem familiarizado com as noções do capítulo desta publicação: "*NOÇÕES BÁSICAS DE PERSPECTIVA* ".

É portanto fundamental compreender termos como: quadro [α]; plano geometral [β]; ponto de observação ou de vista [V]; linha de terra [LT]; linha do horizonte [LH]; ponto principal [P]; pontos de distância [D] e [D']; ponto de fuga [F]; distância do observador ao quadro; altura do observador; ângulo de observação; raios visuais.

Este capítulo sobre perspectiva linear, irá abordar a determinação da perspectiva do ponto, recta, figuras geométricas e sólidos geométricos. Em qualquer dos casos, será exposto o processo através de exemplos práticos nas perspectivas paralela (um ponto de fuga) e oblíqua (dois pontos de fuga).

A designação de perspectiva linear, para este tipo, é pessoal. Todas as perspectivas rigorosas são cónicas ou lineares.

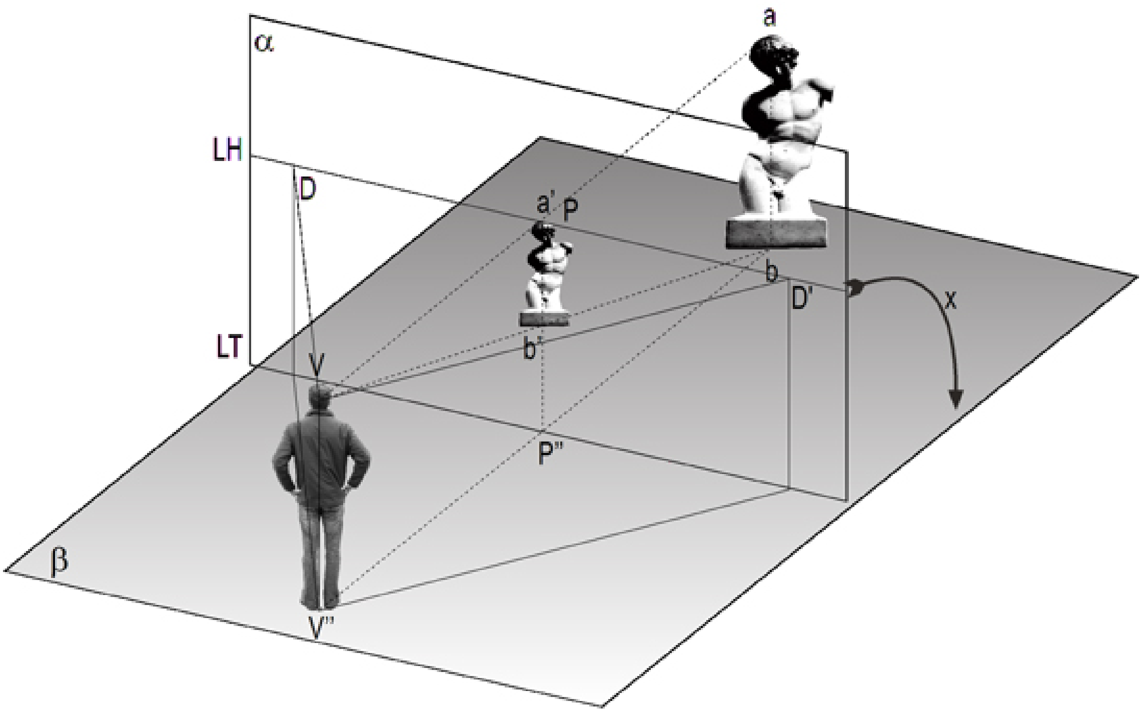


Figura 65.
Os elementos da linguagem da perspectiva linear: quadro [α]; plano geometral [β]; ponto de observação ou de vista [V]; linha de terra [LT]; linha do horizonte [LH]; ponto principal [P]; pontos de distância [D] e [D']; ponto de fuga [F]; distância do observador ao quadro; altura do observador; ângulo de observação; raios visuais.

A figura 65 identifica o meio em que se vai proceder o traçado da perspectiva, nomeando os elementos da sua linguagem. A distância em altura [V,V''] corresponde à posição em que se encontra o observador, sendo [V] o ponto de observação. Observam-se também, três raios visuais fundamentais para determinar a perspectiva: [V,D], [V,D'] e [V,P]. Os dois primeiros intersectam a linha do horizonte [LH], encontrando os pontos de distância [D] e [D'], enquanto que o terceiro determina, na sua intersecção com [LH], o ponto principal [P].
Com vértice em [V], formam-se dois ângulos de 45° entre as rectas [V,D] e [V,P], assim como também entre [V,P] e [V,D'], de tal maneira que [D,P=P,D'=V,P]. Os raios visuais [V,a] e [V,b] definem a forma do objecto, ao intersectarem o quadro [α] nos pontos [a'] e [b'], dão a perspectiva da forma que, neste caso, é exemplificada por uma forma escultórica.
Este é o processo básico para determinar a perspectiva. No entanto, como se observa, foi determinada num espaço tridimensional, constituído por dois planos perpendiculares entre si, [α] e [β], que se intersectam e formam uma recta designada de linha de terra [LT].
Como estamos limitados ao espaço bidimensional da nossa folha de papel, é necessário rever o esquema apresentado. Para tal, vamos fazer rodar o plano [α] num eixo que é a linha de terra [LT], sobre o plano geometral [β] (observe a indicação do movimento letra X). O resultado obtido é dado na figura 66. Representa o esquema que nos serviremos sempre, para determinar qualquer tipo de perspectiva.
O comprimento [V,P] corresponde à distância a que o observador [V] se encontra do quadro [α].
O comprimento [P,p] corresponde à altura a que o observador se encontra. Trata-se da distância entre a linha de terra [LT] e a linha do horizonte [LH]. Seguidamente vou explicar o processo da determinação da perspectiva de uma recta (figura 67).

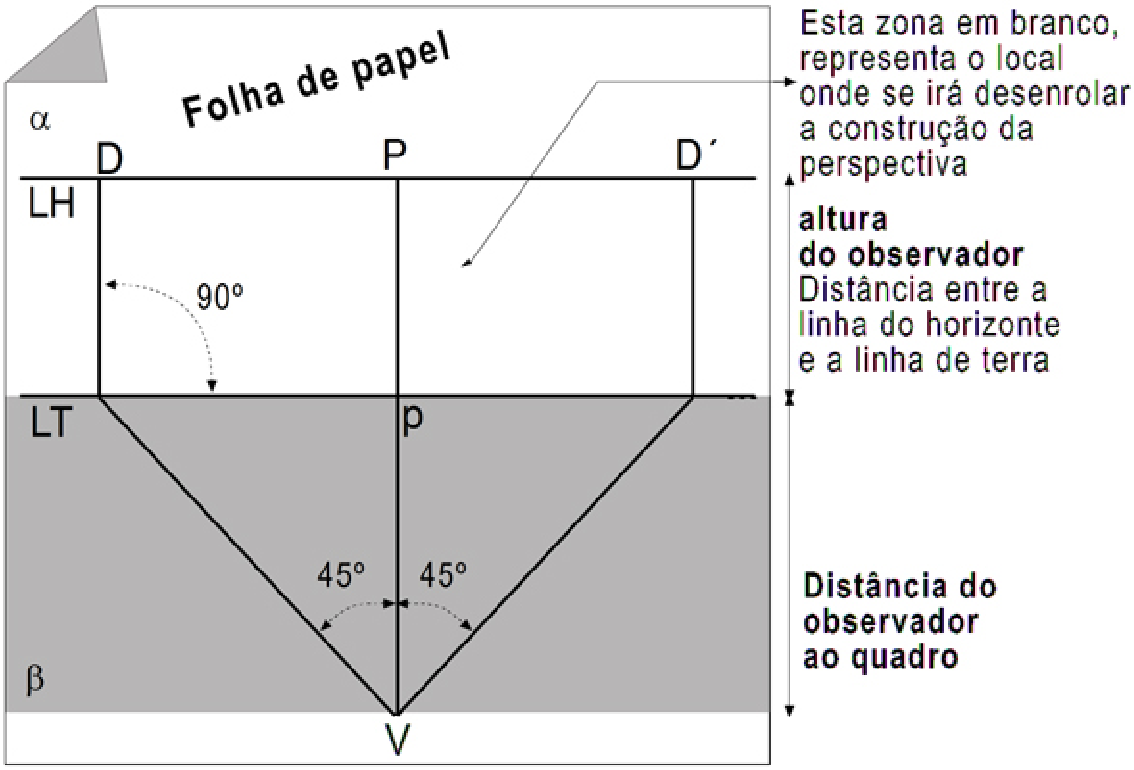


Figura 66.
Planificação do quadro e do plano geometral para a determinação da perspectiva.

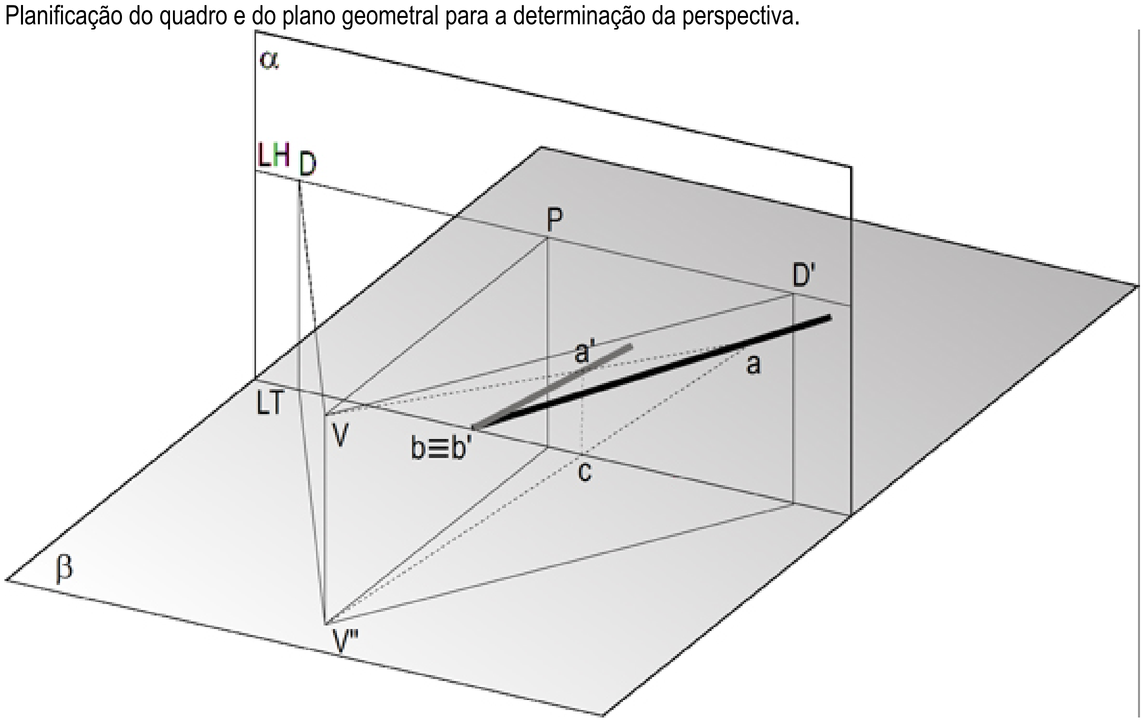


Figura 67.
Determinação da perspectiva de uma recta.

Uma recta não tem princípio nem fim, pelo que a sua identificação será dada através de dois pontos nela situados. No presente caso e seguintes, a recta [a,b] é identificada por esses dois pontos. Em todos os exemplos dados na demonstração dos teoremas, identifica-se a recta através dos pontos [b] que fica na intersecção da recta com a linha de terra e o ponto [a] qualquer.

O ponto de observação está situado em [V], sendo [V,V''], a altura do observador. Pretende-se determinar a perspectiva da recta [a,b] assente no plano geometral [β]. Tendo em conta que de qualquer ponto, recta, ou plano que coincida com o quadro [α] resultará a sua perspectiva em dimensão e forma real. O ponto [b] ao intersectar o quadro [α] coincide com a sua perspectiva que será identificada pelo ponto [b'].
Determinação da perspectiva da recta [a,b]:
O ponto [b] já está em perspectiva, por estar situado sobre o plano do quadro. Do ponto de vista [V] traçamos um raio visual que intersecte o ponto [a] da recta [a,b]. Da projecção do ponto de vista [V''] sobre o plano geometral, traçamos uma projecção do raio visual que intersecte também o ponto [a] da recta [a,b]. O raio [V'',a] vai intersectar o quadro [α] no ponto [c] situado sobre a linha de terra [LT]. A partir do ponto [c] e no sentido vertical, traçamos um segmento de recta até intersectar em [a'] o raio visual [V,a]. [a'] é a perspectiva do ponto [a]. Fazendo passar uma recta pelos pontos [a'] e [b'] obtemos a perspectiva da recta [a,b].
A compreensão da perspectiva passa pelo entendimento da posição da recta no espaço. Vamos então proceder ao estudo e compreensão prática de alguns teoremas relacionados com a posição espacial da recta.

PERSPECTIVA DE UMA RECTA DE TOPO (recta perpendicular ao quadro)

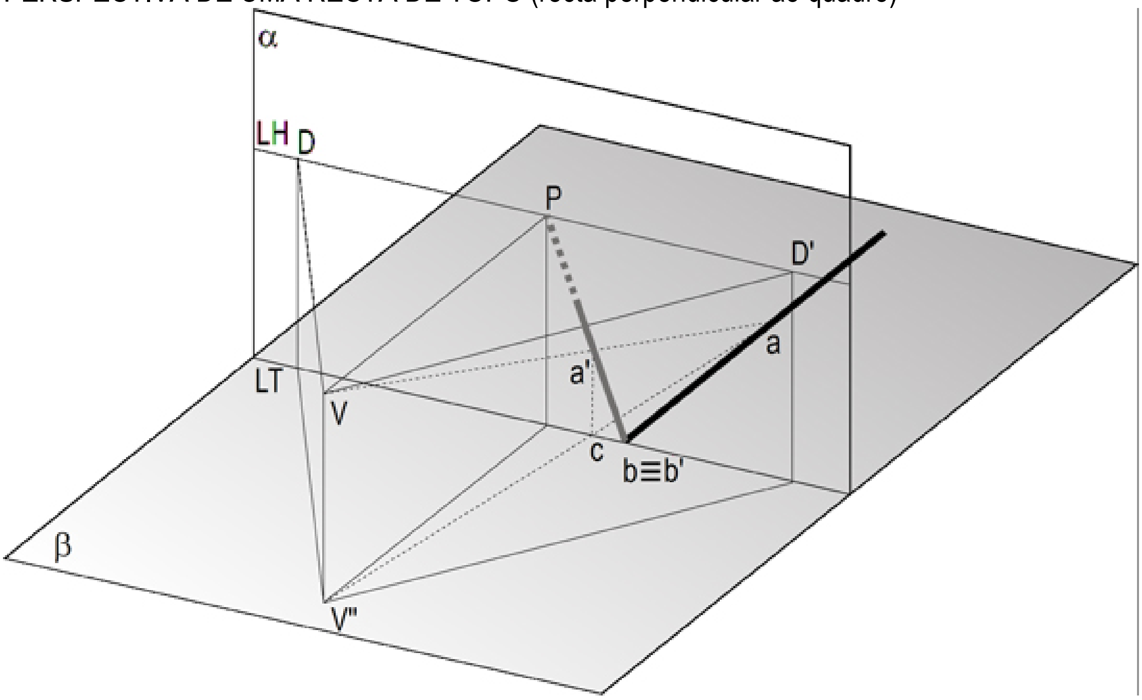


Figura 68.
Determinação da perspectiva de uma recta de topo (Perpendicular em relação ao quadro).

Observe-se a figura 68. Trata-se da perspectiva de uma recta de topo [a,b], que intersecta o quadro [α] no ponto [b] situado sobre a linha de terra. Existe coincidência do ponto [b] com a respectiva perspectiva [b']. Trata-se de um ponto situado sobre o quadro pelo que corresponde à perspectiva em verdadeira grandeza.
Determinação da perspectiva da recta [a,b]:
O ponto [b] já está em perspectiva, por estar situado sobre o plano do quadro. Do ponto de vista [V] traçamos um raio visual que intersecte o ponto [a] da recta [a,b]. Da projecção do ponto de vista [V''] sobre o plano geometral, traçamos uma projecção do raio visual que intersecte também o ponto [a] da recta [a,b]. O raio [V'',a] vai intersectar o quadro [α] no ponto [c] situado sobre a linha de terra [LT]. A partir do ponto [c] e no sentido vertical, traçamos um segmento de recta até

intersectar em [a’] o raio visual [V,a]. [a'] é a perspectiva do ponto [a]. Fazendo passar uma recta pelos pontos [a’] e [b’] obtemos a perspectiva da recta [a,b].
Prolongando a perspectiva da recta [a’,b’], verifica-se que se dirige para um ponto específico situado sobre a linha do horizonte [LH]: O ponto principal [P].
TEOREMA: O PONTO DE FUGA DE UMA RECTA DE TOPO É O PONTO PRINCIPAL [P].

PERSPECTIVA DE UMA RECTA DE FUGA [recta oblíqua ao quadro]
Observe-se agora a figura 69. Trata-se da perspectiva de uma recta de fuga [a,b], que intersecta o quadro [α] no ponto [b] situado sobre a linha de terra. Existe coincidência do ponto [b] com a respectiva perspectiva [b’]. Trata-se de um ponto situado sobre o quadro pelo que corresponde à perspectiva em verdadeira grandeza. O processo de determinação da perspectiva da recta [a,b] já foi demonstrado em exemplo anterior (perspectiva de uma recta). Depois de se ter determinado a perspectiva, prolongando a recta [a’,b’], verifica-se que se dirige para um ponto qualquer sobre a linha do horizonte [LH].
TEOREMA: O PONTO DE FUGA DE UMA RECTA DE FUGA É UM PONTO SITUADO SOBRE A LINHA DO HORIZONTE [LH].

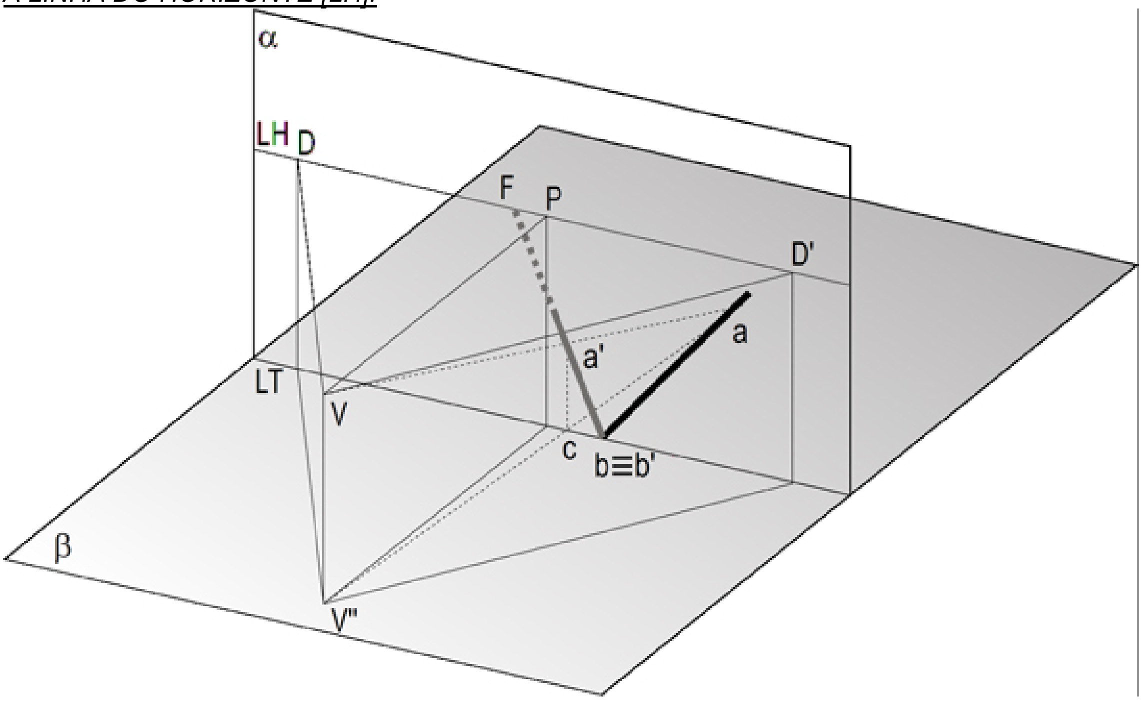


Figura 69.
Determinação da perspectiva de uma recta de fuga (oblíqua em relação ao quadro).

