



Figura 104.

“O Sacramento da Última Ceia” de Salvador Dali | 1955.

Óleo sobre tela, 167 x 268 cm. Galeria Nacional de Arte, Washington, D.C. Coleção Chester Dale.

Nesta composição realizada no rectângulo de ouro, inspirada na perspectiva paralela de Leonardo da Vinci, a janela do fundo representa um dodecaedro (o dodecaedro é um sólido geométrico formado por doze faces pentagonais).

SOMBRAS

SOMBRA DO PONTO E DA RECTA

Só quando se introduz a sombra numa composição qualquer desenhada, é que se tem a noção da profundidade. A ausência de sombra na composição, faz parecer que as formas não estão assentes no solo. A definição da forma deve-se à sua sombra própria e projectada. A título de exemplo, se houvesse a mesma intensidade de luz à volta de um cilindro, além de não ter sombra própria, também não tinha a sombra projectada. O cilindro apresentava-se como um rectângulo. O que permite identificar a forma do cilindro, é a degradação suave da sua sombra própria que o contorna designada de tonalidade. Mas para uma melhor definição e localização no espaço que o circunda, o recurso à sombra projectada é um complemento imprescindível.

Basicamente, tem-se a noção de sombra, como a ausência de luz, num dado espaço, provocada por uma forma que se interpõe ao ponto de luz. Para existir sombra é necessário haver uma fonte de luz. O Sol e a luz artificial são as fontes que poderão produzir a luz necessária à existência da sombra.

Em perspectiva e no mundo artístico, são considerados quatro tipos: sombra provocada pela luz artificial, sombra provocada pelo sol quando está no plano do quadro, sombra provocada pelo sol quando está atrás do observador (nadir) e sombra provocada pelo sol quando está numa posição lateral.

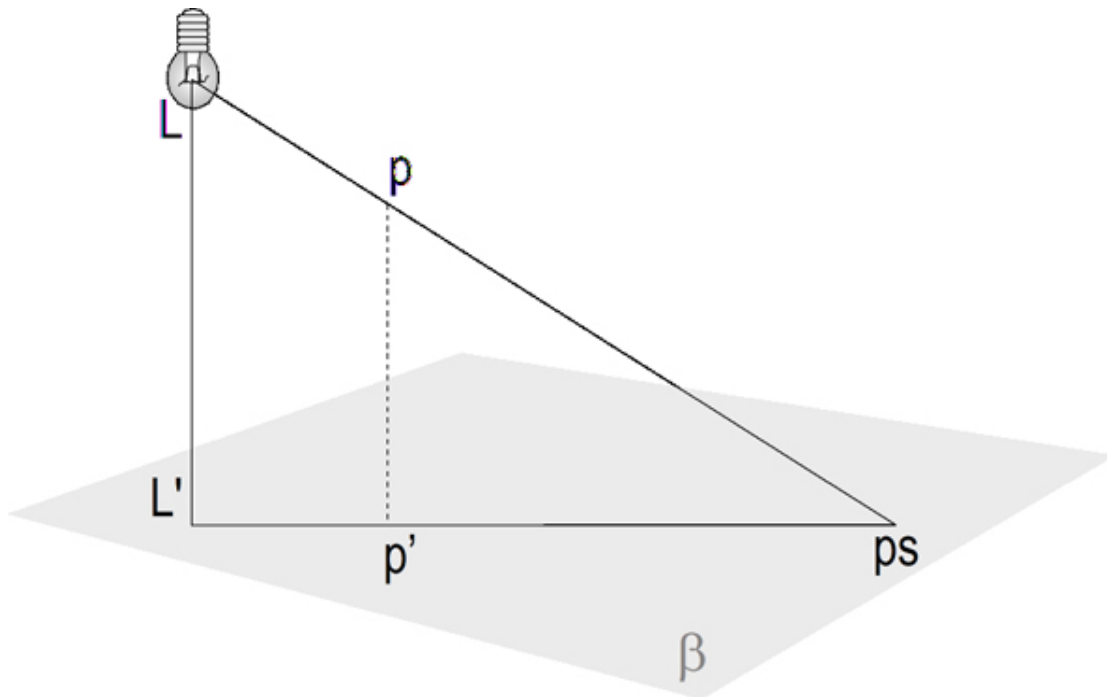


Figura 105.
Determinação da sombra do ponto.

Começo, como é natural pela perspectiva do ponto. A figura 105, refere a sombra do ponto. O ponto [p], não está situado sobre o plano geométrico [β] sendo iluminado por um ponto de luz [L]. Começa-se por encontrar a projecção do ponto [p] sobre o plano geométrico [β], que é [p']. O mesmo procedimento é realizado para determinar a projecção do ponto de luz [L] no plano geométrico [β], sendo a sua projecção o ponto [L'].

Do ponto de luz [L], sai um raio que intersecta o ponto [p]. Da projecção do ponto de luz [L'], sai a projecção do raio visual que intersecta a projecção do ponto [p']. Da intersecção do raio visual saído de [L] com a projecção saída de [L'], obtém-se a sombra do ponto [p], designada por [ps].