PERSPECTIVA DE UMA RECTA DE FUGA A 45º (recta oblíqua ao quadro a 45º)

Observe-se agora a figura 70. Trata-se da perspectiva de uma recta de fuga [a,b], que intersecta o quadro [α] no ponto [b] situado sobre a linha de terra. Existe coincidência do ponto [b] com a respectiva perspectiva [b']. Trata-se de um ponto situado sobre o quadro pelo que corresponde à perspectiva em verdadeira grandeza. O processo de determinação da perspectiva da recta [a,b] já foi demonstrado em exemplo anterior (perspectiva de uma recta). Depois de se ter determinado a perspectiva, prolongando a recta [a',b'], verifica-se que se dirige para um ponto específico situado sobre a linha do horizonte [LH]: O ponto de distância [D']. Se a recta [a,b] fizesse o ângulo de 45º para o lado esquerdo, o seu ponto de fuga seria o ponto de distância [D'].

TEOREMA: O PONTO DE FUGA DE UMA RECTA DE FUGA A 45º É UM DOS PONTOS DE DISTÂNCIA [D] OU [D'].

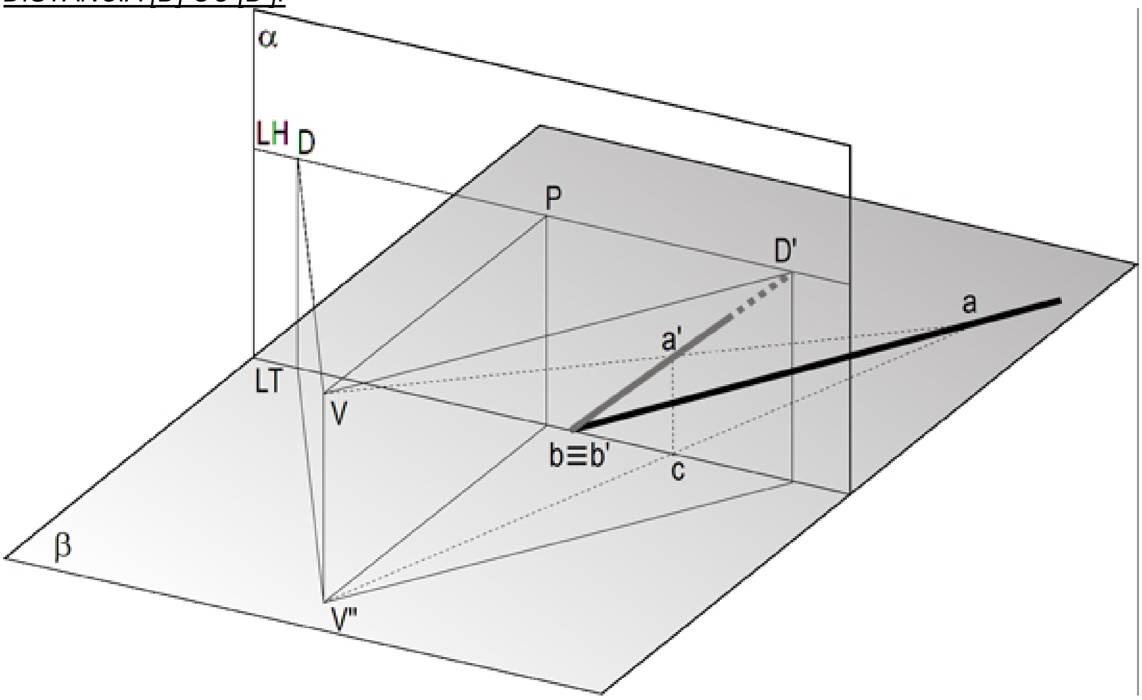


Figura 70.
Determinação da perspectiva de uma recta de fuga a 45º (oblíqua a 45º em relação ao quadro).

PERSPECTIVA DE UMA RECTA DE FRENTE (recta paralela ao quadro)
Observe-se agora as figuras 71 e 72. Trata-se da perspectiva de uma recta de frente [a,b]. No primeiro caso é uma recta de frente vertical. O segundo caso é uma recta de frente horizontal. Ambas as rectas estão assentes no plano geometral. O processo de determinação da perspectiva da recta [a,b] já foi demonstrado em exemplo anterior (perspectiva de uma recta). Depois de se ter determinado a perspectiva, prolongando a recta [a',b'], verifica-se que não se dirige para a linha do horizonte [LH]. A sua perspectiva [a',b'] é uma recta paralela à própria recta [a,b].
Os exemplos dados nas figuras 71 e 72 são as perspectivas de duas rectas de frente, uma vertical de frente e a outra horizontal de frente.
TEOREMA: A RECTA DE FRENTE NÃO TÊM PONTO DE FUGA, SENDO A SUA PERSPECTIVA UMA RECTA PARALELA À PRÓPRIA RECTA.

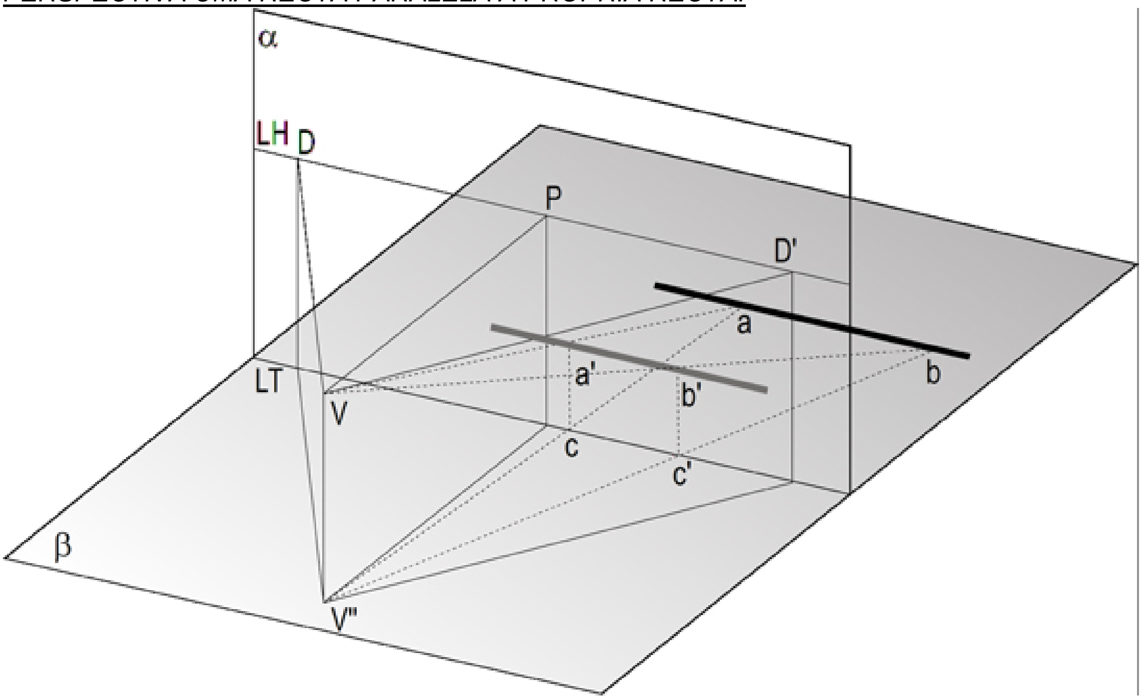


Figura 71.
Determinação da perspectiva de uma recta vertical de frente (paralela em relação ao quadro).

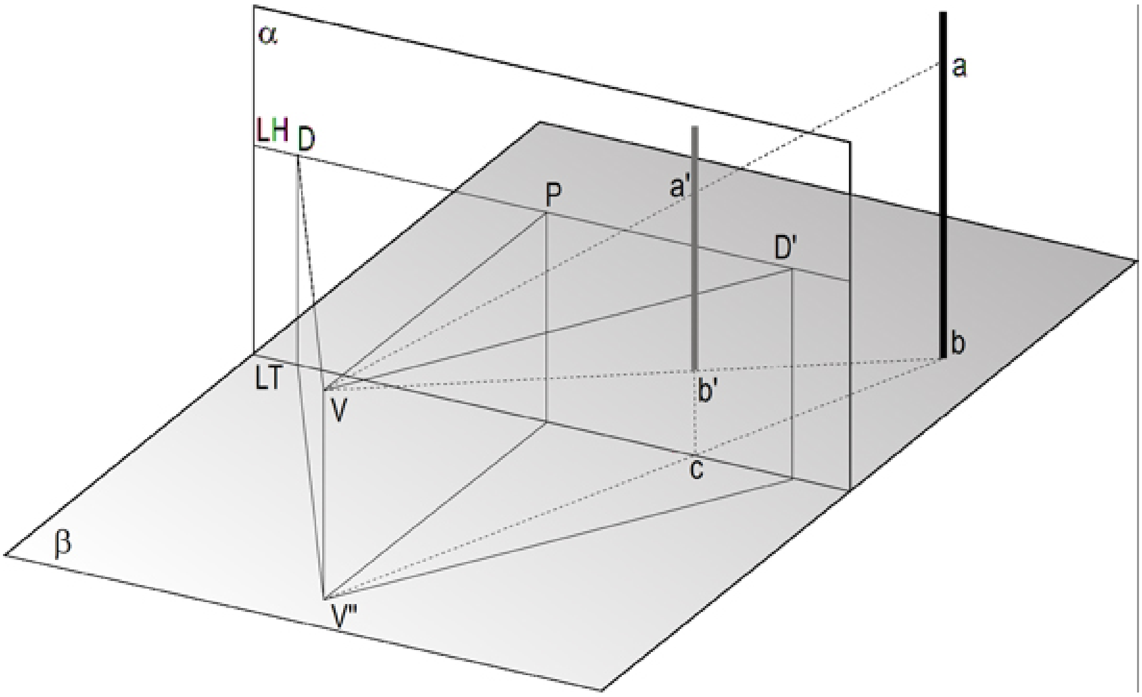


Figura 72.
Determinação da perspectiva de uma recta horizontal de frente (paralela em relação ao quadro).

PERSPECTIVA DE UMA RECTA NÃO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

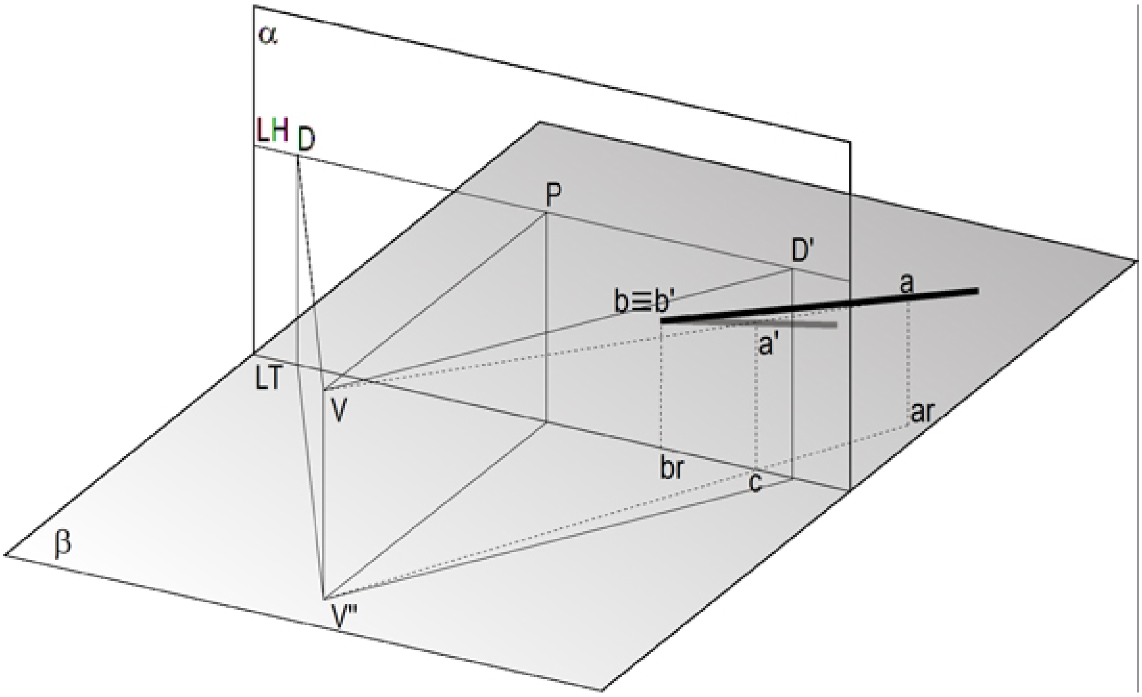


Figura 73.
Determinação da perspectiva de uma recta não assente no plano geometral.

Observe-se a figura 73. Trata-se da perspectiva da recta [a,b] não assente no plano geometral [β], que intersecta o quadro [α] no ponto [b] não situado sobre a linha de terra.
Quando uma recta não está assente sobre o plano geometral [β], é necessário determinar em primeiro lugar a sua projecção no referido plano. A recta [a,b] tem como projecção no plano geometral [β], os pontos [ar] e [br].
Novamente, existe coincidência do ponto [b] com a respectiva perspectiva [b']. Trata-se de um ponto situado sobre o quadro pelo que corresponde à perspectiva em verdadeira grandeza.
Determinação da perspectiva da recta [a,b]:
O ponto [b] já está em perspectiva, por estar situado sobre o plano do quadro. Do ponto de vista [V] traçamos um raio visual que intersecte o ponto [a] da recta [a,b]. Da projecção do ponto de vista [V''] sobre o plano geometral, traçamos uma projecção do raio visual que intersecte também o ponto [ar] que é a projecção do ponto [a] sobre o plano geometral [β]. O raio [V'',ar] vai intersectar o quadro [α] no ponto [c] situado sobre a linha de terra [LT]. A partir do ponto [c] e no sentido vertical, traçamos um segmento de recta até intersectar em [a'] o raio visual [V,a]. [a'] é a perspectiva do ponto [a]. Fazendo passar uma recta pelos pontos [a'] e [b'] obtemos a perspectiva da recta [a,b].

PERSPECTIVA DO PONTO E DA RECTA

PERSPECTIVA DO PONTO

Vou iniciar agora, a determinação rigorosa da perspectiva, começando como é natural, pelo ponto. Tendo em conta as demonstrações e definições relacionadas com a recta e a sua perspectiva, abordados na figura 68, vou tentar fazer compreender o traçado rigoroso da perspectiva.
A figura 74 representa a determinação da perspectiva de uma recta de topo (perpendicular em relação ao quadro), cuja demonstração concluía através do teorema: *<u>O PONTO DE FUGA DE UMA RECTA DE TOPO É O PONTO PRINCIPAL [P].</u>*

A figura 75 representa a determinação da perspectiva da mesma recta de topo, agora com o quadro [α] rebatido sobre o plano geometral [β] a partir do eixo da linha de terra [LT]. Estamos agora perante a determinação da perspectiva num plano bidimensional.

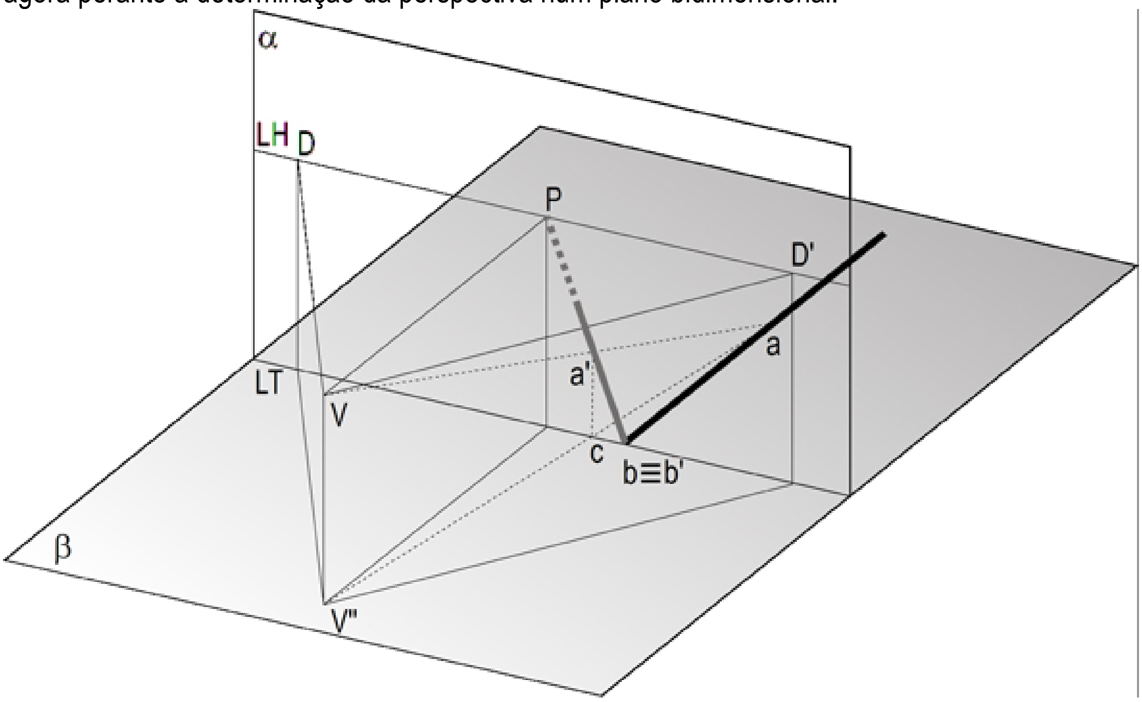


Figura 74.
Determinação da perspectiva de uma recta de topo (Perpendicular em relação ao quadro).

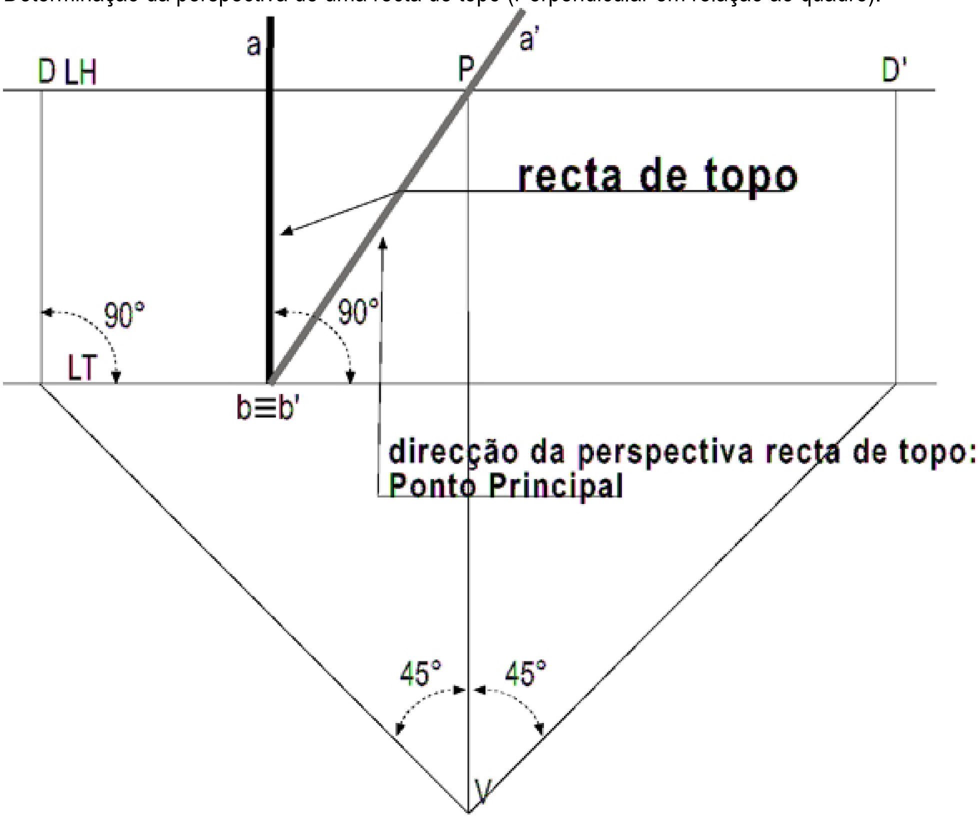


Figura 75.
Determinação da perspectiva de uma recta de topo (Perpendicular em relação ao quadro) num espaço bidimensional.

A figura 76 representa a determinação da perspectiva de uma recta de fuga a 45º (oblíqua a 45º em relação ao quadro), cuja demonstração concluía através do teorema: <u>*O PONTO DE FUGA DE UMA RECTA DE FUGA A 45º É UM DOS PONTOS DE DISTÂNCIA [D] OU [D'].*</u>
A figura 77 representa a determinação da perspectiva da mesma recta de fuga a 45º, agora com o quadro [α] rebatido sobre o plano geometral [β] a partir do eixo da linha de terra [LT]. Estamos agora perante a determinação da perspectiva num plano bidimensional.