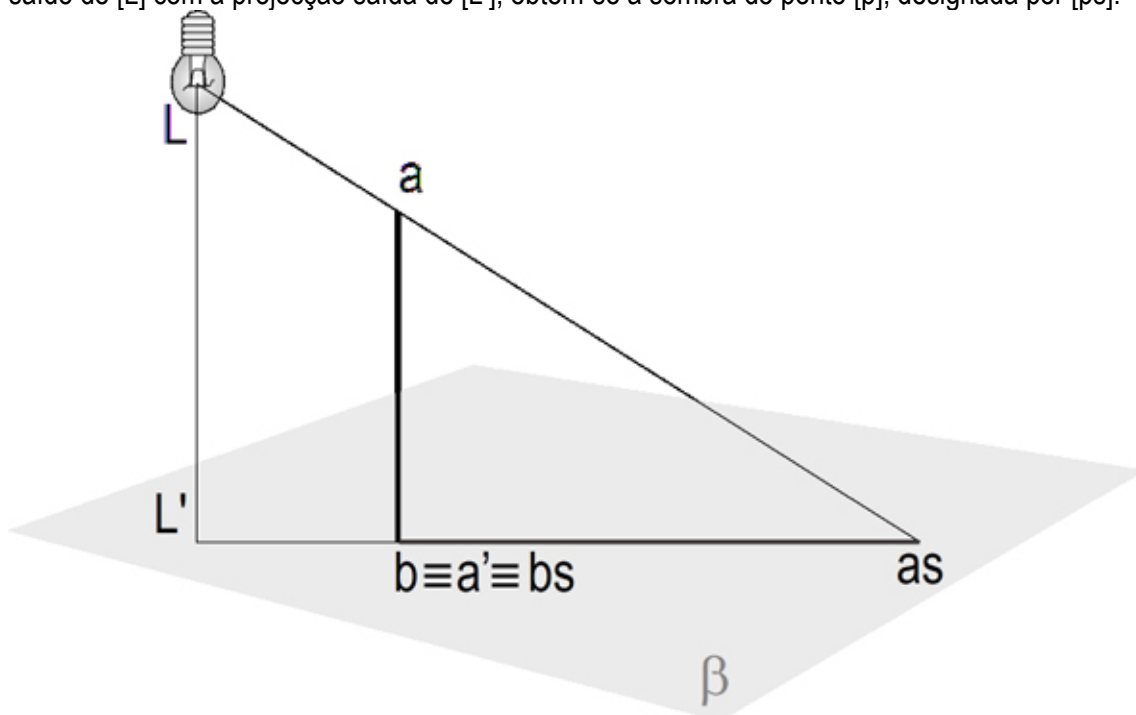


Figura 106.
Determinação da sombra de um segmento de recta.

No caso da sombra do segmento de uma recta vertical [a,b] em que o seu ponto [b] coincide com o plano geometral [β], exemplificado na figura 106, o procedimento é igual. Tendo em conta, o processo para determinar a sombra do ponto, o ponto [a] do segmento de recta [a,b], tem como sombra [as]. No que se refere à sombra do ponto [b], por estar assente sobre o plano geometral [β], tem a sua sombra [bs] coincidente. O segmento de recta [a,b], tem como sombra o segmento de recta [bs,as].

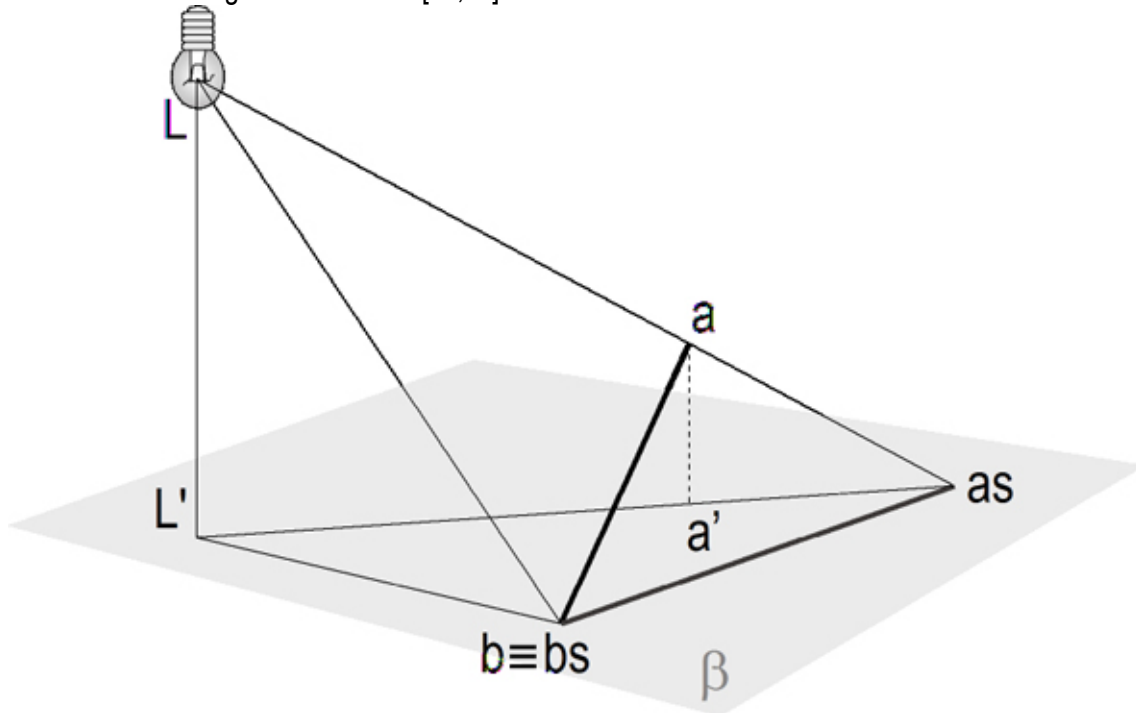


Figura 107.
Determinação da sombra de um segmento de recta oblíquo em relação ao quadro.

Na figura 107, o problema coloca-se da mesma maneira, embora o segmento de recta tem o ponto [b] assente sobre o plano geometral [β], esteja em posição oblíqua. No que respeita à sombra do ponto [b], tem-na coincidente por estar assente sobre o plano geometral [β]. Como o segmento de recta [a,b] não é vertical, a projecção do ponto [a], não se sobrepõe ao ponto [b], como no caso da figura anterior. No entanto, a projecção de [a] é obrigatoriamente vertical, sendo o ponto [a']. A sombra de [a] é [as].

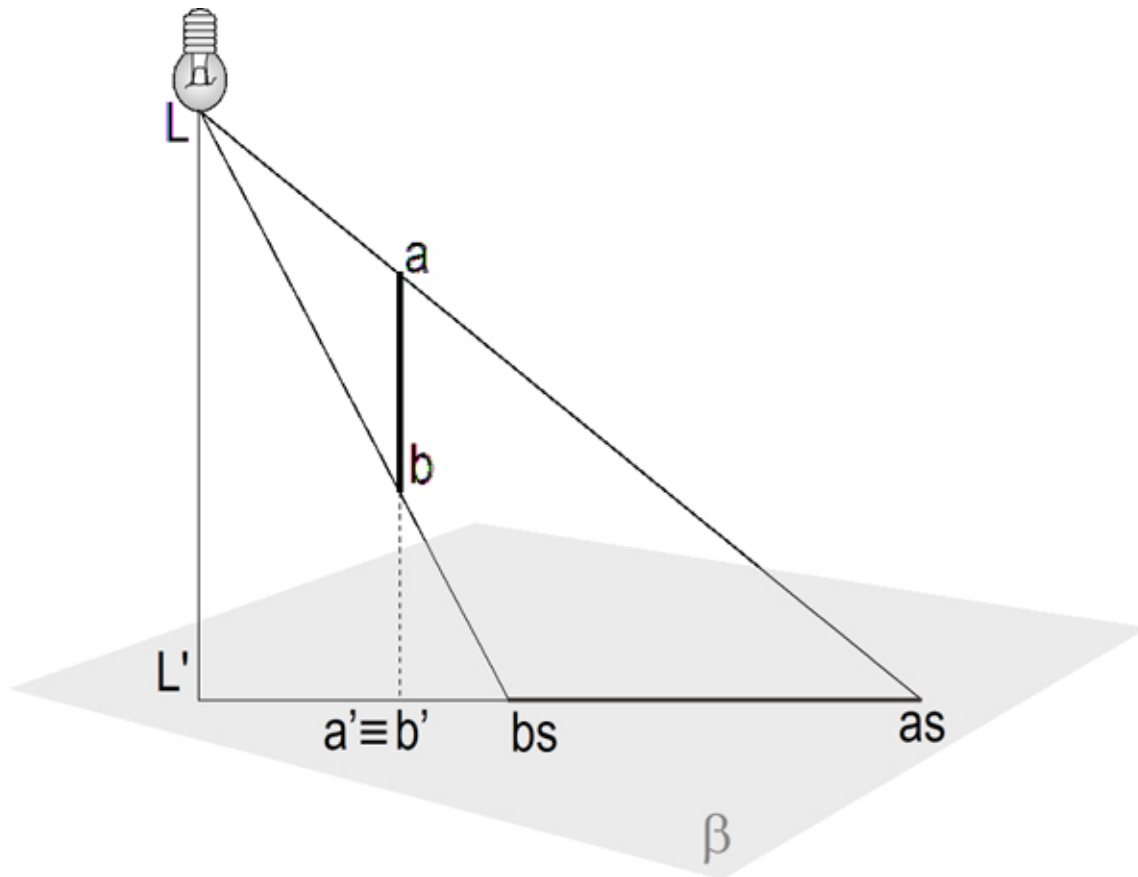


Figura 108.

Determinação da sombra de um segmento de recta vertical não assente no plano geométrico.

A figura 108 representa o segmento de recta vertical $[a,b]$, que não está assente no plano geométrico $[\beta]$. Por não estar assente é necessário encontrar as projecções dos dois pontos que o definem $[a]$ e $[b]$, sobre o plano geométrico $[\beta]$. Como o segmento de recta $[a,b]$ é vertical, tem as suas projecções $[a']$ e $[b']$ coincidentes.

Em relação à projecção saída de $[L']$ que intersecta as projecções $[a' \equiv b']$, não difere dos exercícios anteriores. Contudo, em relação aos pontos $[a]$ e $[b]$, é necessário partirem de $[L]$ dois raios visuais, já que no presente caso, o segundo ponto da recta não está assente. A sombra do segmento de recta $[a,b]$ é dada pelo segmento de recta $[as,bs]$.

Estudado que está, embora de forma simplificada, a sombra do ponto e da recta, vou proceder a uma abordagem mais detalhada do estudo da sombra da recta, nos quatro casos possíveis de sombras.

OS QUATRO CASOS DE LUZ

- 1.º CASO | SOL NO PLANO DO QUADRO

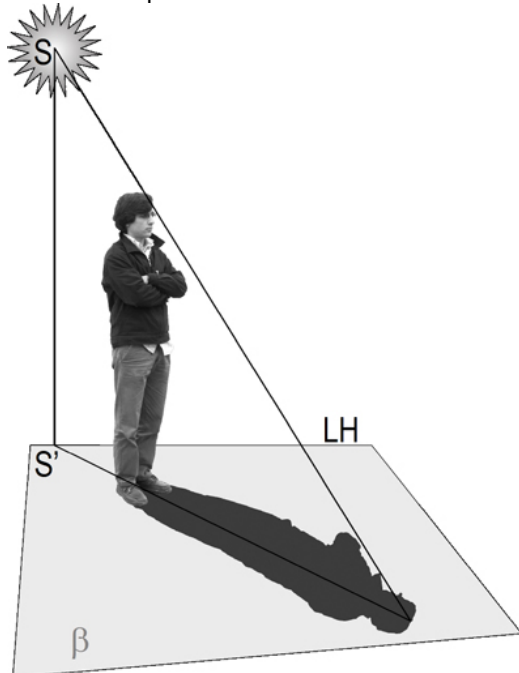


Figura 109.

1.º Caso de sombra – Sol no plano do quadro.

O sol no plano do quadro, referenciado na figura 109, é o primeiro caso e caracteriza-se pela posição do sol e sombra em relação ao observador. O sol funciona, embora incorrectamente, como um foco de luz que está colocado por detrás da forma representada, sendo a sua sombra projectada na direcção do plano geometral $[\beta]$, como se verifica.

O ideal é colocar o Sol $[S]$, o mais alto possível, sendo na figura, a distância de $[S]$ a $[S']$. O ponto $[S']$, coincide quase sempre com a linha do horizonte $[LH]$. No entanto, quando o sol está a uma hora, como o meio-dia, em que está na vertical, o ponto $[S']$ deverá situar-se perto das formas. O ponto $[S']$ é geralmente designado de ponto de fuga das sombras.

- 2.º CASO | NADIR OU SOL ATRÁS DO OBSERVADOR

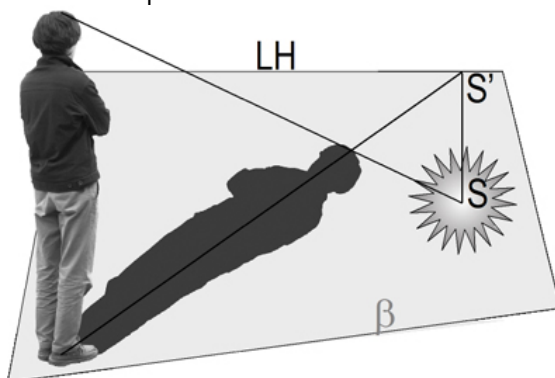


Figura 110.

2.º Caso de sombra – nadir ou Sol atrás do observador.

Todos nos recordamos da posição do Sol no final de uma tarde de Verão, despida de nuvens. Quando caminhamos no horizonte, no sentido contrário da posição solar, verificamos que a nossa sombra é projectada à nossa frente, aumentando o seu comprimento, à medida que o sol baixa.

Este caso é designado de nadir ou Sol atrás do observador. Sendo representado de forma contrário em relação ao primeiro caso. Observando a figura 110, observa-se a colocação do sol numa posição invertida em relação ao raio visual que sai do Sol [S] e à recta que sai do ponto de fuga das sombras [S'], observa-se a sua intersecção. Este é o único caso de intersecção.

Só no presente caso e no anterior [Sol do plano do quadro], o ponto de fuga das sombras [S'], está sempre situado sobre a linha do horizonte [LH]. Neste caso existe um sentido inverso de proporcionalidade em relação ao Sol e à sombra.