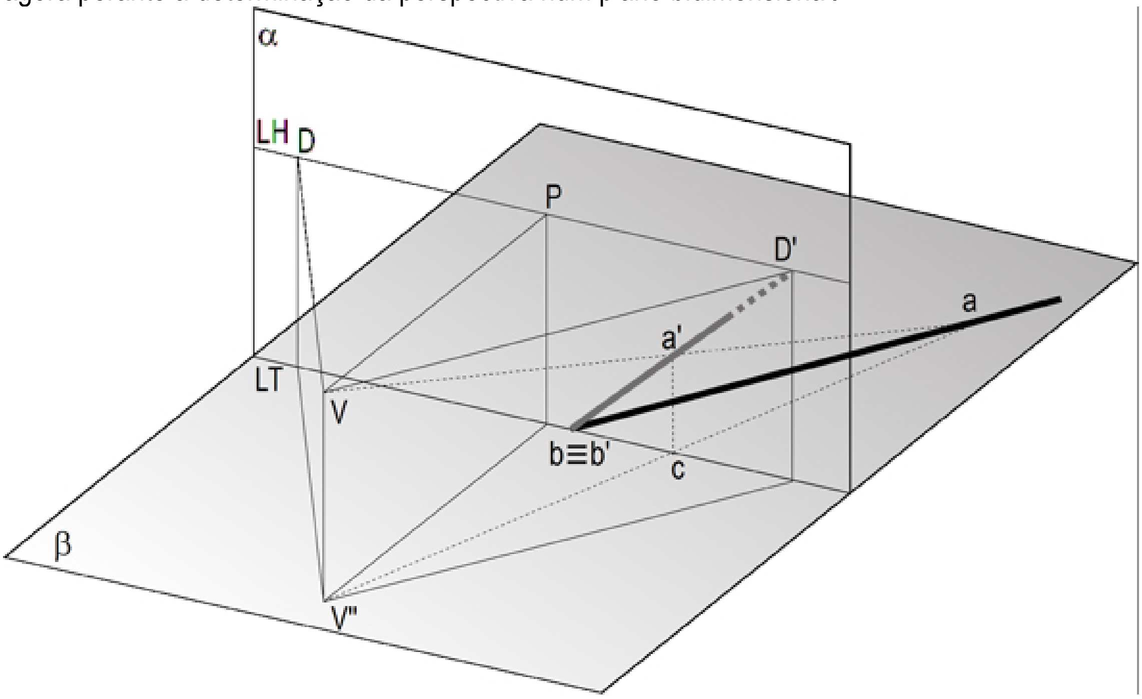


Figura 76.
Determinação da perspectiva de uma recta de fuga a 45º (oblíqua a 45º em relação ao quadro).

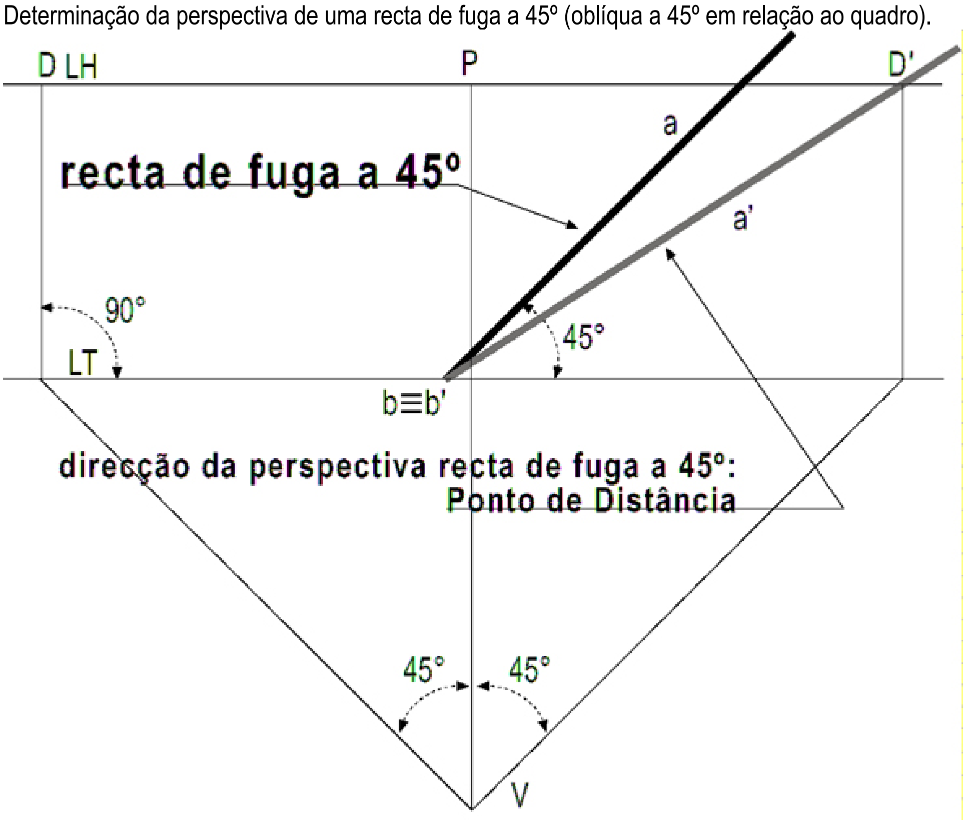


Figura 77.
Determinação da perspectiva de uma recta de fuga a 45º (oblíqua a 45º em relação ao quadro) num espaço bidimensional.

A figura 78 representa a determinação da perspectiva do ponto.

Pretende-se determinar o ponto [X]. Tendo em conta os teoremas relativos à perspectiva das rectas de topo e de fuga a 45º, procedemos da seguinte maneira:

- Pelo ponto [X] fazemos passar a recta de topo [a] que intersecta o quadro [α] em [1], tendo como perspectiva a o ponto principal [P];
- De seguida, fazemos agora passar pelo ponto [X] uma recta de fuga a 45º [b] que intersecta o quadro [α] em [2], tendo como perspectiva o ponto de distância [D];
- Da intersecção das perspectivas das rectas de topo e de fuga a 45º obtém-se o ponto [X'] que é a perspectiva do ponto [X].

Resumindo, tendo em conta que a definição de ponto corresponde à intersecção de duas rectas, limitámo-nos a intersectar uma recta de topo com uma recta de fuga a 45º, sabendo através dos teoremas estudados que têm como perspectiva respectivamente, o ponto principal [P] e um dos pontos de distância [D] ou [D'].

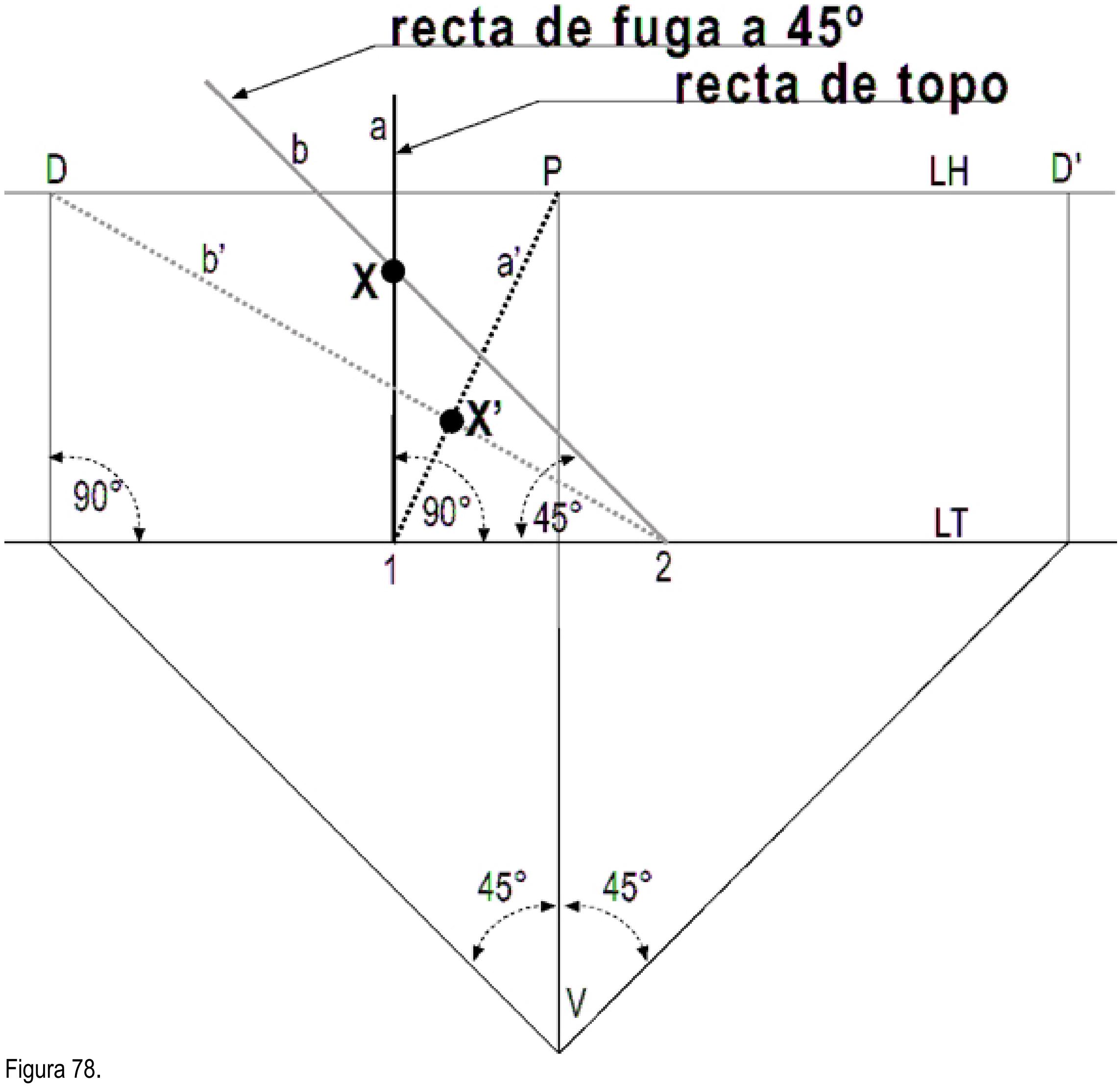


Figura 78.
Determinação da perspectiva do ponto.

PERSPECTIVA DA RECTA

A perspectiva da recta está agora facilitada já que corresponde à determinação da perspectiva de dois pontos, unindo-os de seguida.

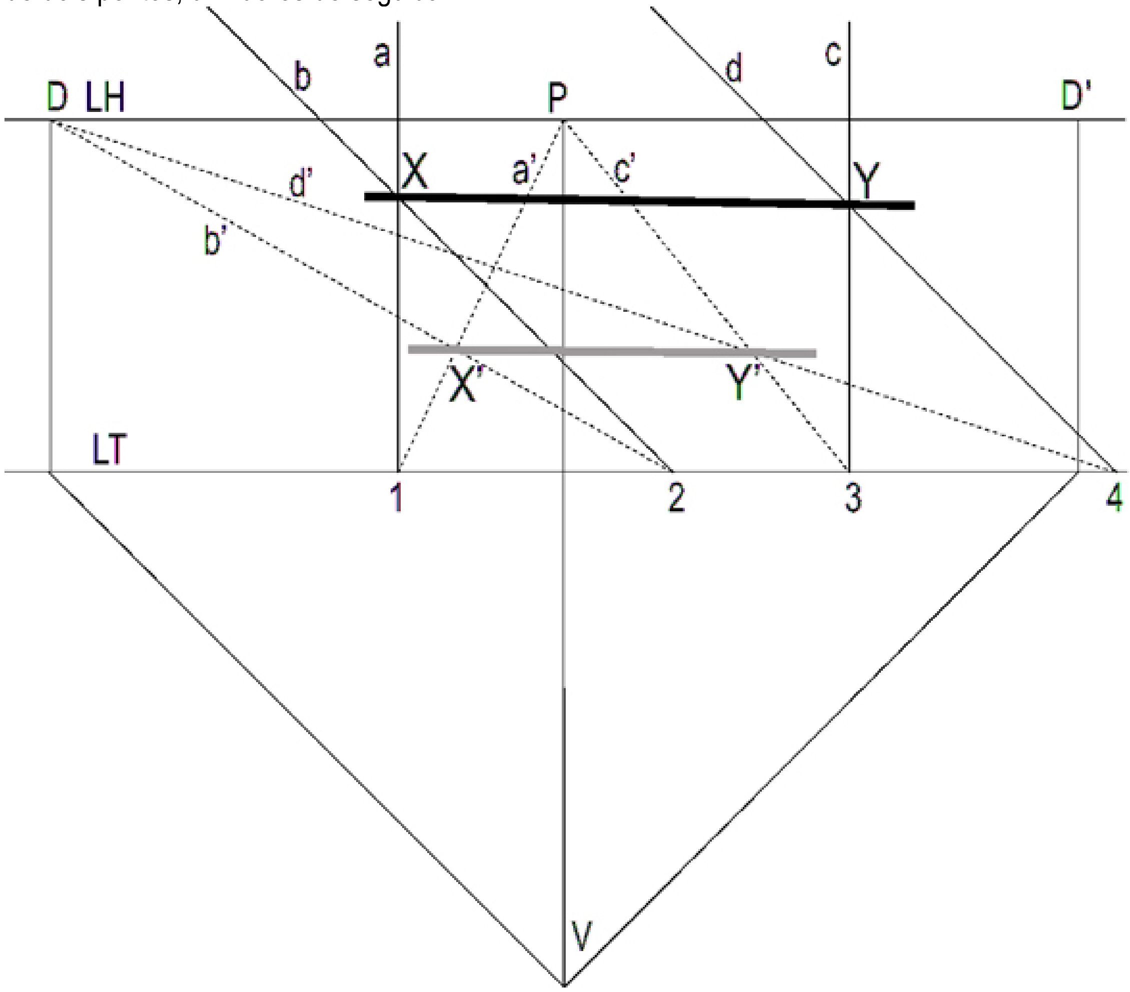


Figura 79.
Determinação da perspectiva da recta.

A figura 79 estabelece a determinação da perspectiva da recta identificada pelos pontos [X] e [Y].
- Pelo ponto [X] da recta [X,Y] fazemos passar a recta de topo [a] cuja perspectiva [a'] dirige-se para o ponto principal [P].
- Novamente e pelo ponto [X] da recta [X,Y] fazemos passar a recta de fuga a 45º [b] cuja perspectiva [b'] dirige-se para o ponto de distância [D].
- Da intersecção das rectas [a'] e [b'] obtemos a perspectiva do ponto [X] que será [X'].
- Repetimos o processo para determinar a perspectiva do ponto [Y].
- Pelo ponto [Y] da recta [X,Y] fazemos passar a recta de topo [c] cuja perspectiva [c'] dirige-se para o ponto principal [P].
- Novamente e pelo ponto [Y] da recta [X,Y] fazemos passar a recta de fuga a 45º [d] cuja perspectiva [d'] dirige-se para o ponto de distância [D].
- Da intersecção das rectas [c'] e [d'] obtemos a perspectiva do ponto [Y] que será [Y'].

PERSPECTIVA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

A perspectiva das figuras geométricas está sujeita aos mesmos princípios já estabelecidos para a determinação da perspectiva do ponto e da recta. Uma figura geométrica não é mais do que um conjunto de segmentos de rectas e de pontos.

No caso do quadrado, deve-se determinar a perspectiva dos quatro vértices. Com este raciocínio, julgo que o leitor poderá começar a pensar que a determinação de algumas perspectivas com várias figuras geométricas, será necessário determinar os inúmeros pontos correspondentes ao número de vértices existentes. Na realidade, com o aumento da experiência neste campo, e com algum raciocínio metódico associado à compreensão e conhecimento dos teoremas já descritos, será fácil determinar linhas e faces, que conterão vários pontos determinantes.

Para a determinação da perspectiva, existem, desde já, dois aspectos determinantes para um exercício correcto: elevado nível de concentração e rigor. No que respeita à concentração, alguns exercícios, não podem ser abandonados a meio, por qualquer motivo. Resulta que a perda de concentração e de seguimento de raciocínio, implicará a observação posterior de todas as fases iniciais, para que o desenhador se situe na fase em que parou.

PERSPECTIVA PARALELA DE UM QUADRADO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

O quadrado [a,b,c,d] representado na figura 80 está em perspectiva paralela (as faces não fazem qualquer ângulo com o observador, ou seja, o ângulo de observação é de 0º). Neste tipo de perspectiva o ponto principal [P] coincide com único ponto de fuga [F].

A distância entre a linha do horizonte [LH] e a linha de terra [LT] corresponde à altura a que se encontra o observador [V]. O observador [V] está situado a uma distância do quadro [α] que corresponde no gráfico à distância que vai desde a linha de terra [LT] ao ponto de vista ou observador [V]. O ponto principal [P] corresponde à intersecção do raio visual principal que sai do observador [V] e intersecta a linha do horizonte [LH]. O exercício inicia-se representando o gráfico onde estão os elementos acima descritos em dimensão real. Inclui-se então os pontos de distância [D] e [D'] que se obtêm a partir de dois raios visuais que saem do observador [V] fazendo ângulos de 45º (para a direita e esquerda) e intersectam a linha de terra [LT]. Os mesmos raios visuais dirigirem-se então verticalmente para a linha do horizonte [LH].

Resolução:

Inicia-se o exercício representando sempre a planta da forma [a,b,c,d] em dimensão real e a traço ponto (no gráfico está a cinzento claro).

O lado [d,c] por coincidir com o quadro [α] tem uma perspectiva igual à sua dimensão real [d',c'], já que os pontos [d≡d'] e [c≡c']. Lembro que qualquer ponto, recta ou plano que coincida com o quadro [α], tem como perspectiva o ponto, a recta ou plano de igual dimensão.

Falta determinar a perspectiva dos pontos [a] e [b]. Por cada um dos pontos fazemos passar uma recta de topo que tem como direcção da sua perspectiva o ponto principal [P] e uma recta de fuga a 45º que terá como direcção da sua perspectiva o ponto de distância [D]. A intersecção destas duas rectas de topo e de fuga a 45º permite obter respectivamente os pontos [a'] e [b'].

Da união dos pontos obtidos em perspectiva [a'], [b'], [c'] e [d'] obtemos a perspectiva [a',b',c',d'].

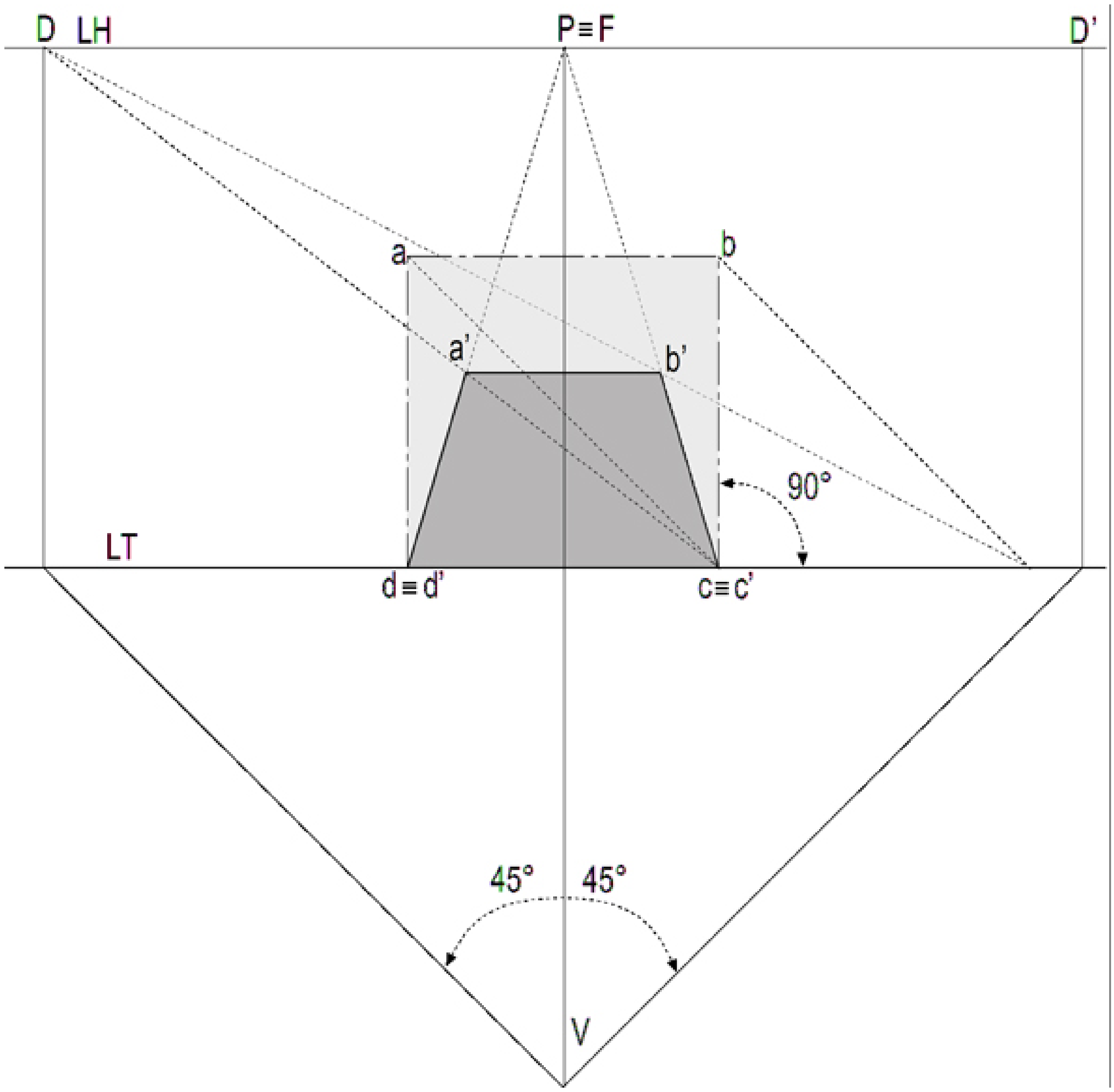


Figura 80.
Determinação da perspectiva paralela do quadrado [a,b,c,d].

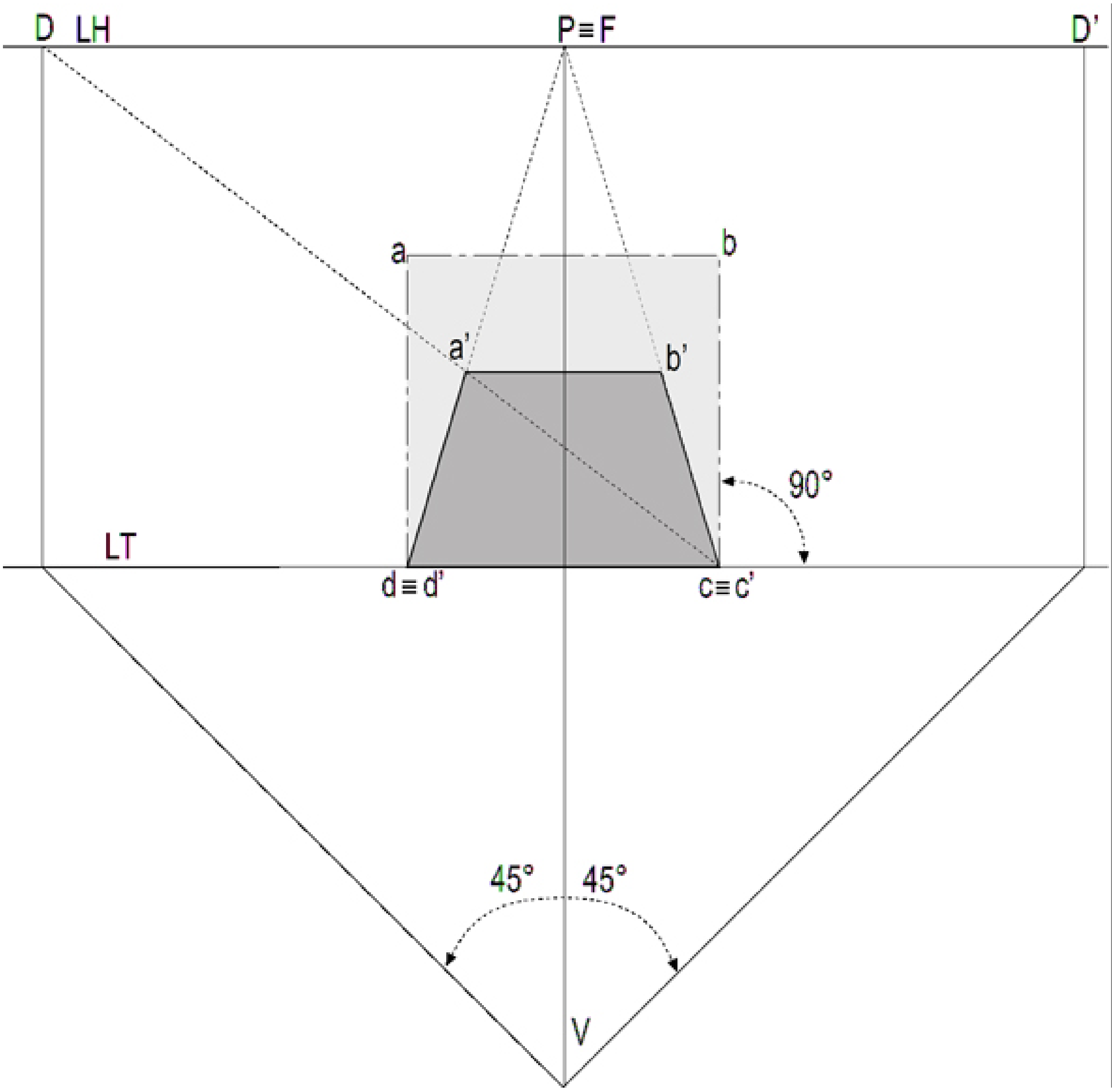


Figura 81.
Determinação da perspectiva paralela do quadrado [a,b,c,d] recorrendo aos teoremas.

A figura 81 representa o mesmo exercício.

Tendo o perfeito conhecimento e entendimento dos teoremas anteriormente descritos, o exercício torna-se bastante simples, evita-se a confusão de inúmeras linhas (no caso da perspectiva de várias formas) e ganha-se em rapidez de execução.

Teoremas a ter em conta no traçado da perspectiva:

- O PONTO DE FUGA DE UMA RECTA DE TOPO É O PONTO PRINCIPAL [P].

- O PONTO DE FUGA DE UMA RECTA DE FUGA A 45º É UM DOS PONTOS DE DISTÂNCIA [D] OU [D'].

- A RECTA DE FRENTE NÃO TEM PONTO DE FUGA, SENDO A SUA PERSPECTIVA UMA RECTA PARALELA À PRÓPRIA RECTA.

Resolução do exercício:

Os pontos [d≡d'] e [c≡c'] por estarem situados sobre o quadro [α].

Os lados [a,d] e [b,c] do quadro [a,b,c,d] representado na figura 81, por estarem em posição vertical em relação ao quadro [α], são segmentos de recta de topo, pelo que a sua perspectiva é o ponto principal [P]. Podemos então traçar as direcções dos lados [a,d] e [b,c] unindo o ponto principal [P] aos vértices em perspectiva [d'] e [c'].

Necessitamos agora de determinar os vértices [a] e [b] em perspectiva. Dado que a figura geométrica é um quadrado [a,b,c,d] cuja posição em relação ao observador [V] é paralela, as suas diagonais são segmentos de rectas de fuga a 45º. Recorrendo ao teorema, sabemos que as rectas de fuga a 45º têm como perspectiva os pontos de distância [D] ou [D']. No presente caso, basta unir um dos vértices do quadrado em perspectiva [c'] ou [d'] respectivamente com um dos pontos de distância [D] ou [D']. No presente caso uniu-se o vértice [c'] em perspectiva com o ponto de distância [D]. Ao intersectar o segmento de recta [d',P] obtém-se o vértice em perspectiva [a'].

Falta determinar a perspectiva do ponto [b]. Recorrendo novamente a um teorema e sabendo que os lados [a,b] e [c,d] do quadrado [a,b,c,d] são segmentos de rectas de frente, basta fazer passar pelo vértice em perspectiva [a'], uma recta de frente que intersecte o segmento de recta [c',P]. Obtemos assim o vértice em perspectiva [b'].

Termina o exercício unindo os vértices em perspectiva obtidos [a'], [b'], [c'] e [d'].

PERSPECTIVA PARALELA DE UM QUADRADO NÃO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

Resolução do exercício (figura 82):

O exercício tem início com a construção da grelha para determinar a perspectiva do quadrado [a,b,c,d]. Desenham-se as linhas de terra [LT] e do horizonte [LH] cuja distância entre si corresponde à altura a que se encontra o observador [V]. Traça-se o raio visual principal [V,P] cuja distância entre a linha de terra [LT] e o ponto de observação [V] corresponde à distância do observador [V] ao quadro [α]. Sendo o ângulo de observação igual a 0º, estamos perante um caso de perspectiva paralela. Neste tipo de perspectiva o ponto principal [P] coincide com único ponto de fuga [F].

Iniciamos o exercício no momento em que se determinou a perspectiva [a',b',c',d'] do quadrado como se estivesse assente no plano geometral [β]. Se houver alguma dúvida quanto ao procedimento, estudar o processo anteriormente descrito.

Traçamos as distâncias [d',d''] e [c',c''] a partir dos pontos em perspectiva do lado [d',c']. Estas distâncias traçadas correspondem à verdadeira altura a que se pretende determinar o quadrado (lembro que a perspectiva de um ponto, recta ou figura situado sobre o quadro [α] corresponde a uma perspectiva em igual grandeza). Obtemos o lado [d'',c''].

Unindo os vértices [d''] e [c''] ao ponto principal [P] obtemos as direcções das arestas superiores de topo do quadrado. Traçando duas rectas verticais a partir dos pontos [a'] e [b'] até intersectarem os segmentos de recta [d'',P] e [c'',P], obtêm-se os vértices em perspectiva [a''] e [b''].

A união dos vértices [a''], [b''], [c''] e [d''] permite obter a perspectiva do quadrado não assente no plano geometral [β].

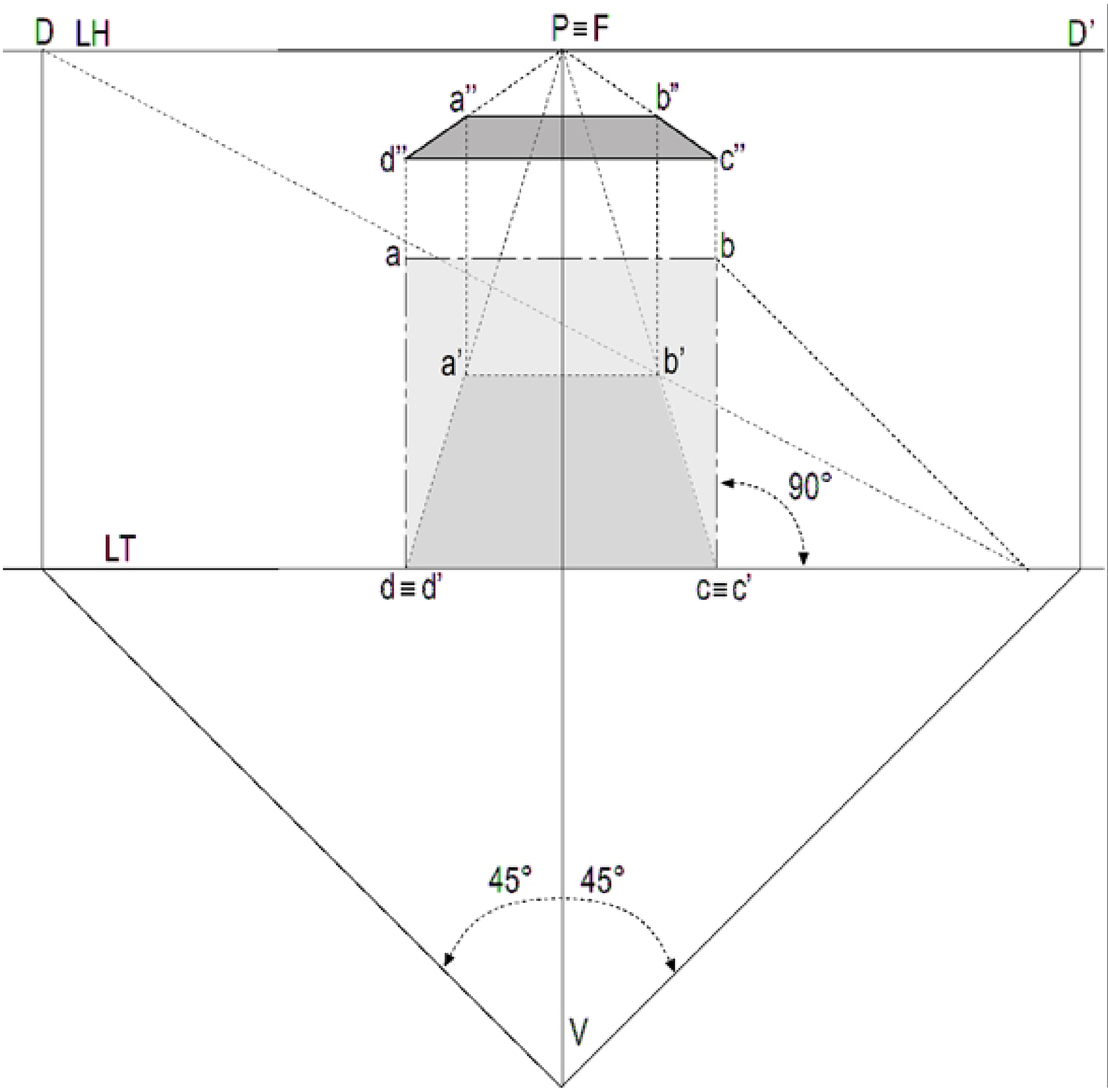


Figura 82.
Determinação da perspectiva paralela do quadrado [a,b,c,d] não assente no plano geometral.

PERSPECTIVA OBLÍQUA DE UM QUADRADO A 45º EM RELAÇÃO AO OBSERVADOR E ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

O quadrado [a,b,c,d] representado na figura 83 está em perspectiva oblíqua a 45º (as faces fazem um ângulo de 45º com o observador). Neste tipo de perspectiva oblíqua a 45º, o ponto de distância [D] coincide com o 1.º ponto de fuga [F], o ponto de distância [D'] coincide com o 2.º ponto de fuga [F1].

Repetindo os necessários procedimentos anteriores, A distância entre a linha do horizonte [LH] e a linha de terra [LT] corresponde à altura a que se encontra o observador [V]. O observador [V] está situado a uma distância do quadro [α] que corresponde no gráfico à distância que vai desde a linha de terra [LT] ao ponto de vista ou observador [V]. O ponto principal [P] corresponde à intersecção do raio visual principal que sai do observador [V] e intersecta a linha do horizonte [LH]. O exercício inicia-se representando o gráfico onde estão os elementos acima descritos em dimensão real. Inclui-se então os pontos de distância [D] e [D'] que se obtêm a partir de dois raios visuais que saem do observador [V] fazendo ângulos de 45º (para a direita e esquerda) e intersectam a linha de terra [LT]. Os mesmos raios visuais dirigirem-se então verticalmente para a linha do horizonte [LH].

Resolução:

Inicia-se o exercício representando sempre a planta da forma [a,b,c,d] em dimensão real e a traço ponto (no gráfico está a cinzento claro), fazendo o ângulo de 45º com o observador [V].
O vértice [c] por coincidir com o quadro [α] tem uma perspectiva igual à sua dimensão real [c'].
Falta determinar a perspectiva dos pontos [a] [b] e [d]. Quando numa forma já possuímos um ponto em perspectiva, devemos eleger o ponto oposto para determinar a sua perspectiva, como método e para facilitar a construção. No presente caso vamos determinar a perspectiva do ponto [a]. Pelo ponto [a] fazemos passar uma recta de topo que tem como direcção da sua perspectiva o ponto principal [P] e uma recta de fuga a 45º que terá como direcção da sua perspectiva o ponto de distância [D]. A intersecção destas duas rectas de topo e de fuga a 45º permite obter o ponto [a'].
Sabendo que o quadrado [a,b,c,d] está a 45º em relação ao observador [V], os seus lados são rectas de fuga a 45º. Através do teorema, sabemos que os lados do quadrado têm como perspectiva os pontos de distância [D] e [D'].
Traçamos então e em primeiro lugar dois segmentos de recta dirigidos ao ponto em perspectiva [c'] a partir dos dois pontos de distância [D] e [D'], obtendo assim as direcções dos lados em perspectiva [c',d'] e [c',b']. Novamente e a partir dos pontos de distância [D] e [D'] traçamos dois segmentos de recta que passarão pelo ponto [a'] e intersectarão os segmentos de recta [D,c'] e [D',c'] obtendo-se os vértices em perspectiva [d'] e [b'].
Da união dos pontos obtidos em perspectiva [a'], [b'], [c'] e [d'] obtemos a perspectiva do quadrado [a',b',c',d'].

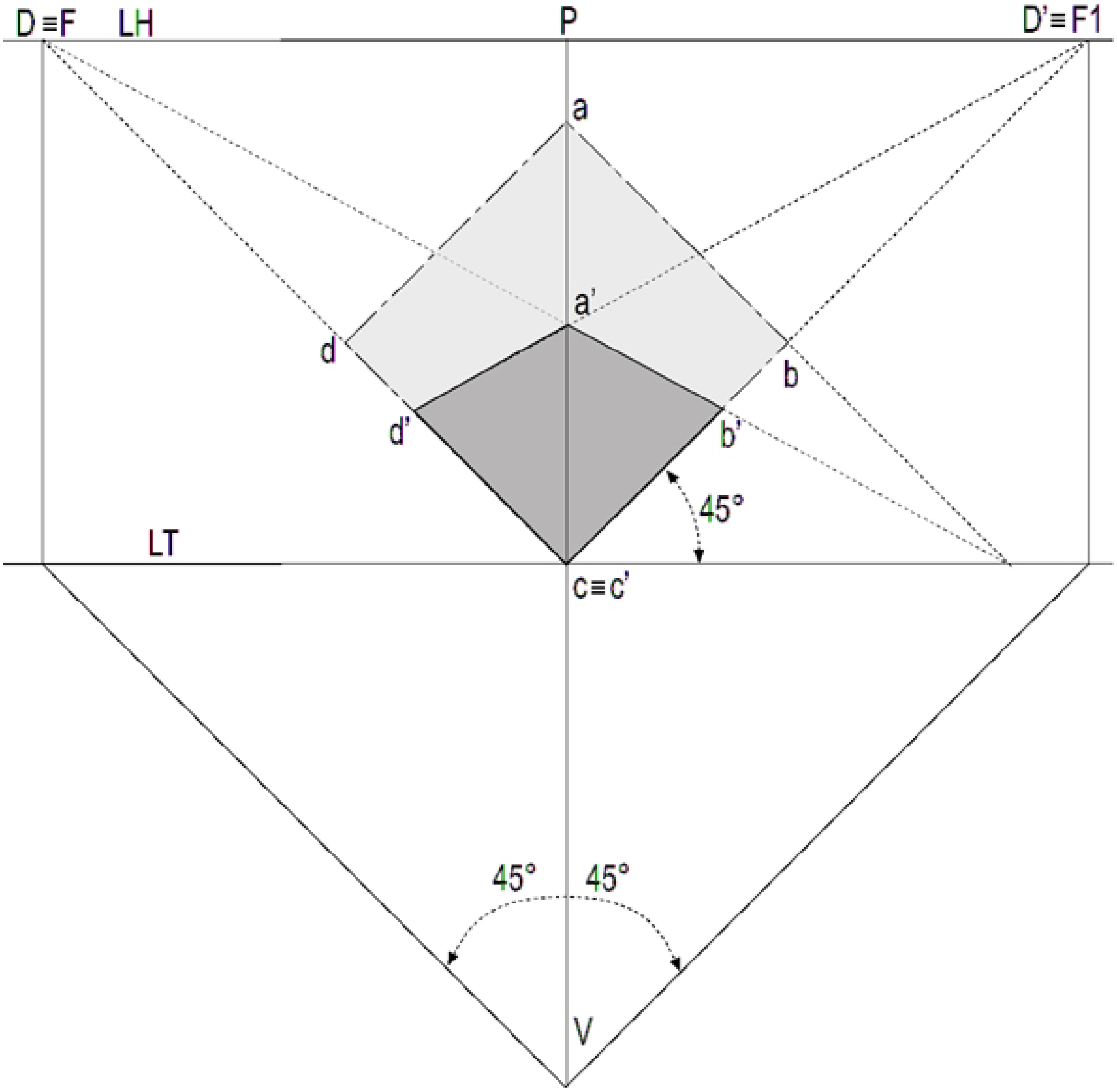


Figura 83.
Determinação da perspectiva oblíqua a 45º do quadrado [a,b,c,d] assente no plano geometral.

PERSPECTIVA OBLÍQUA DE UM QUADRADO EM ÂNGULO DIFERENTE DE 45º EM RELAÇÃO AO OBSERVADOR E ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

O quadrado [a,b,c,d] representado na figura 84 está em perspectiva oblíqua, mas agora num ângulo diferente de 45º. No exemplo dado têm um ângulo de observação de 40º (as faces fazem um ângulo de 40º com o observador). Neste tipo de perspectiva oblíqua, quando o ângulo de observação é diferente de 45º, os pontos de distância [D] e [D'] não coincidem com os pontos de fuga [F] e [F1].

Inicia-se novamente o exercício através da construção da linha do horizonte [LH], linha de terra [LT], posição do observador [V] e o ponto principal [P]. Traçam-se os pontos de distância [D] e [D'] que se obtêm a partir de dois raios visuais que saem do observador [V] fazendo ângulos de 45º (para a direita e esquerda) e intersectam a linha de terra [LT]. Os mesmos raios visuais dirigirem-se então verticalmente para a linha do horizonte [LH].

Contudo, agora estamos perante um novo caso, o sólido geométrica não está em relação ao observador a 45º, os pontos de distância [D] e [D'] não coincidem com os pontos de fuga [F] e [F1]. Assim sendo, traçam-se os pontos de fuga [F] e [F1] que se obtêm a partir de dois raios visuais que saem do observador [V] fazendo entre si um ângulo de 90º e de 40º com o observador (para a direita e esquerda) e intersectam a linha de terra [LT]. Os mesmos raios visuais dirigirem-se então verticalmente para a linha do horizonte [LH]. Observar com atenção a figura 84. Resolução:

Inicia-se o exercício representando sempre a planta da forma [a,b,c,d] em dimensão real e a traço ponto (no gráfico está a cinzento claro), fazendo o ângulo de 40º com o observador [V].