- 3.º CASO | SOL LATERAL

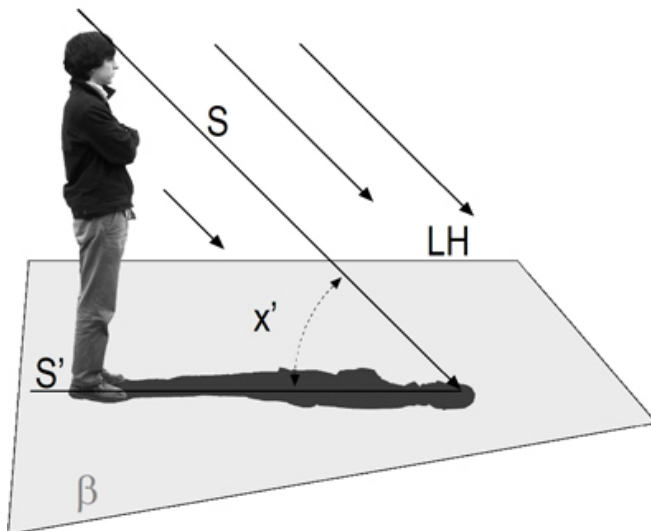


Figura 111.

3.º Caso de sombra – Sol lateral.

Dos três casos estudados, em relação à sombra provocada pelo Sol, este será o que mais se aproxima da realidade, já que se obtém de um feixe paralelo de raios solares e não de um ponto fixo, que tem vindo a ser designado de [S]. Como se sabe, o Sol encontra-se a cerca de 149,6 milhões de quilómetros da Terra. Portanto, a esta indeterminável distância, os raios solares quando chegam ao nosso planeta Terra, vêm necessariamente paralelos. Portanto, o ponto [S] é perfeitamente irreal.

O presente caso tem no entanto uma deficiência. As sombras só podem ser traçadas numa posição de frente, em relação ao quadro, ou seja, para a direita ou para a esquerda da forma. Na figura 111, foi traçada para o lado direito e num ângulo de 45°. Para traçar este tipo de sombras, como se verifica, não nos servimos de um ponto fixo de luz. Trabalhamos com um feixe paralelo de raios que atingem a forma num ângulo determinado. Todos os raios que atingem a forma ou formas representadas têm de ter sempre o mesmo ângulo. O presente caso poderá ser identificado de "sombra à direita a 45°".

Observando com atenção a figura, para encontrar a sombra de um ponto, procede-se da seguinte maneira:

Traça-se uma recta horizontal de frente que intersecte o local de projecção do ponto no plano geometral [β]. A recta será para o lado direito se queremos que a sombra seja projectada nessa direcção e vice-versa. De seguida, fazemos passar pelo ponto, um raio visual lateral, no ângulo que previamente determinámos. Da intersecção deste raio com a recta horizontal de frente, obtemos a sombra do ponto.

No presente caso, da sombra lateral em ângulo, aconselho o leitor, para facilidade de construção, optar por um ângulo existente no esquadro. Podemos optar pelos ângulos de 30°, 45° e 60°. Evita-se o constante recurso ao transferidor e à régua.

- 4.º CASO | LUZ ARTIFICIAL

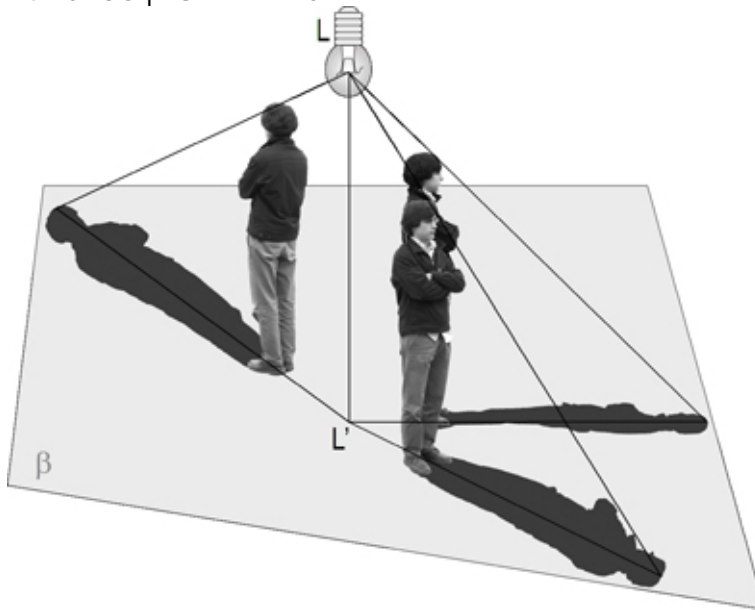


Figura 112.

4.º Caso de sombra – luz artificial.

O caso referido na figura 112 relaciona-se com a sombra provocada por um ponto de luz artificial. Como se verifica, apenas temos de encontrar o ponto de projecção [L'] do ponto de luz [L], no plano geométrico [β]. Este ponto [L'] é o designado ponto de fuga das sombras.

Este caso caracteriza-se pela existência de várias direcções que podem tomar as sombras das diversas formas. Se nos três casos anteriores, as sombras tomavam idêntica direcção, no presente caso, verifica-se a possibilidade de várias direcções, provocadas pela posição do ponto de luz [L].

SOMBRA DA RECTA NOS QUATRO CASOS DE LUZ

Este sub-capítulo vai abordar a sombra da recta nos quatro casos de luz (Sol no plano do quadro, Nadir, Sol lateral e luz artificial). No capítulo relativo à perspectiva do ponto, da recta e das figuras geométricas, abordou-se a perspectiva das rectas de topo, rectas de frente e rectas de fuga, assentes e não assentes no plano geométrico. O presente sub-capítulo tratará agora de proceder à construção das respectivas sombras.

No sentido de esclarecer melhor o leitor, em relação à determinação das sombras, as linhas auxiliares da construção da perspectiva das rectas, serão apenas representadas no essencial. Qualquer dúvida assinalada deverá ser esclarecida através da consulta do capítulo referido.

Embora o leitor saiba, que a definição de recta é o conjunto de pontos unidos entre si, com a mesma direcção, sem princípio e sem fim. A recta é definida sempre por dois pontos. No presente caso e em outros para facilitar o entendimento, a sombra será demonstrada através de segmentos de recta.