O vértice [c] por coincidir com o quadro [α] tem uma perspectiva igual à sua dimensão real [c'].

Falta determinar a perspectiva dos pontos [a] [b] e [d]. Quando numa forma já possuímos um ponto em perspectiva, devemos eleger o ponto oposto para determinar a sua perspectiva, como método e para facilitar a construção. No presente caso vamos determinar a perspectiva do ponto [a]. Pelo ponto [a] fazemos passar uma recta de topo que tem como direcção da sua perspectiva o ponto principal [P] e uma recta de fuga a 45º que terá como direcção da sua perspectiva o ponto de distância [D]. A intersecção destas duas rectas de topo e de fuga a 45º permite obter o ponto [a'].

Sabendo que o quadrado [a,b,c,d] está a 40º em relação ao observador [V], os seus lados embora sejam rectas de fuga, não estão a 45º pelo que o teorema não tem aplicação aos pontos de distância [D] e [D']. No entanto, o problema Já foi resolvido ao colocarmos os pontos de fuga [F] e [F1] a fazerem entre si um ângulo de 90º e de 40º com o observador [V].

Traçamos então e em primeiro lugar dois segmentos de recta dirigidos ao ponto em perspectiva [c'] a partir dos dois pontos de fuga [F] e [F1], obtendo assim as direcções dos lados em perspectiva [c',d'] e [c',b']. Novamente e a partir dos pontos de fuga [F] e [F1] traçamos dois segmentos de recta que passarão pelo ponto [a'] e intersectarão os segmentos de recta [F,c'] e [F1,c'] obtendo-se os vértices em perspectiva [d'] e [b'].

Da união dos pontos obtidos em perspectiva [a'], [b'], [c'] e [d'] obtemos a perspectiva do cubo [a',b',c',d'].

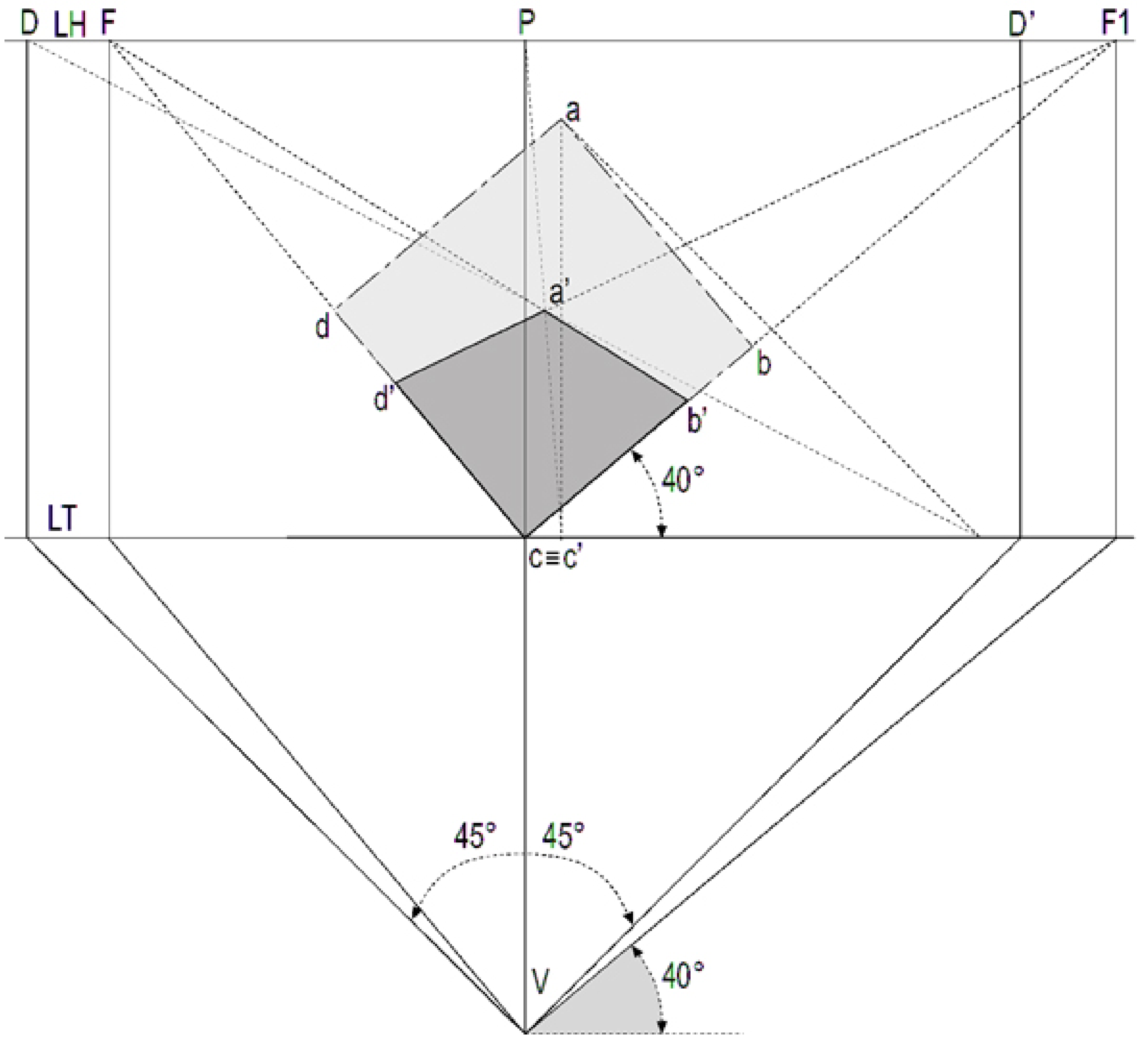


Figura 84.
Determinação da perspectiva oblíqua do quadrado [a,b,c,d] a 40º assente no plano geometral.

PERSPECTIVA PARALELA DE UMA CIRCUNFERÊNCIA ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

Estamos pela primeira vez perante uma figura geométrica cujos lados não são segmentos de recta. A circunferência, como qualquer outra figura ou sólido geométrico com lados ou faces curvas, obriga para determinar a sua perspectiva a inseri-lo numa figura ou sólido geométrico com lados ou faces planas. A circunferência representa um bom exemplo, já que para a determinação da sua perspectiva, tem de ser inserida num quadrado cujas diagonais e medianas permitem identificar os pontos necessários à perspectiva.

Vamos identificar, em todos os exercícios desta publicação, as formas redondas através de números. A circunferência [1,2,3,4,5,6,7,8] foi inserida no quadrado [a,b,c,d] representado na figura 85 em perspectiva paralela. Traçam-se as diagonais e as medianas do quadrado, obtendo-se assim os oito pontos necessários para a construção da perspectiva da circunferência. Neste tipo de perspectiva o ponto principal [P] coincide com o ponto de fuga [F].

Inicia-se novamente o exercício através da construção da grelha. Lembro que estas fases já foram repetidas por várias vezes nos exercícios anteriores.

Após a determinação da perspectiva do quadrado [a',b',c',d'], traçam-se as medianas e diagonais respectivas. Traçadas as medianas obtêm-se os pontos em perspectiva da circunferência [1'], [3'], [5'] e [7'], Faltando determinar os restantes pontos em perspectiva [2'], [4'], [6'] e [8']. Quatro pontos não chegam para determinar a perspectiva de uma circunferência já que o rigor é muito reduzido.

Pelo ponto [2] fazemos passar uma recta de topo que tem como direcção da sua perspectiva o ponto principal [P] e uma recta de fuga a 45º que terá como direcção da sua perspectiva o ponto de distância [D]. A intersecção destas duas rectas de topo e de fuga a 45º permite obter o ponto [2']. Obtido o ponto [2'], traçamos um segmento de recta de frente na direcção esquerda que ao intersectar a diagonal [a',c'] permite encontrar o ponto em perspectiva [8']. Pelos pontos em perspectiva [8'] e [2'], fazemos passar dois segmentos de recta a partir do ponto principal [P] que ao intersectarem respectivamente as diagonais do quadrado [b',d'] e [a',c'] permitem obter os pontos [6´] e [4'].
Da união rigorosa dos pontos obtidos em perspectiva [1'], [2'], [3'], [4'], [5'], [6'], [7'] e [8'] obtemos a perspectiva da circunferência.

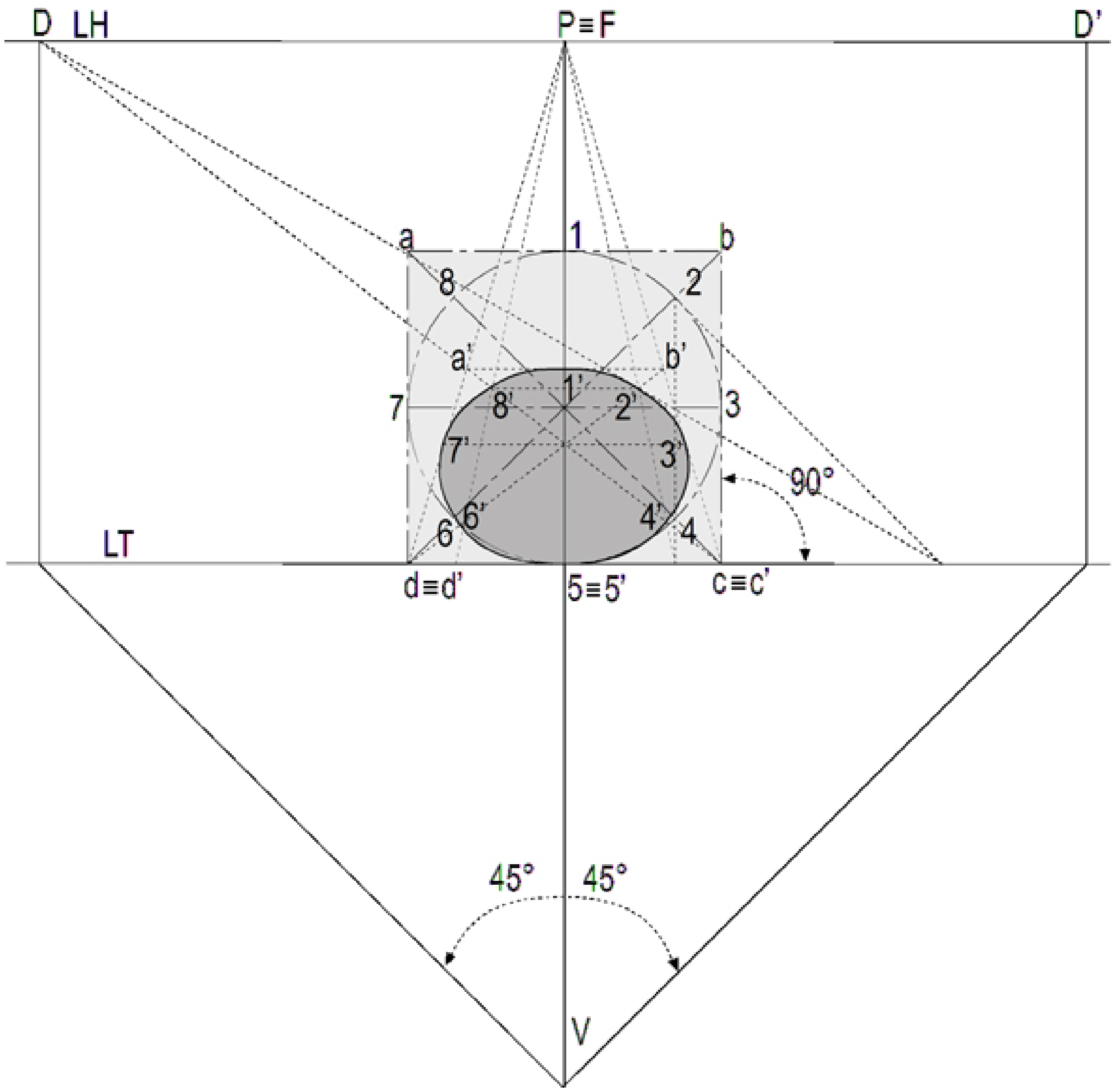


Figura 85.
Determinação da perspectiva paralela da circunferência assente no plano geometral.

PERSPECTIVA OBLÍQUA DE UMA CIRCUNFERÊNCIA EM ÂNGULO DIFERENTE DE 45º EM RELAÇÃO AO OBSERVADOR E ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

O quadrado [a,b,c,d] onde está inserida a circunferência [1,2,3,4,5,6,7,8], representado na figura 86, está em perspectiva oblíqua, mas agora num ângulo diferente de 45º. No exemplo dado têm um ângulo de observação de 40º (as faces fazem um ângulo de 40º com o observador). Neste

tipo de perspectiva oblíqua, quando o ângulo de observação é diferente de 45º, os pontos de distância [D] e [D’] não coincidem com os pontos de fuga [F] e [F1].
Após a determinação da perspectiva do quadrado [a’,b’,c’,d’], traçam-se as medianas e diagonais respectivas. Traçadas as medianas obtêm-se os pontos em perspectiva da circunferência [1’], [3’], [5’] e [7’], Faltando determinar os restantes pontos em perspectiva [2’], [4’], [6’] e [8’]. Elegemos o ponto [4] pelo qual fazemos passar uma recta de topo que tem como direcção da sua perspectiva o ponto principal [P] e uma recta de fuga a 45º que terá como direcção da sua perspectiva o ponto de distância [D]. A intersecção destas duas rectas de topo e de fuga a 45º permite obter o ponto [4’]. Obtido o ponto [4’] fazemos passar por ele dois segmento de recta desde [F] e [F1] que ao intersectaram a diagonal em perspectiva [b’,d’] permitem encontrar respectivamente os pontos em perspectiva [2’] e [6’]. Traçando um novo segmento de recta desde [F] até [6’] intersectamos a diagonal do quadrado em perspectiva [a’,c’] encontrando assim o ponto em falta [8’].
Da união cuidadosa dos pontos obtidos em perspectiva [1’], [2’], [3’], [4’], [5’], [6’], [7’] e [8’] obtemos a perspectiva da circunferência.

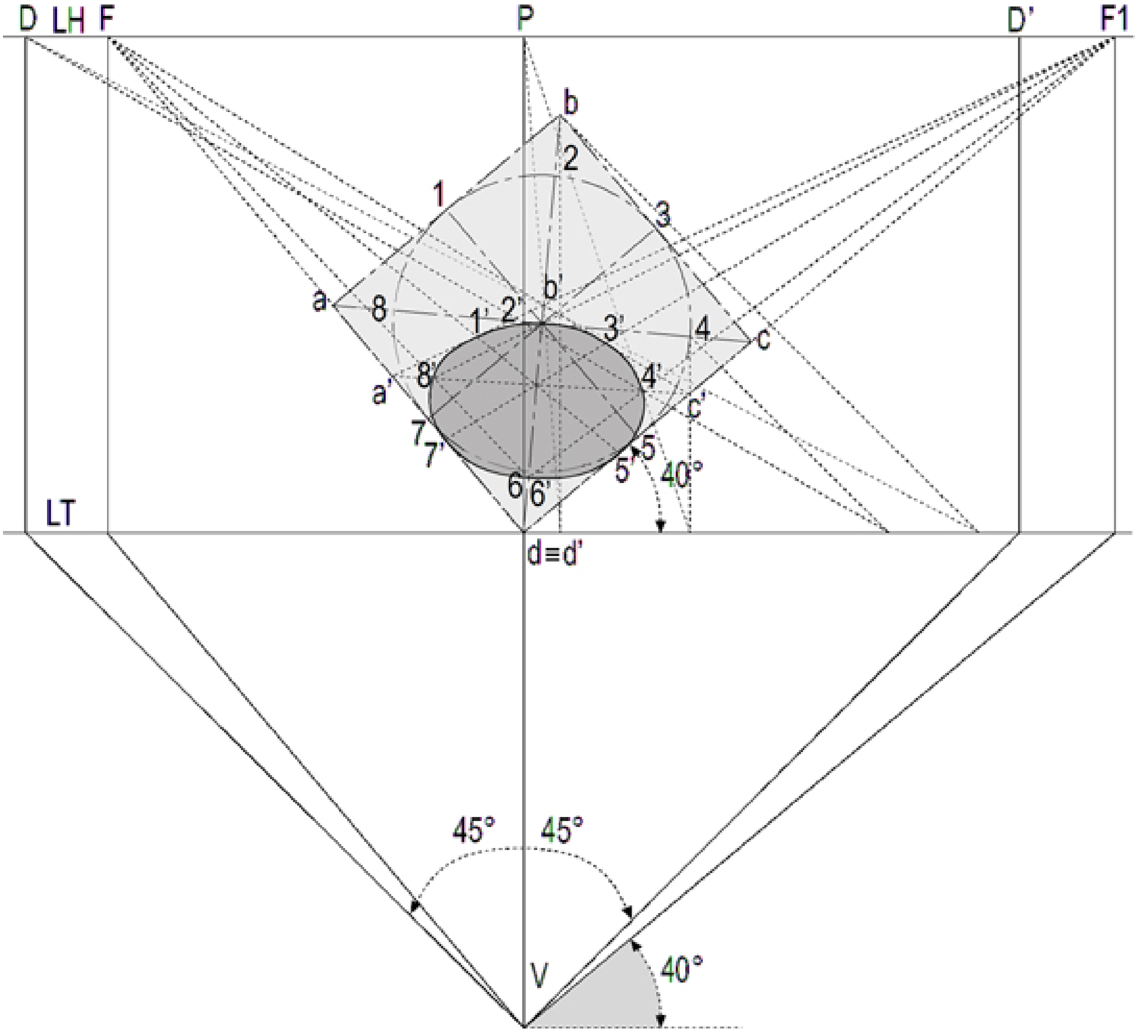


Figura 86.
Determinação da perspectiva oblíqua da circunferência a 40º no plano geometral.

OS TRÊS CASOS DE PERSPECTIVA

Agora que aprendemos a determinar a perspectiva do ponto, da recta e de figuras geométricas podemos concluir que existem três casos diferentes de perspectiva, também comuns à construção de sólidos geométricos que vamos passar a identificar:
Perspectiva paralela;
Perspectiva oblíqua a 45º;
Perspectiva oblíqua em ângulo diferente de 45º.

PERSPECTIVA PARALELA

Observe-se a figura 87 cujas faces fazem um ângulo de 0º com o observador. O observador [V] estabelece uma abertura de 90º entre os seus braços e um paralelismo com as faces da figura geométrica.

O braço esquerdo está em paralelismo com os lados [a,d] e [b,c] do quadrado apontando sem dúvida alguma para o único ponto de fuga [F] que coincide com o ponto principal [P].

O braço direito está em paralelismo com os lados [a,b] e [d,c] apontado para a direita. Jamais intersectará a linha de terra [LT] pelo que não é possível encontrar outro ponto de fuga.

A perspectiva Paralela tem um Ponto de Fuga [F] que é coincidente com o Ponto Principal [P].

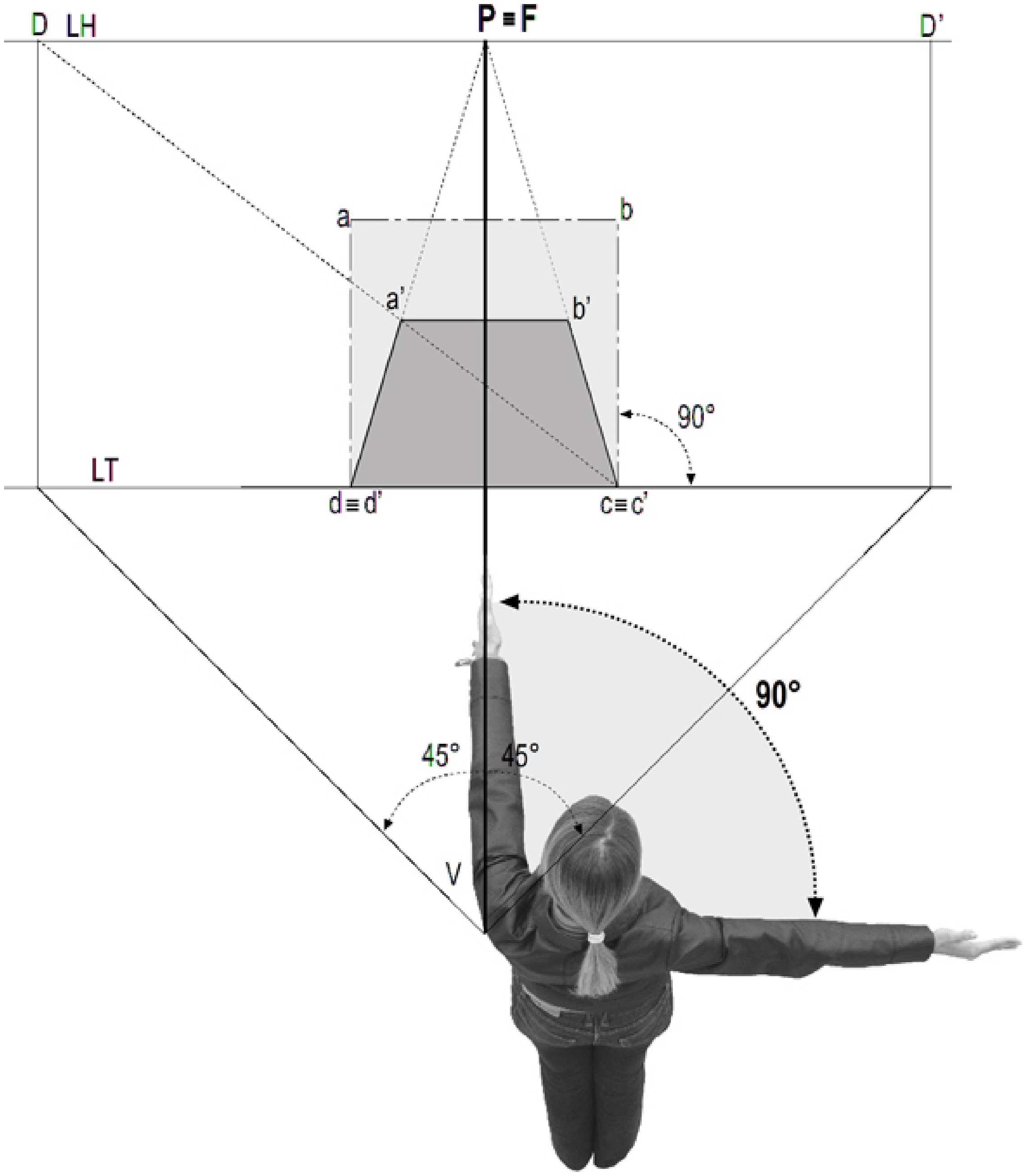


Figura 87.
Perspectiva paralela.