SOMBRA DE SEGMENTOS DE RECTA DE TOPO, DE FRENTE, E DE FUGA A 45° COM O SOL NO PLANO DO QUADRO

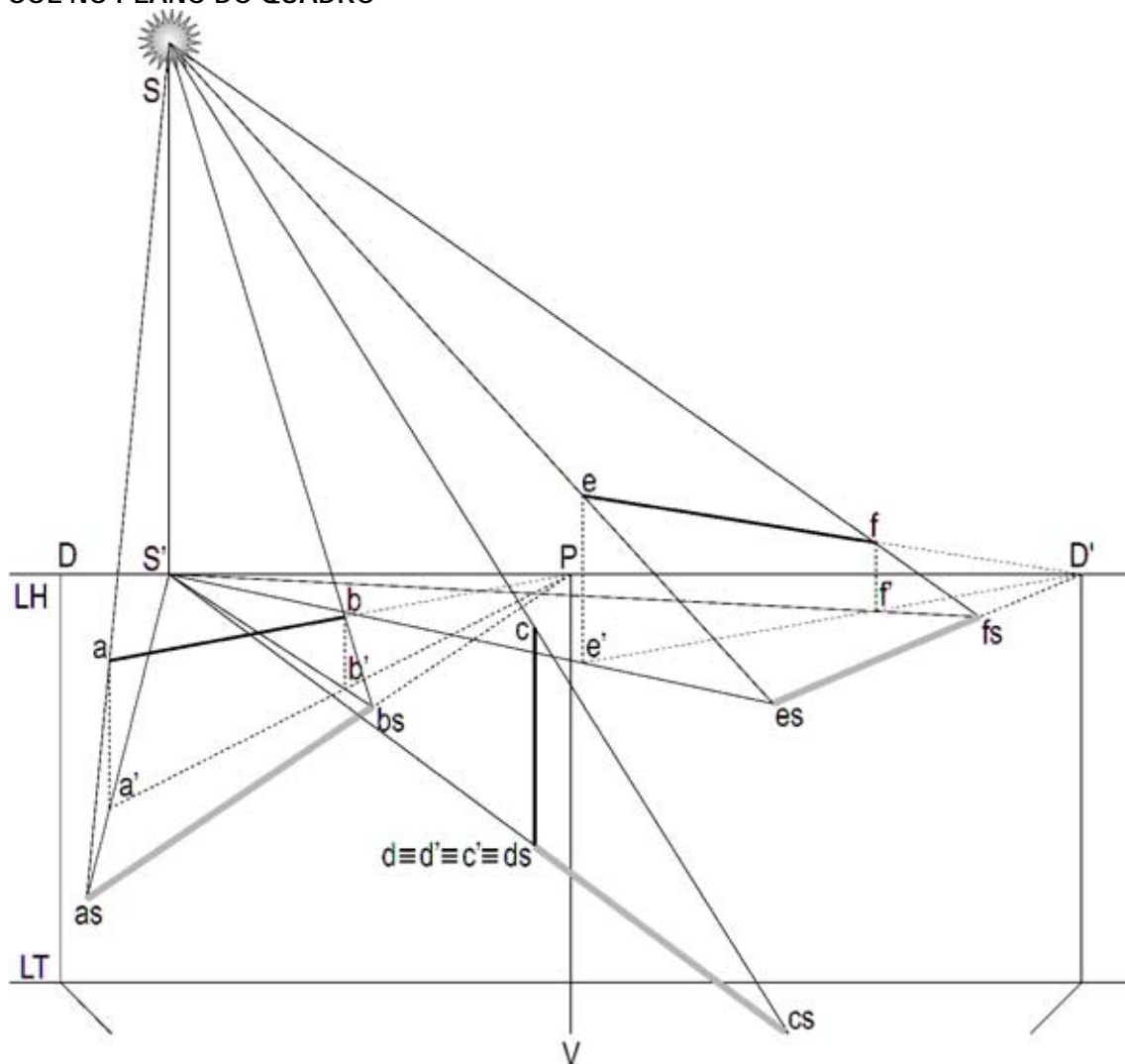


Figura 113.

Sombra de segmentos de recta de topo, de frente e de fuga a 45° com o Sol no plano do quadro.

Na figura 113, estão representados os segmentos de recta de topo [a,b], de fuga [e,f] a 45° e de frente [c,d]. Já se sabe, através dos teoremas estudados a perspectiva dos segmentos de recta cuja sombra vai ser determinada:

O segmento de recta de topo tem como perspectiva o ponto principal [P];

O segmento de recta de frente tem como perspectiva outra recta de menor dimensão.

O segmento de recta de fuga a 45° tem como perspectiva um dos pontos de distância [D] ou [D'];

No segmento de recta de topo [a,b] determinou-se a sua projecção no plano geometral [β] obtendo-se os pontos [a'] e [b']. A partir do Sol [S] traçam-se dois raios visuais que intersectam os pontos [a] e [b] do segmento de recta e a partir do ponto de fuga das sombras [S'] traçam-se dois raios visuais que intersectarão os pontos de projecção [a'] e [b']. Da intersecção dos primeiros com os segundos obtemos os pontos em sombra do segmento de recta [as,bs]. Note-se que para que o exercício esteja correcta, a direcção da perspectiva da sombra de um segmento de recta de topo é também o ponto principal [P].

No segmento de recta de frente [c,d] determinou-se a sua projecção no plano geometral [β] obtendo-se a coincidência dos pontos [d≡d'≡c']. A partir do Sol [S] traça-se um raio visual que intersecta o ponto [c] do segmento de recta e a partir do ponto de fuga das sombras [S'] traça-se

um raio visual que intersectará o ponto coincidente de projecção [$c' \equiv d'$]. Da intersecção do primeiro com o segundo obtemos o ponto em sombra do segmento de recta [cs]. O ponto [d] coincide com a sua sombra e respectiva projecção [$d \equiv d' \equiv ds$]. Une-se [ds] com [cs].

No segmento de recta de fuga a 45° [ef] determinou-se a sua projecção no plano geometral [β] obtendo-se os pontos [e'] e [f']. A partir do Sol [S] traçam-se dois raios visuais que intersectam os pontos [e] e [f] do segmento de recta e a partir do ponto de fuga das sombras [S'] traçam-se dois raios visuais que intersectarão os pontos de projecção [e'] e [f']. Da intersecção dos primeiros com os segundos obtemos os pontos em sombra do segmento de recta [es, fs]. Note-se que para que o exercício esteja correcta, a direcção da perspectiva da sombra de um segmento de recta de fuga a 45° é também um dos pontos de distância [D] ou [D'].