PERSPECTIVA OBLÍQUA A 45º

Observe-se a figura 88 cujas faces fazem um ângulo de 45º com o observador. O observador [V] estabelece uma abertura de 90º entre os seus braços e um paralelismo com as faces da figura geométrica.

O braço esquerdo está em paralelismo com os lados [d,c] e [a,b] do quadrado apontando sem dúvida alguma para o ponto de fuga [F] que coincide com o ponto de distância [D].

O braço direito está em paralelismo com os lados [d,a] e [c,b] do quadrado apontando sem dúvida alguma para o ponto de fuga [F1] que coincide com o ponto de distância [D'].

A perspectiva Oblíqua a 45º tem dois Pontos de Fuga [F] e [F1] que coincidem respectivamente com os Pontos de Distância [D] e [D'].

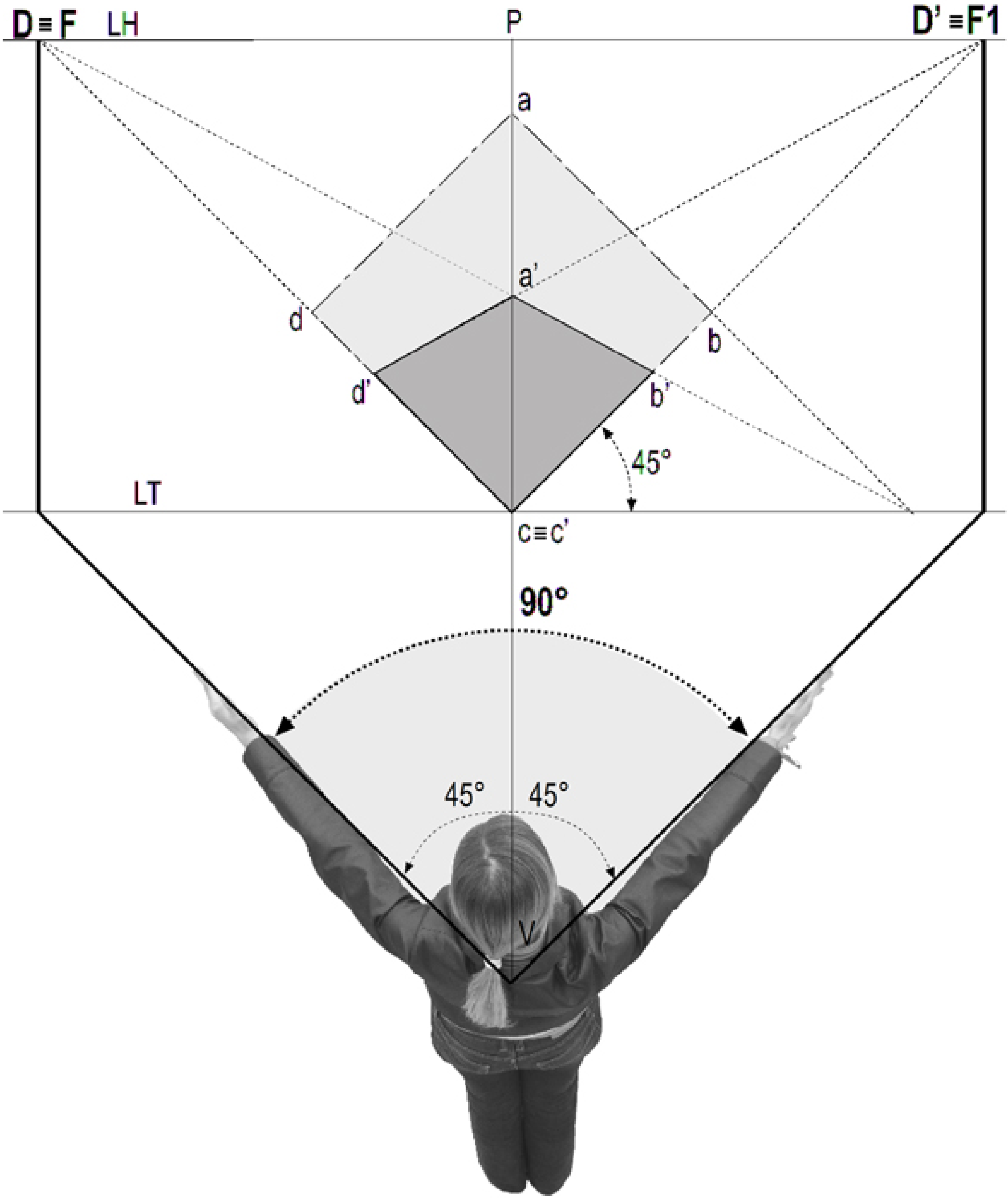


Figura 88.
Perspectiva oblíqua a 45º.

PERSPECTIVA OBLÍQUA EM ÂNGULO DIFERENTE DE 45º

Observe-se a figura 89 cujas faces fazem um ângulo diferente de 45º com o observador (o exemplo apresenta um ângulo de 40º). O observador [V] estabelece uma abertura de 90º entre os seus braços e um paralelismo com as faces da figura geométrica.

O braço esquerdo está em paralelismo com os lados [d,c] e [a,b] do quadrado apontando sem dúvida alguma para o ponto de fuga [F].

O braço direito está em paralelismo com os lados [d,a] e [c,b] do quadrado apontando sem dúvida alguma para o ponto de fuga [F1].

A perspectiva Oblíqua em ângulo diferente de 45º tem dois Pontos de Fuga [F] e [F1] que não coincidem com os Pontos de Distância [D] e [D'].

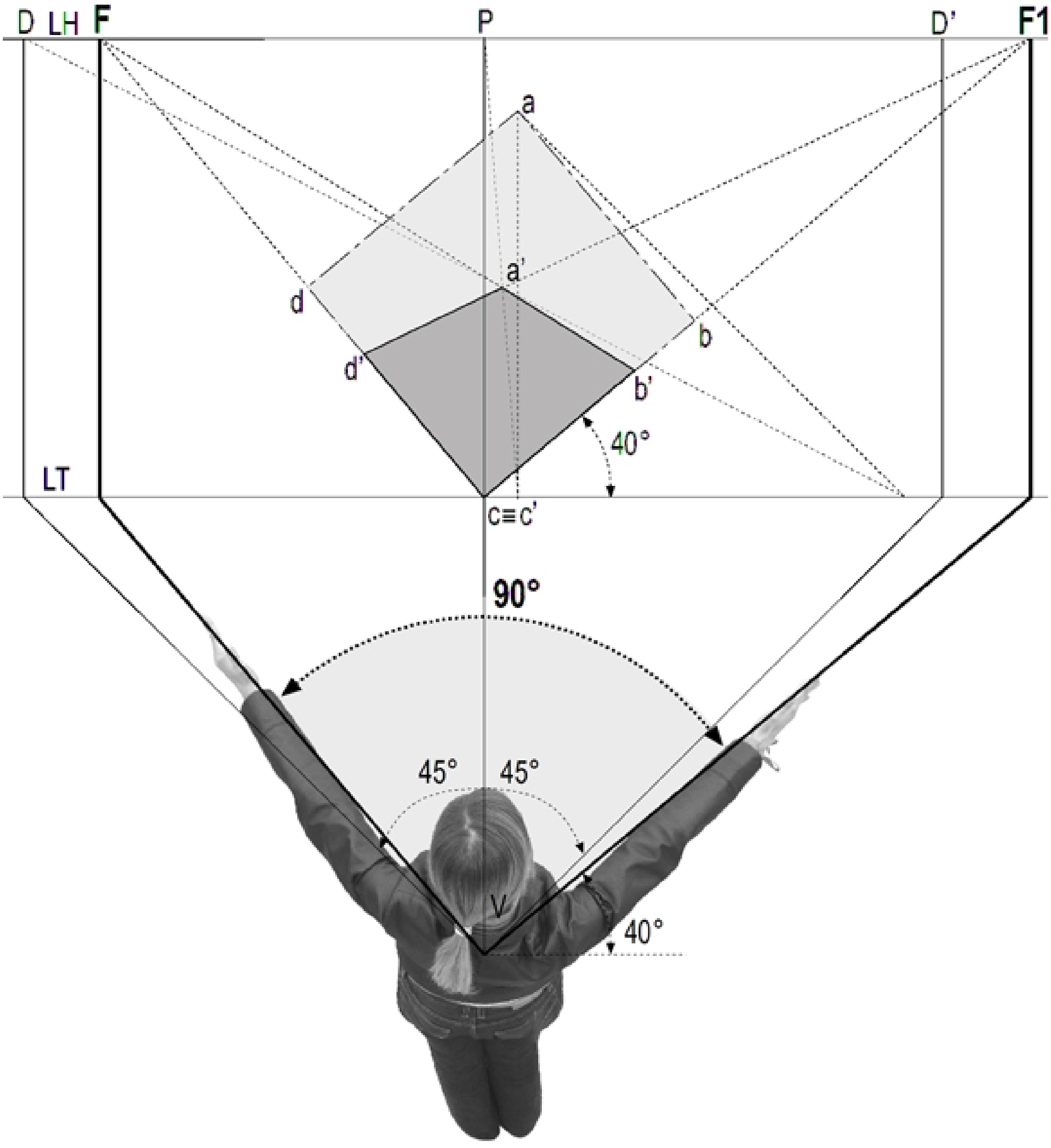


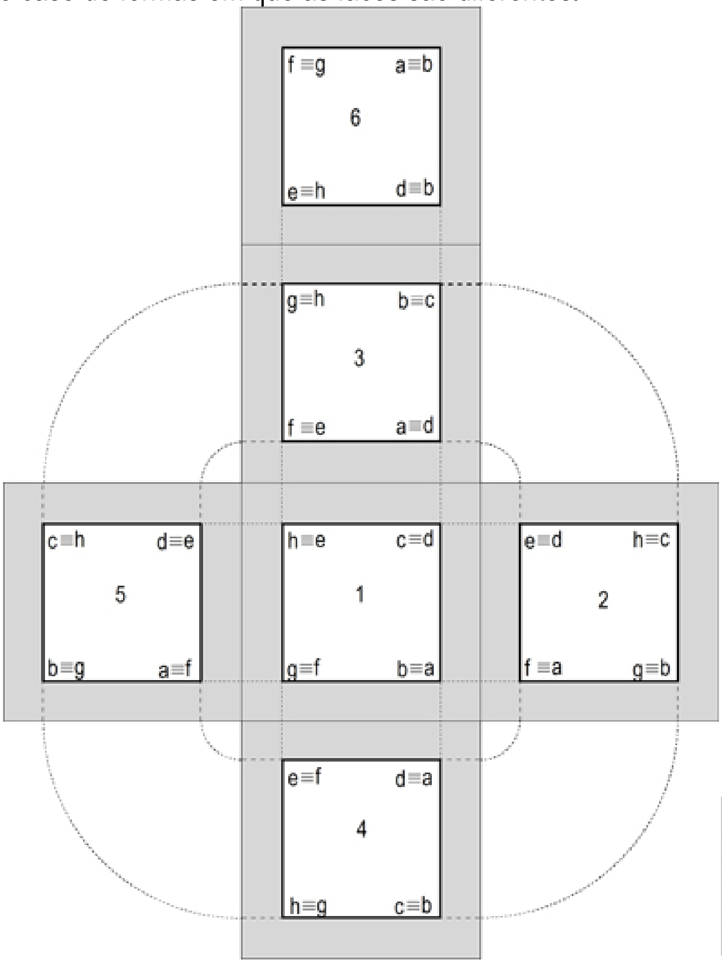
Figura 89.
Perspectiva oblíqua em ângulo diferente de 45º.

PERSPECTIVA DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Terminada a abordagem aos casos específicos da perspectiva de figuras geométricas, o presente capítulo irá esclarecer o processo, relativamente aos sólidos geométricos conhecidos (cubo, pirâmide, cilindro, cone e esfera).

O conhecimento do processo de construção em perspectiva, destes sólidos geométricos, permitirá resolver qualquer situação particular, embora haja casos que não evitarão um raciocínio mais profundo. Não esquecer que a construção de qualquer forma conhecida, seja animal, vegetal ou mineral, tem sempre, como base, o seu envolvimento num sólido geométrico, revelando-se este como o princípio único.

As figuras 90 e 91 estabelecem respectivamente, a representação das projecções ortogonais de um cubo, através do método europeu de representação. Observam-se os seus alçados, a planta e a vista por baixo. Contudo, conforme se verifica, o recurso a este tipo de representação para o caso do cubo é desnecessário. Todos sabemos que o cubo é um sólido geométrico com seis faces quadradas e iguais. O mesmo conhecimento do cubo possui em relação à definição física dos outros sólidos. Portanto, o recurso a este tipo de projecção tão completa, apenas é útil para o caso de formas em que as faces são diferentes.



n°	designação	posição em relação ao alçado principal
1	alçado frente ou principal	
2	planta	por baixo
3	alçado lateral esquerdo	à direita
4	alçado lateral direito	à esquerda
5	vista por baixo	por cima
6	vista por detrás	à direitra

Figura 90.
Projecções ortogonais das faces do cubo.

Figura 91.
Posição das faces em relação ao alçado principal.

PERSPECTIVA PARALELA

O primeiro caso, de perspectiva paralela, tem a ver com a colocação das faces ou arestas da forma em relação ao observador. Sabemos que, qualquer plano vertical ou recta, em posição de topo, em relação ao observador [V], tem como perspectiva o ponto principal [P]. Também os planos verticais ou rectas de frente, que estão numa posição de paralelismo com o quadro, não têm ponto de fuga. Têm como perspectiva planos e rectas paralelas ao próprio plano e recta.

Nos casos que se seguem, os sólidos geométricos têm de estar com as faces paralelas ou de topo em relação ao quadro. Existe portanto, um único ponto de fuga [F] que coincide com o ponto principal [P]. O cubo é o sólido mais elucidativo, para a aprendizagem da representação de volumes geométricos.

- PERSPECTIVA PARALELA DO CUBO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

Resolução do exercício (figura 92):

O exercício tem início com a construção da grelha para determinar a perspectiva do cubo Desenham-se as linha de terra [LT] e a linha do horizonte [LH] cuja distância entre si corresponde à altura a que se encontra o observador [V]. Traça-se o raio visual principal [V,P] cuja distância entre a linha de terra [LT] e o ponto de observação [V] corresponde à distância do observador [V] ao quadro [α]. Sendo o ângulo de observação igual a 0º, estamos perante um caso de perspectiva paralela. Neste tipo de perspectiva o ponto principal [P] coincide com único ponto de fuga [F].

Após a representação da planta do cubo [a,b,c,d] é determinada a sua perspectiva [a’,b’,c’,d’].

Iniciamos o exercício no momento em que se determinou a perspectiva [a’,b’,c’,d’] do cubo como se estivesse assente no plano geometral [β]. Se houver alguma dúvida quanto ao procedimento, estudar o processo já anteriormente descrito.

Traçamos as distâncias [d’,d’’] e [c’,c’’] a partir dos pontos em perspectiva do lado [d’,c’]. Estas distâncias traçadas correspondem à verdadeira altura a que se pretende determinar a face de frente do cubo (lembro que a perspectiva de um ponto, recta, figura ou forma situado sobre o quadro [α] corresponde a uma perspectiva em igual grandeza).

Unindo os vértices [d’’] e [c’’] ao ponto principal [P] obtemos as direcções das arestas superiores de topo do cubo. Traçando duas rectas verticais a partir dos pontos [a’] e [b’] até intersectarem os segmentos de recta [d’’,P] e [c’’,P], obtêm-se os vértices em perspectiva [a’’] e [b’’] que faltavam determinar.

Nota: O cubo deveria ser identificado pelos seus oito vértices [a,b,c,d,e,f,g,h]. No entanto e intencionalmente, os vértices da face superior em posição horizontal de topo são identificados através de letras que correspondem às projecções das perspectivas dos vértices [a’,b’,c’,d’]. Pretendo com isto identificar que a construção de um sólido, não deixa de ser igual à construção de uma figura não assente no plano geometral, conforme se verificou.

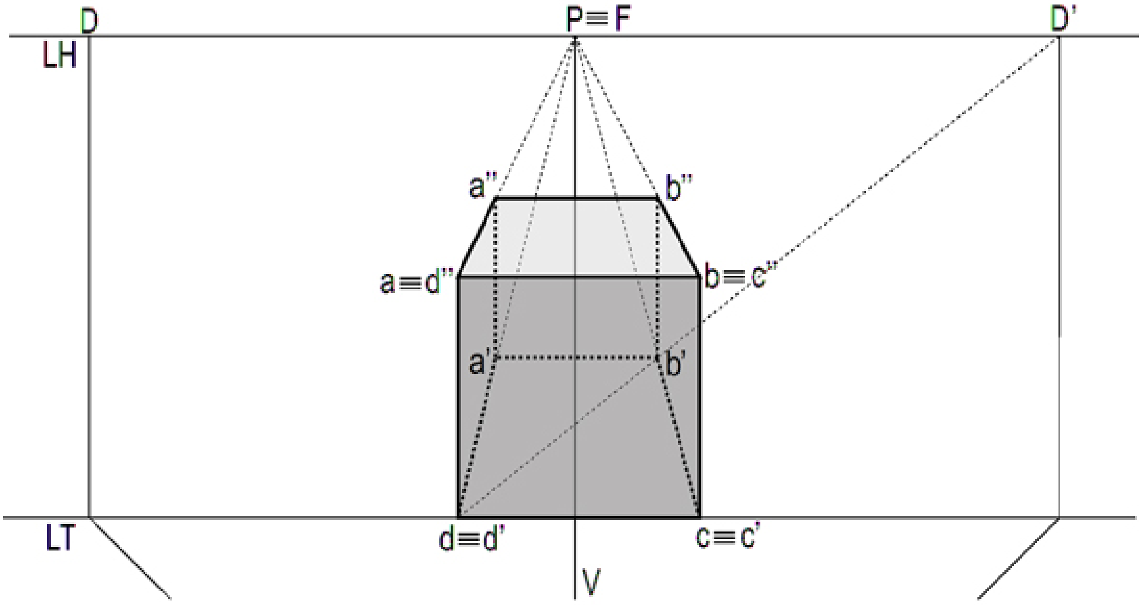


Figura 92.
Perspectiva paralela de um cubo assente no plano geometral.

- PERSPECTIVA PARALELA DA PIRÂMIDE ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

Resolução do exercício (figura 93):

O exercício tem início com a construção da grelha para determinar a perspectiva da pirâmide. Desenham-se as linha de terra [LT] e a linha do horizonte [LH] cuja distância entre si corresponde à altura a que se encontra o observador [V]. Traça-se o raio visual principal [V,P] cuja distância entre a linha de terra [LT] e o ponto de observação [V] corresponde à distância do observador [V] ao quadro [α]. Sendo o ângulo de observação igual a 0º, estamos perante um caso de perspectiva paralela. Neste tipo de perspectiva o ponto principal [P] coincide com único ponto de fuga [F].

Após a representação da planta da pirâmide [a,b,c,d] é determinada a sua perspectiva [a’,b’,c’,d’].

Iniciamos o exercício no momento em que se determinou a perspectiva [a’,b’,c’,d’] da base da pirâmide como se estivesse assente no plano geometral [β]. Se houver alguma dúvida quanto ao procedimento, estudar o processo já anteriormente descrito.