SOMBRA DE SEGMENTOS DE RECTA DE TOPO, DE FRENTE, E DE FUGA A 45° NO NADIR OU COM O SOL ATRÁS DO OBSERVADOR

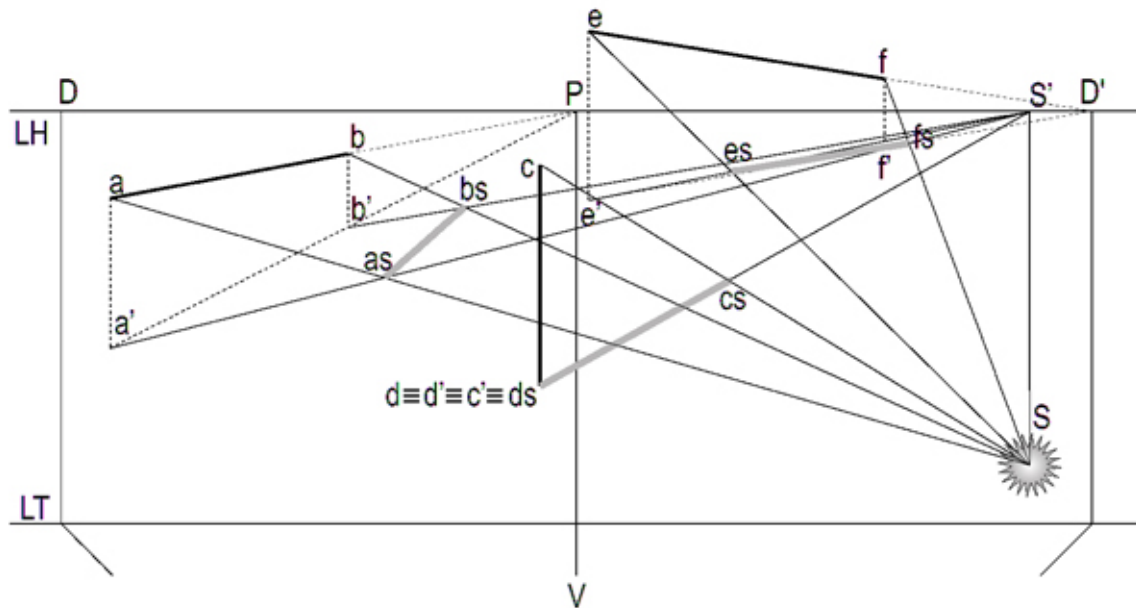


Figura 114.
Sombra de segmentos de recta de topo, de frente e de fuga a 45° no nadir ou com o Sol atrás do observador.

No presente caso da figura 114, com os mesmos segmentos de recta e em igual posição, o exercício inicia-se através da determinação na projecção dos seus pontos no plano geometral [β]. A segunda fase é igual ao exercício anterior fazendo passar raios visuais pelos pontos que definem os segmentos de recta a partir do Sol [S] que intersectarão os raios visuais pelos pontos projectados dos segmentos de recta sobre o plano geometral [β] a partir do ponto de fuga das sombras [S']. A intersecção dos primeiros com os segundos permite obter os pontos em sombra.

SOMBRA DE SEGMENTOS DE RECTA DE TOPO, DE FRENTE, E DE FUGA A 45° NO NADIR OU COM O SOL EM POSIÇÃO LATERAL

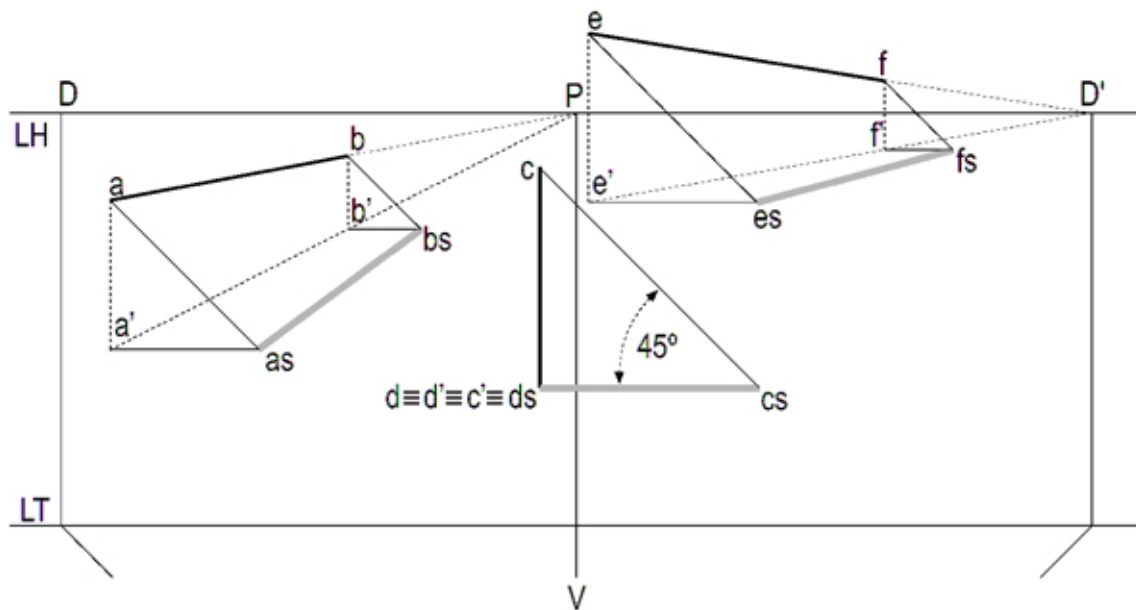


Figura 115.

Sombra de segmentos de recta de topo, de frente e de fuga a 45° com o Sol lateral.

No presente caso da figura 115, optou-se por raios visuais a 45°. Deixa de existir o ponto de luz do Sol [S] e o ponto de fuga das sombras [S']. São os mesmos segmentos de recta e em igual posição. O exercício inicia-se através da determinação na projecção dos seus pontos no plano geometral. Através de uma espécie de chuva de raios solares paralelos entre si oblíquos de frente, a 45° no presente caso, que intersectam os pontos em perspectiva dos segmentos de recta, irão intersectar as rectas horizontais de frente que passam pelas projecções dos pontos dos segmentos de recta sobre o plano geometral [β].

SOMBRA DE SEGMENTOS DE RECTA DE TOPO, DE FRENTE, E DE FUGA A 45° COM LUZ ARTIFICIAL

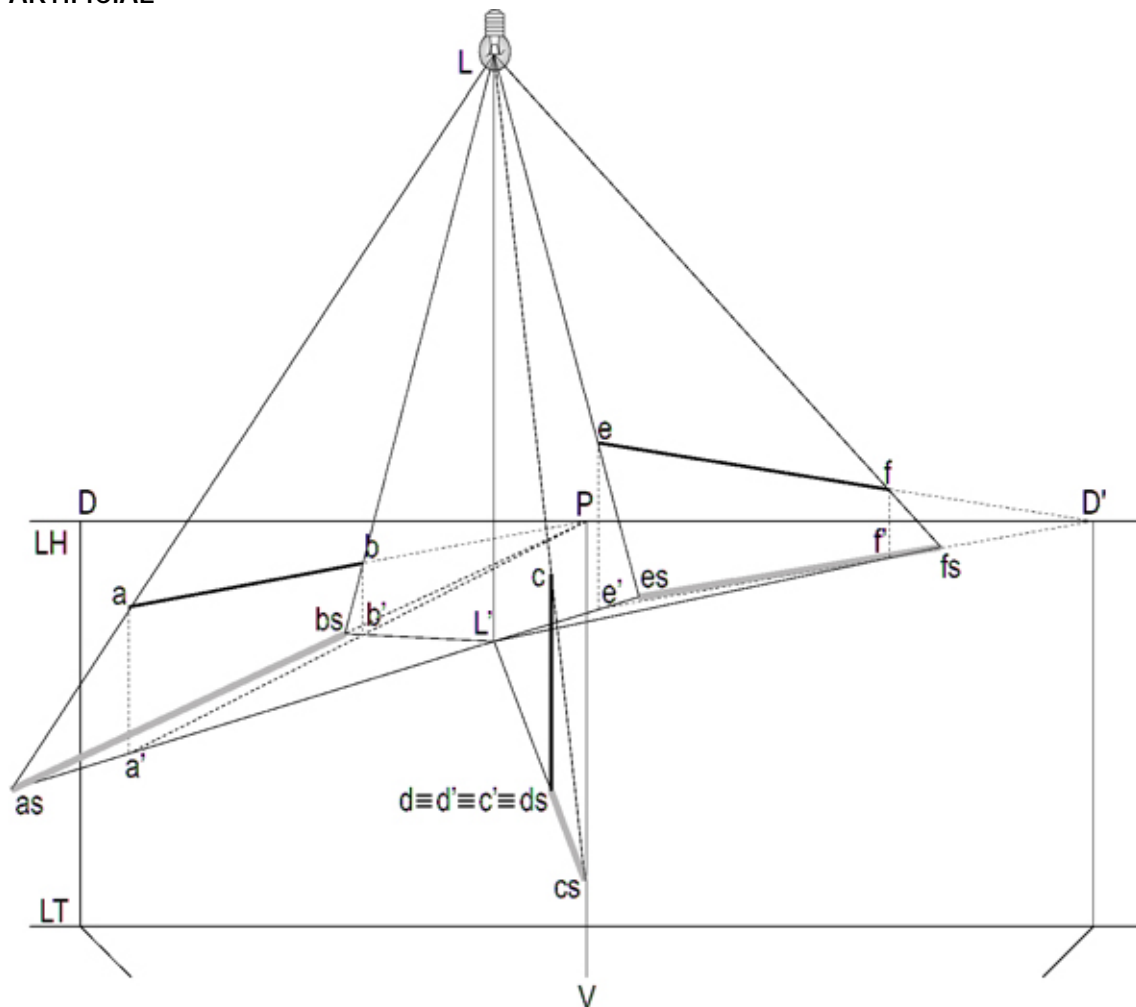


Figura 116.

Sombra de segmentos de recta de topo, de frente e de fuga a 45° com o luz artificial.

No presente caso da figura 116, os pontos [S] e [S'] serão substituídos pelas letras [L] e [L'] que identificarão um caso de luz artificial. O procedimento é igual ao do primeiro caso (Sol no plano do quadro). Neste caso, o exercício começa por determinar a projecção do ponto de luz [L] sobre o plano geometral [β], que constituirá o ponto de fuga das sombras.

SOMBRA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS NOS QUATRO CASOS DE LUZ

Para a demonstração não se tornar demasiadamente exaustiva para quem, em princípio, já deve perceber o processo, limito-me a fornecer os exemplos do quadrado e do círculo.

Qualquer uma das duas figuras, sempre na mesma posição, sofrerá a influência de cada um dos quatro casos possíveis de luz. O quadrado está em perspectiva oblíqua, enquanto que o círculo em perspectiva paralela. Ambas as figuras não estão assentes no plano geometral [β] já que se assim fosse o caso, a sombra não se observaria por coincidir com a própria figura plana.

No que respeita à representação, o quadrado será representado por quatro pontos enquanto que o círculo por oito inseridos numa figura quadrada.

Compreendendo os procedimentos anteriores para o ponto e para as rectas, os seguintes exercícios não revestirão de maior dificuldade.

Em todos os exemplos inicia-se o exercício por determinar a projecção dos quatro vértices do quadrado ou os oito pontos que definem a circunferência sobre o plano geometral $[\beta]$.
 Conforme o tipo de luz, repete-se o procedimento que consiste em determinar os pontos definidores em sombra, obtidos através dos raios visuais que partem do Sol [S] ou do ponto de luz artificial [L] e que intersectarão os raios que partem do ponto de fuga das sombras [S'] ou [L'].
 No caso específico da luz lateral, a sombra de cada ponto será obtida da intersecção do raio lateral oblíquo de frente com o raio horizontal de frente que passa pela projecção do ponto sobre o plano geometral $[\beta]$.