Passamos à determinação do vértice superior [e’] da pirâmide. Determina-se em primeiro lugar o centro da base da pirâmide, identificada pelo ponto [e], traçando as suas diagonais na perspectiva [a’,b’,c’,d’].

A partir do ponto [d’], traça-se a distância [d’,y] que corresponde à altura real da pirâmide. Dirigem-se de seguida segmentos de recta dos pontos [d] e [y] ao ponto de distância [D’]. Encontrou-se uma escala de alturas, ou seja, o segmento de recta [d,y] ao longo do percurso entre os segmentos de recta [y,D’] e [d,D’], possui sempre a mesma altura. Significa que se traçarmos um segmento de recta vertical desde o ponto [e] até intersectar o segmento de recta [y,D’], encontra-se o ponto [e’] que é o vértice superior da pirâmide em perspectiva.

Unindo os vértices [a’], [b’], [c’] e [d’] com [e’] obtém-se a perspectiva da pirâmide [a’,b’,c’,d’,e’].

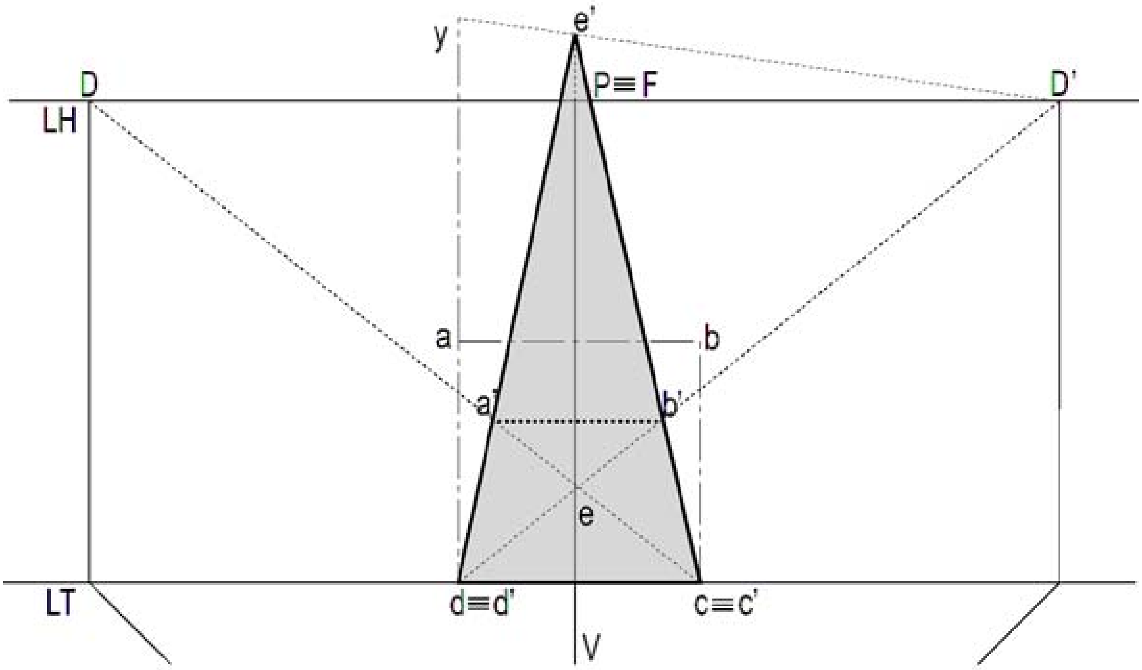


Figura 93.
Perspectiva paralela de uma pirâmide cubo assente no plano geometral.

- PERSPECTIVA PARALELA D0 CILINDRO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

Resolução do exercício (figura 94):

Após a representação da planta do cilindro [1,2,3,4,5,6,7,8] inserida no quadrado [a,b,c,d] é determinada a respectiva perspectiva da base inferior do cilindro [1',2',3',4',5',6',7',8']. Caso haja dúvida quanto ao procedimento, consultar o processo de determinação da perspectiva da circunferência.

Passamos à determinação da perspectiva da base superior do cilindro [1'',2'',3'',4'',5'',6'',7'',8''], inserida no quadrado em perspectiva [a'',b'',c'',d'']. A partir do ponto [d'], traça-se a distância [d',d''], realizando igual procedimento relativamente à altura [c',c'']. Obtidos os pontos [d''] e [c''], unindo-os através dos segmentos de recta [d'',P] e [c'',P] obtemos as direcções dos lados [d'',a''] e [c'',b''], cujos pontos [a''] e [b''] são obtidos através da intersecção com os segmentos de recta verticais que partem de [a'] e [b']. Construído o quadrado [a'',b'',c'',d''] onde está inserida a base superior do cilindro, determinam-se as respectivas diagonais e medianas. Da intersecção dos oito segmentos de recta verticais que partem dos pontos em perspectiva da base do cilindro [1´,2´,3´,4´,5´,6´,7´,8´] com as diagonais e medianas da base superior do cilindro são encontrados os pontos [1'',2'',3'',4'',5'',6'',7'',8''] da base superior do sólido.

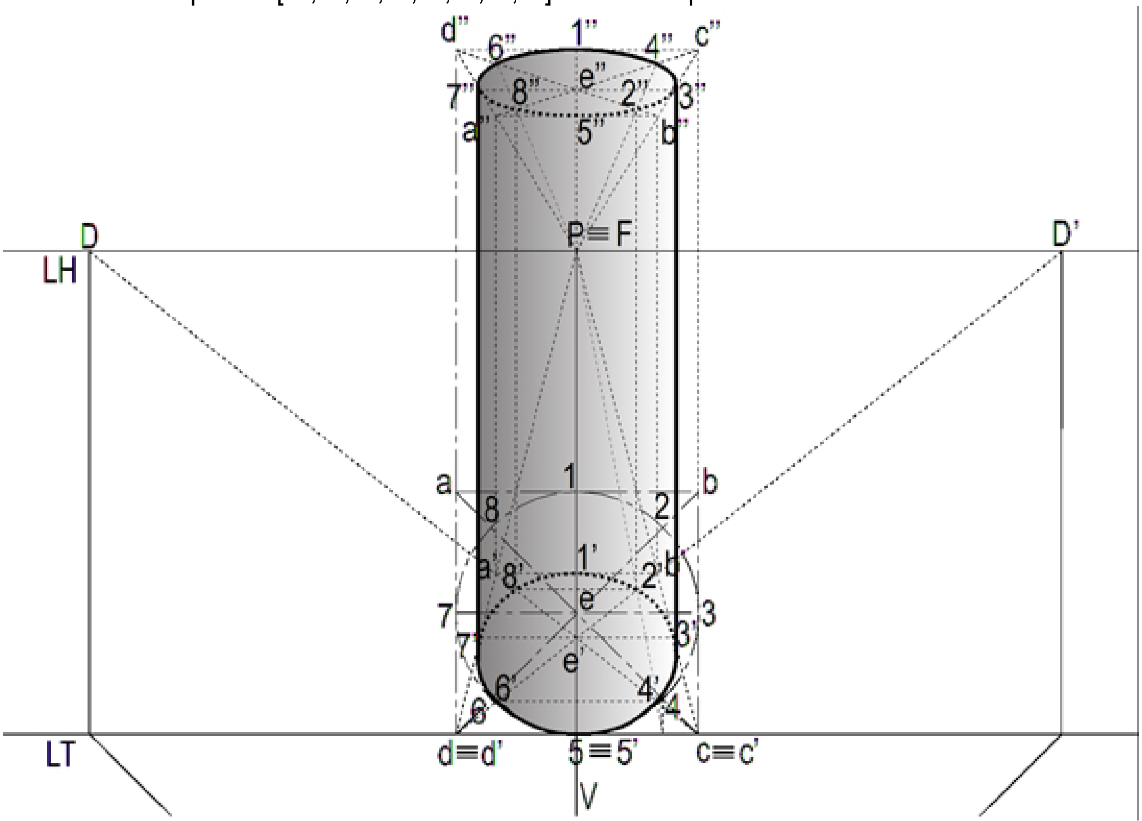


Figura 94.
Perspectiva paralela de um cilindro assente no plano geometral.

- PERSPECTIVA PARALELA D0 CONE ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

Resolução do exercício (figura 95):

Este exercício tem um procedimento igual ao anterior. No entanto, a determinação do vértice superior do cone [e''] pode realizar-se traçando o segmento de recta [d',d''] que corresponde à altura real por se sobrepor sobre o quadro [α]. Traça-se o segmento de recta [d'',D'] que será intersectado pelo segmento de recta vertical que parte de [e'], obtendo-se assim o ponto [e''].

Outro processo consistirá em traçar os dois segmentos de recta verticais [d',d''] e [c',c''] que corresponderão à altura em verdadeira grandeza do cone. Traçam-se de seguida os segmentos de recta [d'',D'] e [c'',D], cuja intersecção permite obter o vértice do cone [e''].

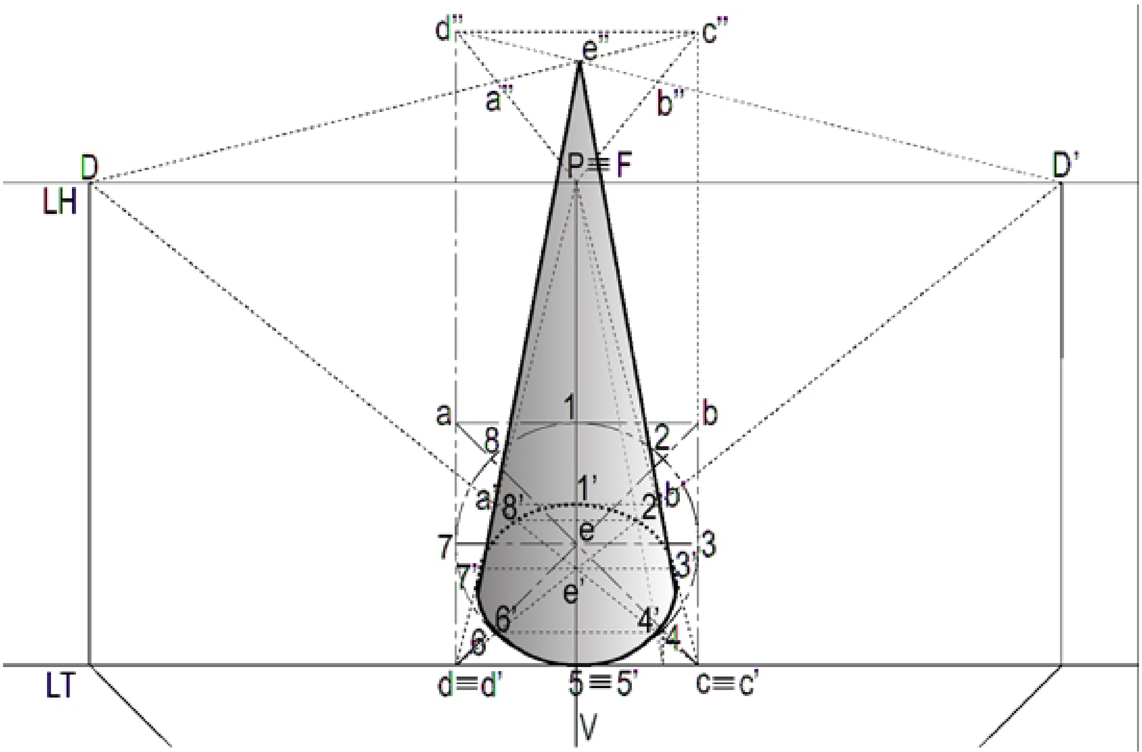


Figura 95.
Perspectiva paralela de um cone assente no plano geometral.

- PERSPECTIVA PARALELA DA ESFERA ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

Resolução do exercício (figura 96):

Seja qual for a posição do observador [V], a perspectiva da esfera será sempre uma circunferência. Será necessário no entanto, determinar o ponto que corresponde ao centro da esfera para se traçar a circunferência.

O presente exercício começa por simplesmente determinar a perspectiva de um cubo (onde está inserida a esfera) cuja aresta tem a dimensão do diâmetro da esfera.

Traçado o cubo em perspectiva, determinam-se as suas medianas [1], [2], [3] e [4] a partir do ponto em perspectiva [e'], obtido através da intersecção das diagonais da face inferior do cubo.

A união dos vértices do quadrado [1,2,3,4] que corresponde às respectivas diagonais permite determinar o ponto [e''] que constitui o centro da circunferência pretendida que será tangente aos lados do quadrado [1,2,3,4].

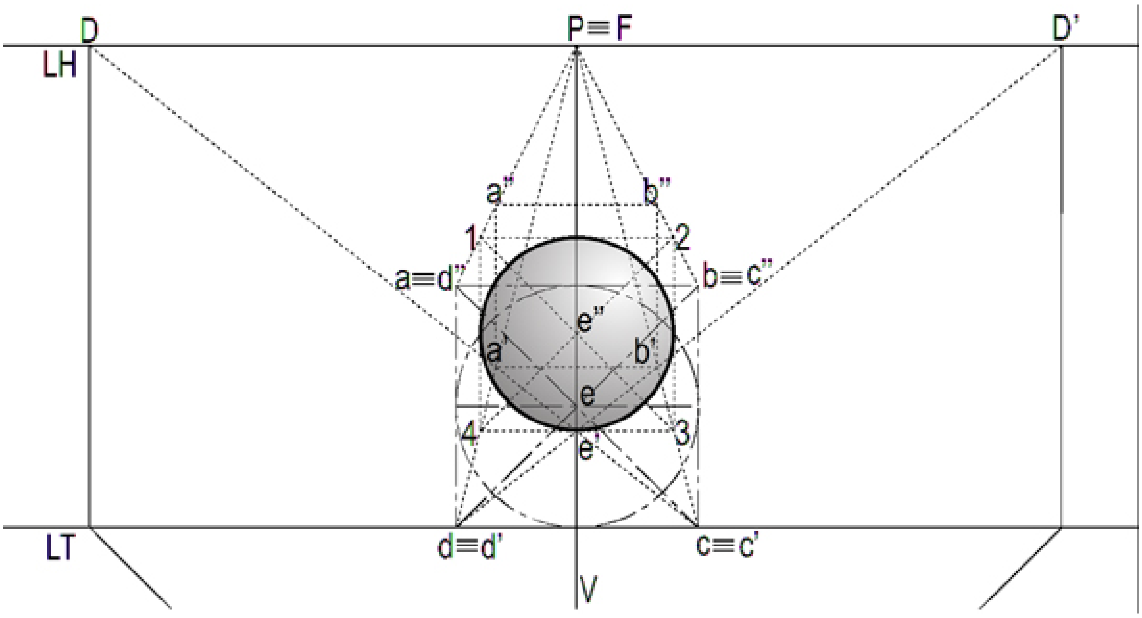


Figura 96.
Perspectiva paralela de uma esfera assente no plano geometral.

PERSPECTIVA OBLÍQUA

- PERSPECTIVA OBLÍQUA DO CUBO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

O quadrado [a,b,c,d] representado na figura 97, representa a planta do cubo cuja perspectiva se pretende determinar. Está em perspectiva oblíqua, mas agora num ângulo diferente de 45º. No exemplo dado têm um ângulo de observação de 40º (as faces fazem um ângulo de 40º com o observador). Neste tipo de perspectiva oblíqua, quando o ângulo de observação é diferente de 45º, os pontos de distância [D] e [D'] não coincidem com os pontos de fuga [F] e [F1].

Inicia-se novamente o exercício através da construção da linha do horizonte [LH], linha de terra [LT], posição do observador [V] e o ponto principal [P]. Traçam-se os pontos de distância [D] e [D'] que se obtêm a partir de dois raios visuais que saem do observador [V] fazendo ângulos de 45º (para a direita e esquerda) e intersectam a linha de terra [LT]. Os mesmos raios visuais dirigirem-se então verticalmente para a linha do horizonte [LH].

Contudo, agora estamos perante um novo caso. Como o sólido geométrica não está em relação ao observador a 45º, os pontos de distância [D] e [D'] não coincidem com os pontos de fuga [F] e [F1]. Assim sendo, traçam-se os pontos de fuga [F] e [F1] que se obtêm a partir de dois raios visuais que saem do observador [V] fazendo entre si um ângulo de 90º, e de 40º com o observador (para a direita e esquerda) e intersectam a linha de terra [LT]. Os mesmos raios visuais dirigirem-se então verticalmente para a linha do horizonte [LH]. Resolução:

Inicia-se o exercício representando sempre a planta da forma [a,b,c,d] em dimensão real e a traço ponto, fazendo o ângulo de 40º com o observador [V].
O vértice [c] por coincidir com o quadro [α] tem uma perspectiva igual à sua dimensão real [c']. Lembro que qualquer ponto, recta ou face que coincida com o quadro [α], tem como perspectiva o ponto, a recta ou a face de igual dimensão.
Falta determinar a perspectiva dos pontos [a] [b] e [d]. Quando numa forma já possuímos um ponto em perspectiva, devemos eleger o ponto oposto para determinar a sua perspectiva, como método para facilitar a construção. No presente caso vamos determinar a perspectiva do ponto [a]. Pelo ponto [a] fazemos passar uma recta de topo que tem como direcção da sua perspectiva o ponto principal [P] e uma recta de fuga a 45º que terá como direcção da sua perspectiva o ponto de distância [D]. A intersecção destas duas rectas de topo e de fuga a 45º permite obter o ponto [a'].
Sabendo que o quadrado [a,b,c,d] está a 40º em relação ao observador [V], os seus lados embora sejam rectas de fuga, não estão a 45º pelo que o teorema não tem aplicação aos pontos de distância [D] e [D']. No entanto, o problema já foi resolvido ao colocarmos os pontos de fuga [F] e [F1] a fazerem entre si um ângulo de 90º e de 40º com o observador [V].
Traçamos então e em primeiro lugar dois segmentos de recta dirigidos ao ponto em perspectiva [c'] a partir dos dois pontos de fuga [F] e [F1], obtendo assim as direcções dos lados em perspectiva [c',d'] e [c',b']. Novamente e a partir dos pontos de fuga [F] e [F1] traçamos dois segmentos de recta que passarão pelo ponto [a´] e intersectarão os segmentos de recta [F,c'] e [F1,c'] obtendo-se os vértices em perspectiva [d'] e [b'].
Da união dos pontos obtidos em perspectiva [a'], [b'], [c'] e [d'] obtemos a perspectiva [a´,b´,c´,d´].
A segunda fase consiste em determinar a perspectiva da face superior do cubo [a'',b'',c'',d''].
O segmento de recta vertical [c',c''] tem a dimensão real da aresta do cubo, por coincidir com o quadro [α]. Obtido o ponto [c''] fazemos passar por ele dois segmentos de recta [F,c''] e [F1,c''] cuja intersecção com os segmentos de recta verticais traçados a partir dos pontos [d'] e [b'], permitem determinar os vértices em perspectiva [d''] e [b'']. A intersecção dos segmentos de recta [F,b''] e [F1,d''] permite determinar em perspectiva o vértice que faltava determinar [a''].

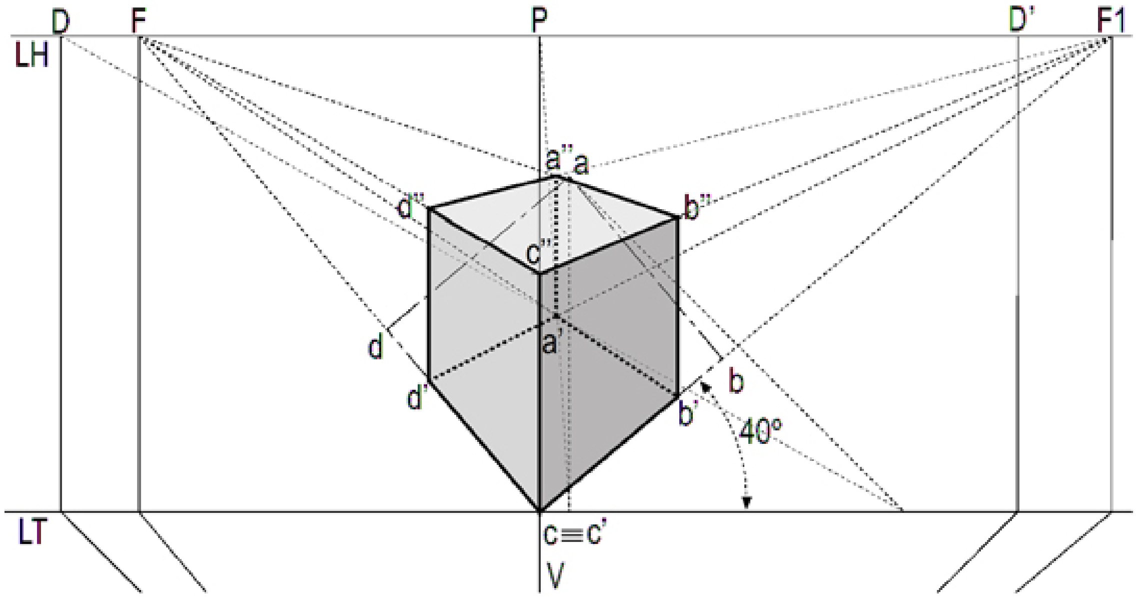


Figura 97.
Perspectiva oblíqua de um cubo assente no plano geometral.

Os exercícios que se seguem abordam a determinação da perspectiva da pirâmide, do cilindro e do cone, cujos exercícios são semelhantes aos já repetidamente explicados anteriormente.

- PERSPECTIVA OBLÍQUA DA PIRÂMIDE ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

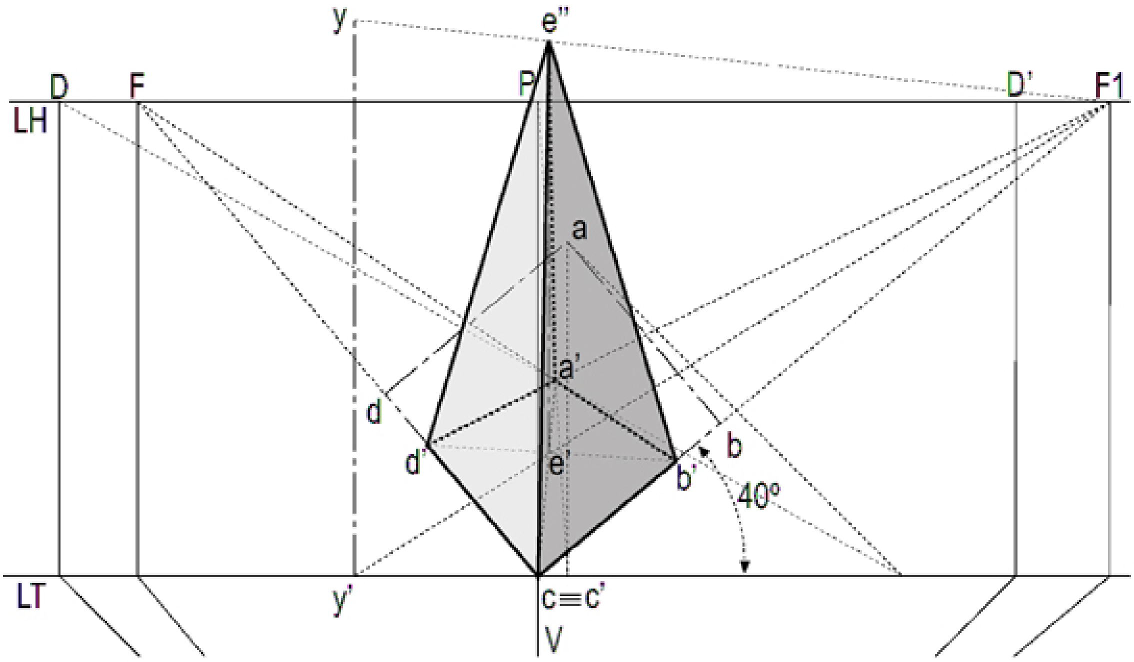


Figura 98.
Perspectiva oblíqua de um cone assente no plano geometral.

- PERSPECTIVA OBLÍQUA DO CILINDRO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

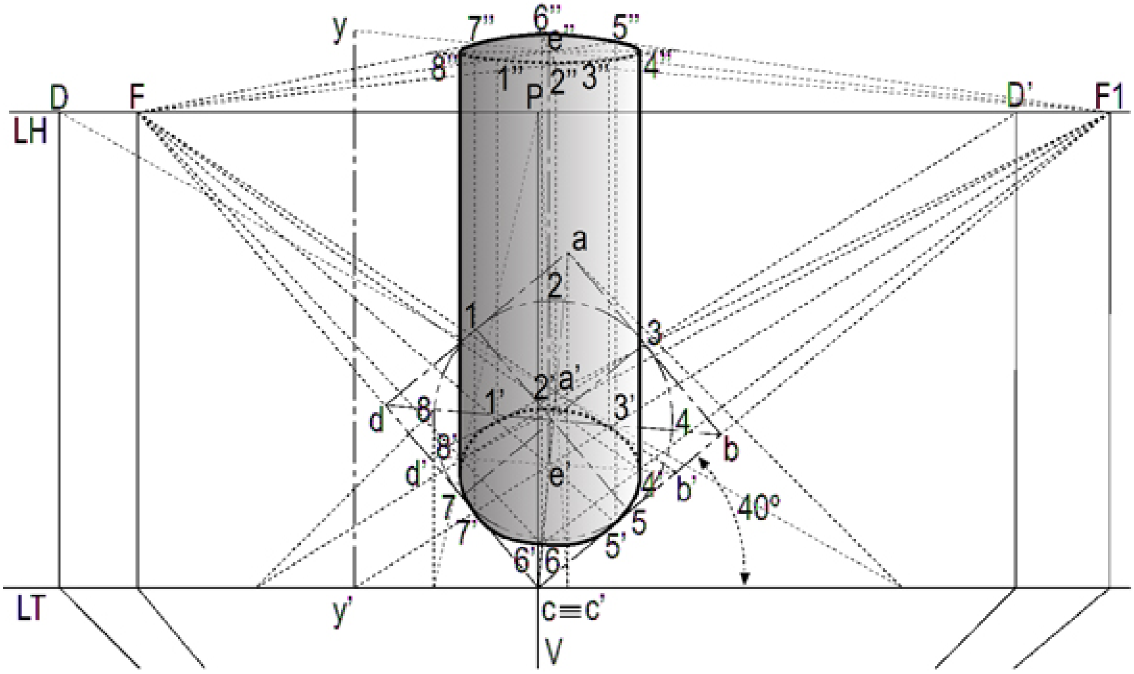


Figura 99.
Perspectiva oblíqua de um cilindro assente no plano geometral.

- PERSPECTIVA OBLÍQUA DO CONE ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

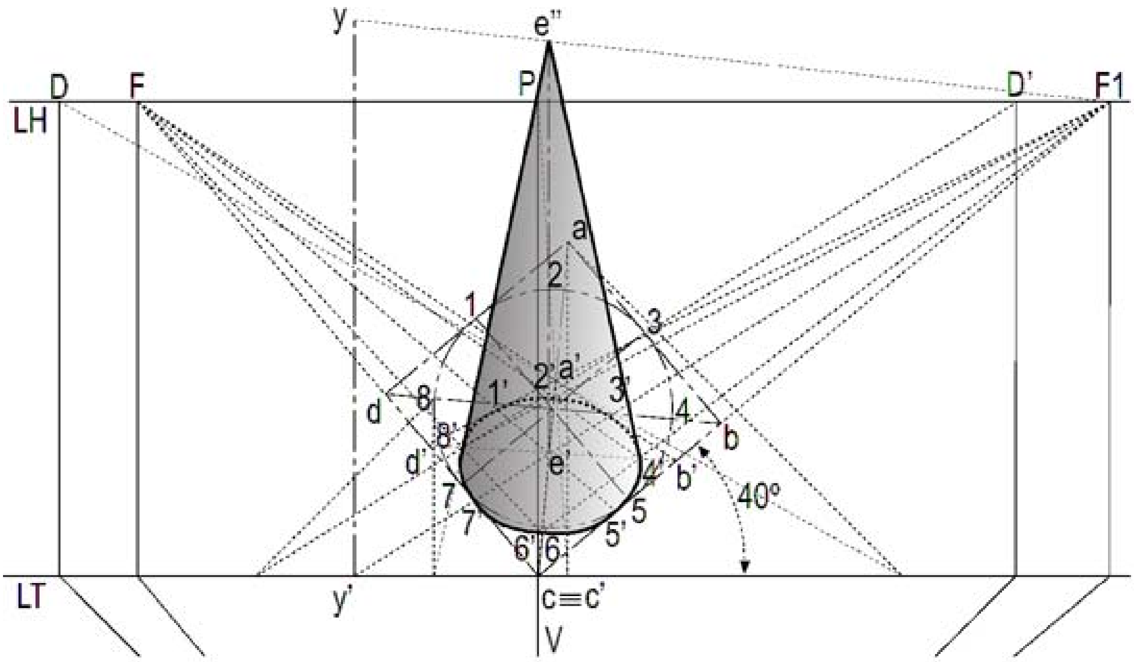


Figura 100.
Perspectiva oblíqua de um cone assente no plano geometral.

PERSPECTIVA DE UM SÓLIDO NÃO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

- PERSPECTIVA OBLÍQUA DO CUBO NÃO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL

A resolução do caso da figura 101 passa por cumprir as seguintes fases:

- Construção da grelha com as linha de terra [LT], linha do horizonte [LH], pontos de vista [V], de distância [D] e [D'], de fuga [F] e [F1] e de vista [V].
- Determinação da perspectiva da planta do cubo [a,b,c,d] cujo ângulo com o observador é de 40º.
- Segue-se a construção da escala de alturas [c',a'''] que tem as dimensões: [c',a''] que é a altura real a que se encontra o cubo do plano geometral [β]; [a'',a'''] que é a dimensão real da aresta do cubo.
- Traçando segmentos de recta a partir dos pontos [F] e [F1] até aos pontos [a''] e [a'''] permitem determinar os outros vértices em perspectiva do cubo.

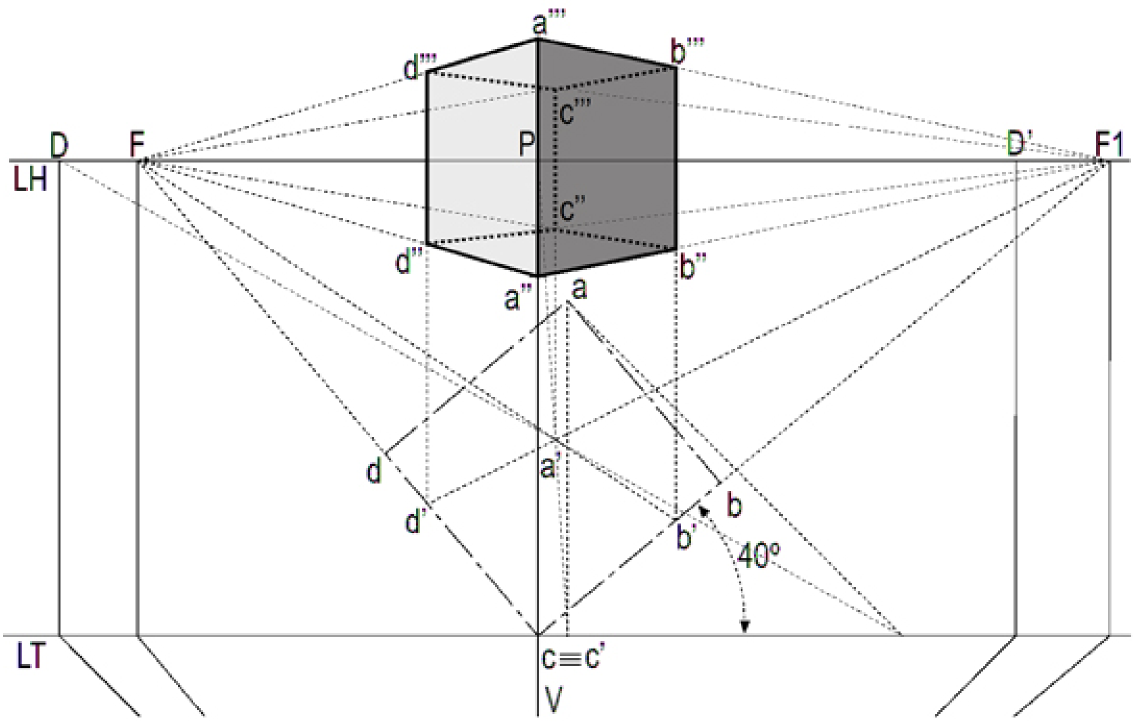


Figura 101.
Perspectiva oblíqua de um cubo não assente no plano geometral.

PERSPECTIVA DE CONJUNTO
- PERSPECTIVA DE UM CONJUNTO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

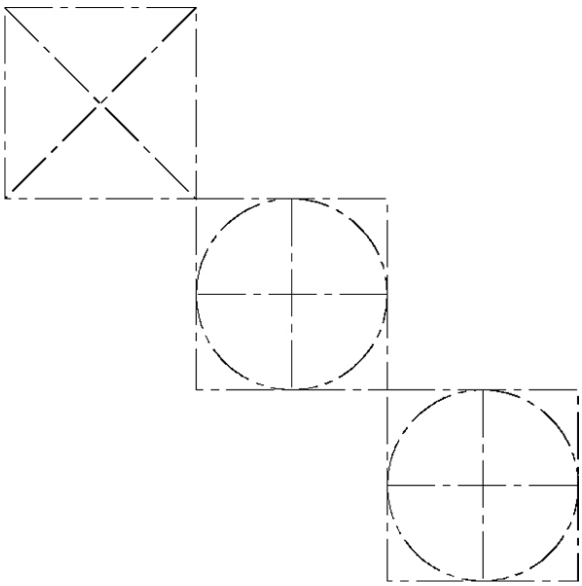


Figura 102.
Planta de um conjunto de sólidos.

Um conjunto de sólidos obriga à construção da respectiva planta do conjunto onde, com grande rigor estão situados os sólidos. Na figura 102 é apresentada a planta de um conjunto de sólidos geométricos distribuídos por três planos na planta identificada:

1.º Plano – Cubo sobreposto por um cilindro;
2.º Plano – Cilindro sobreposto por uma esfera;
3.º Plano – Pirâmide.

Trata-se de um exercício cuja dificuldade passa apenas por um verdadeiro desafio à nossa capacidade de concentração associada ao rigor metódico.
Quando pretendemos determinar várias formas ou sólidos geométricos só se pode recorrer a uma escala de alturas para o conjunto. Evita-se assim a deformação da perspectiva do conjunto.
Conforme se verifica na construção do conjunto da figura 103, cuja planta é referenciada na figura 102, existe uma única escala de alturas referenciada pelo segmento de recta [x,x3] que vai permitir determinar a verdadeira altura de cada sólido geométrico na posição em que se encontra. Jamais esquecer que a escala de alturas ou larguras é sempre realizada sobre o plano do quadro [α] e em dimensão real.
O presente caso da figura 103 passa por cumprir as seguintes fases:
- Construção da grelha com as linha de terra [LT], linha do horizonte [LH], pontos de vista [V], de distância [D] e [D'], de fuga [F] e [F1] e de vista [V]. Tratando-se da realização de uma perspectiva paralela, existe coincidência entre os pontos [P] e [F].
Por uma questão de método, o exercício deve realizar-se determinando a perspectiva do sólido geométrico mais próximo até ao mais afastado.
No presente caso, e havendo vários sólidos a diferentes distâncias criou-se uma escala de alturas [x,x3] e de distâncias [x,P] que poderia situar-se mais à direita ou esquerda da grelha.
Na realização da perspectiva do cubo, não houve necessidade do recurso à escala de alturas já que a face vertical de frente tem a sua perspectiva em dimensão real por estar sobre o plano do quadro [α].
Após a determinação da perspectiva do cubo, foram traçadas as diagonais das faces (superior e inferior) do cubo obtendo-se o centro da circunferência da base do cone. Construída a base do cone em perspectiva, a determinação da sua altura em perspectiva passa pelo recurso à escala de alturas. Nesta escala marcou-se a distância [x,x3] que é altura real do cone, construindo-se então a escala de larguras respectiva, o segmento de recta [x3,P]. A altura em perspectiva do vértice superior do cone é obtida realizando o seguinte procedimento:
Traça-se um segmento de recta horizontal de frente desde o centro da base do cubo até intersectar o segmento de recta de fuga [x,P], obtendo-se o ponto [y5];
A partir do ponto [y5] traça-se o segmento vertical de frente [y5,y6] que corresponde à altura em perspectiva do cone;
O centro do vértice superior do cone é obtido através da intersecção do segmento de recta vertical de frente traçado a partir da base em perspectiva do cubo e o segmento horizontal de frente traçado a partir do ponto [y6] da escala de alturas.
A segunda fase do exercício consiste em determinar os sólidos em segundo plano constituídos pelo cilindro e a esfera. Construída a base do cilindro em perspectiva, a determinação da sua altura em perspectiva passa novamente pelo recurso à escala de alturas. Nesta escala marcou-se a distância [x,x1] que é altura real do cilindro, construindo-se então a escala de larguras respectiva, o segmento de recta [x1,P]. A altura em perspectiva do centro da base superior do cilindro é obtida realizando o seguinte procedimento:
Traça-se um segmento de recta horizontal de frente desde a base do cilindro até intersectar o segmento de recta de fuga [x,P], obtendo-se o ponto [y2];
A partir do ponto [y2] traça-se o segmento vertical de frente [y2,y3] que corresponde à altura em perspectiva do cilindro;
O centro da base superior do cilindro é obtido através da intersecção do segmento de recta vertical de frente traçado a partir da base em perspectiva do cilindro e o segmento horizontal de frente traçado a partir do ponto [y3] da escala de alturas.
Determinação da perspectiva da esfera:
Marca-se na escala de alturas a distância [x,x2] que é a altura verdadeira do ponto superior do eixo vertical da esfera, construindo-se o segmento de recta [x2,P].

A partir do ponto [y2] traça-se o segmento vertical de frente [y2,y4] que corresponde à altura em perspectiva da esfera;
O ponto superior do eixo vertical da esfera é obtido através da intersecção do segmento de recta vertical de frente traçado a partir da base em perspectiva do cilindro e o segmento horizontal de frente traçado a partir do ponto [y4] da escala de alturas.
A terceira fase do exercício consiste em determinar o sólido em terceiro plano que é a pirâmide.
Construída a base da pirâmide em perspectiva, a determinação da sua altura em perspectiva passa novamente pelo recurso à escala de alturas. Nesta escala marcou-se a distância [x,x1] que é altura real do cilindro, construindo-se então a escala de larguras respectiva, o segmento de recta [x1,P]. A altura em perspectiva do centro da base superior do cilindro é obtida realizando o seguinte procedimento:
Traça-se um segmento de recta horizontal de frente desde o centro da base da pirâmide até intersectar o segmento de recta de fuga [x,P], obtendo-se o ponto [y];
A partir do ponto [y] traça-se o segmento vertical de frente [y,y1] que corresponde à altura em perspectiva da pirâmide;
O centro do vértice superior da pirâmide é obtido através da intersecção do segmento de recta vertical de frente traçado a partir da base em perspectiva da pirâmide e o segmento horizontal de frente traçado a partir do ponto [y1] da escala de alturas.

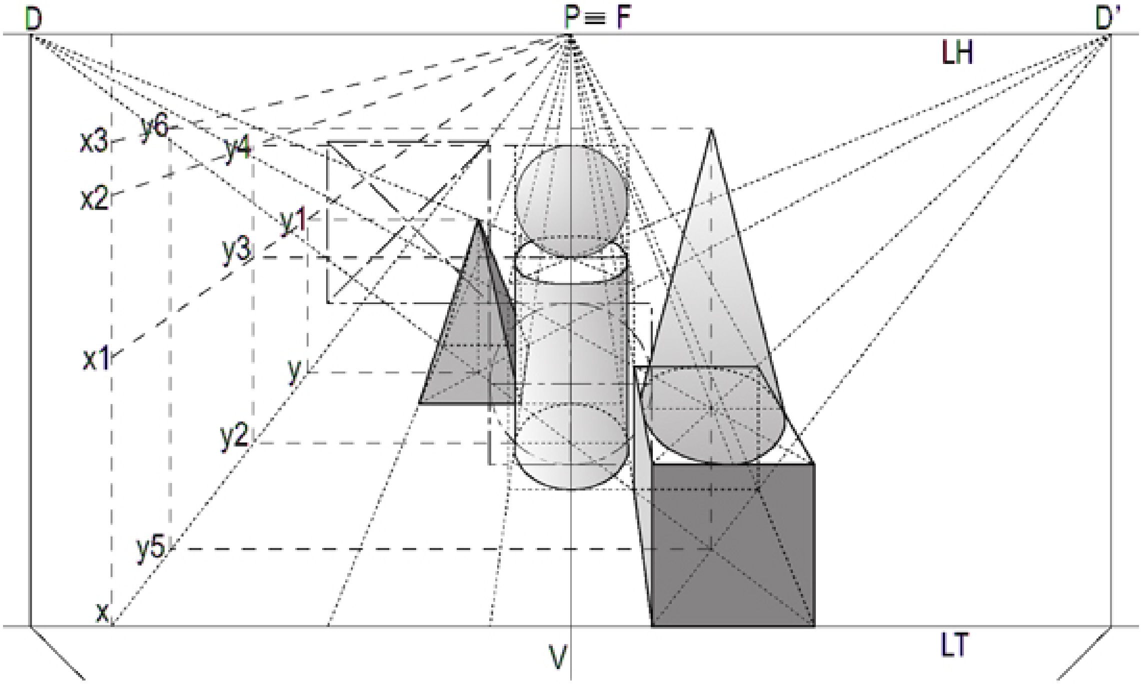


Figura 103.
Perspectiva de um conjunto de sólidos assentes no plano geometral em perspectiva paralela.

L.·.M.·.L.·.C.·.
Luís Canotilho (Professor Coordenador)