SOMBRA DE UM QUADRADO E DE UMA CIRCUNFERÊNCIA NÃO ASSENTES NO PLANO GEOMETRAL COM LUZ NO PLANO DO QUADRO

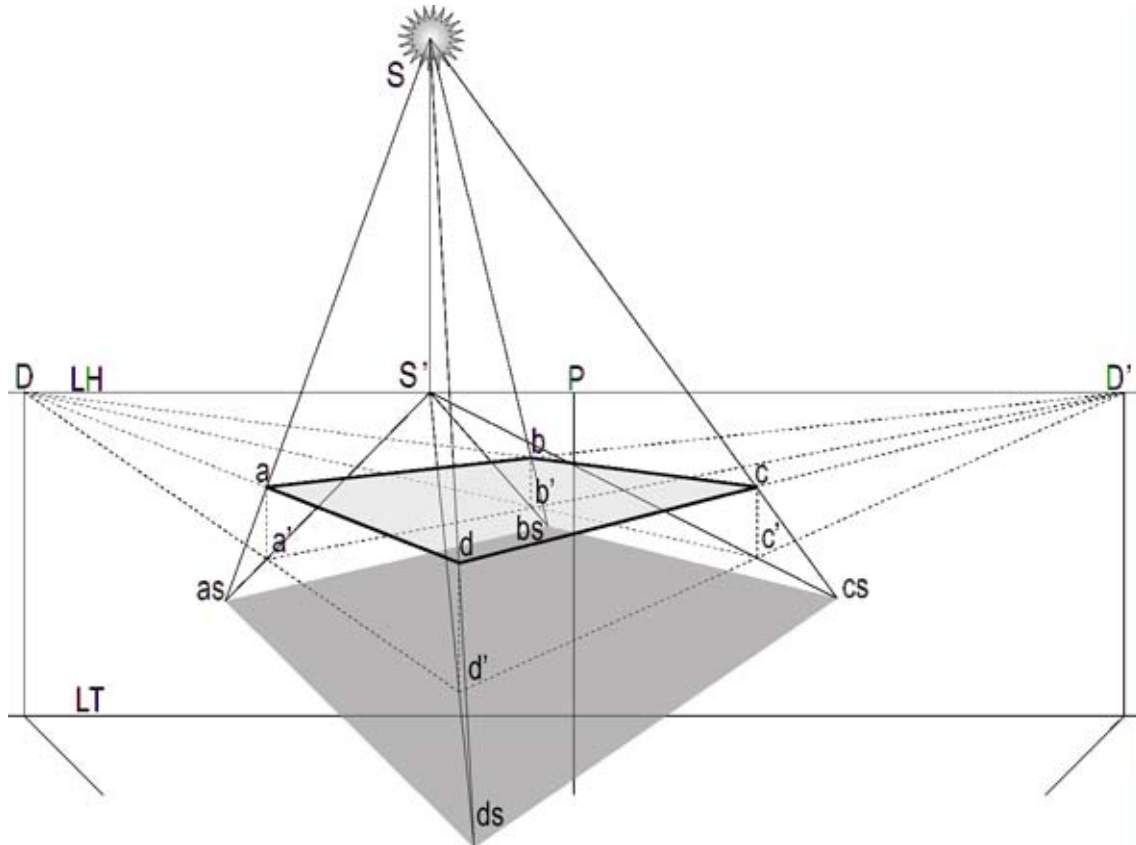


Figura 117.
 Sombra de quadrado em perspectiva oblíqua não assente no plano geometral e com a luz no plano do quadro.

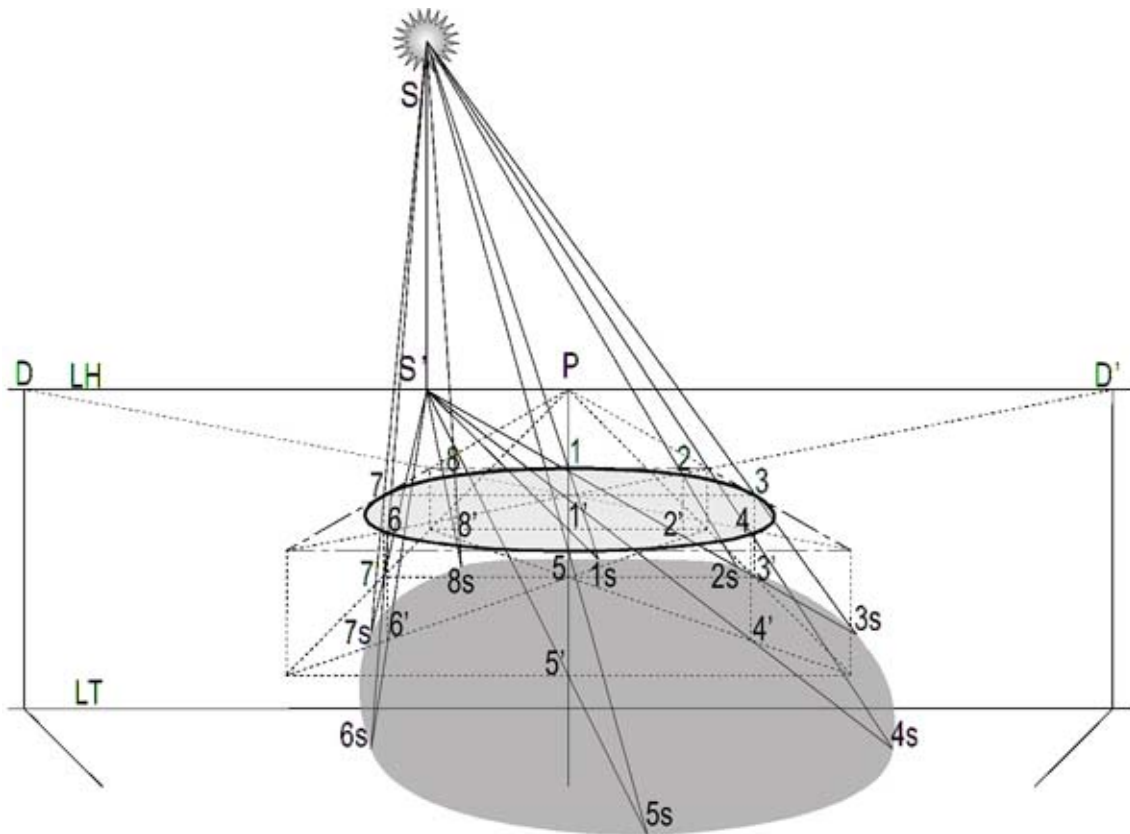


Figura 118.
Sombra de uma circunferência em perspectiva paralela não assente no plano geometral e com a luz no plano do quadro.

SOMBRA DE UM QUADRADO E DE UMA CIRCUNFERÊNCIA NÃO ASSENTES NO PLANO GEOMETRAL COM A LUZ NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR

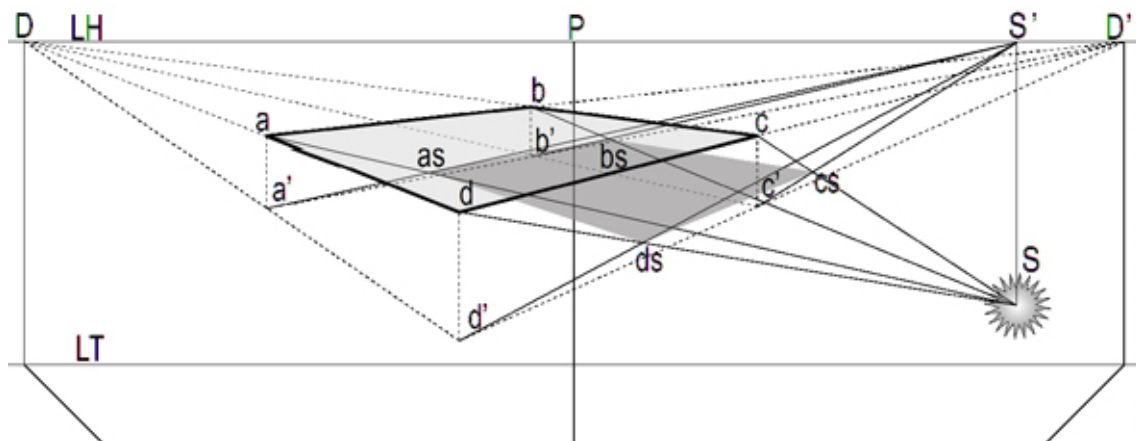


Figura 119.
Sombra de quadrado em perspectiva oblíqua não assente no plano geometral com a luz no nadir ou atrás do observador.

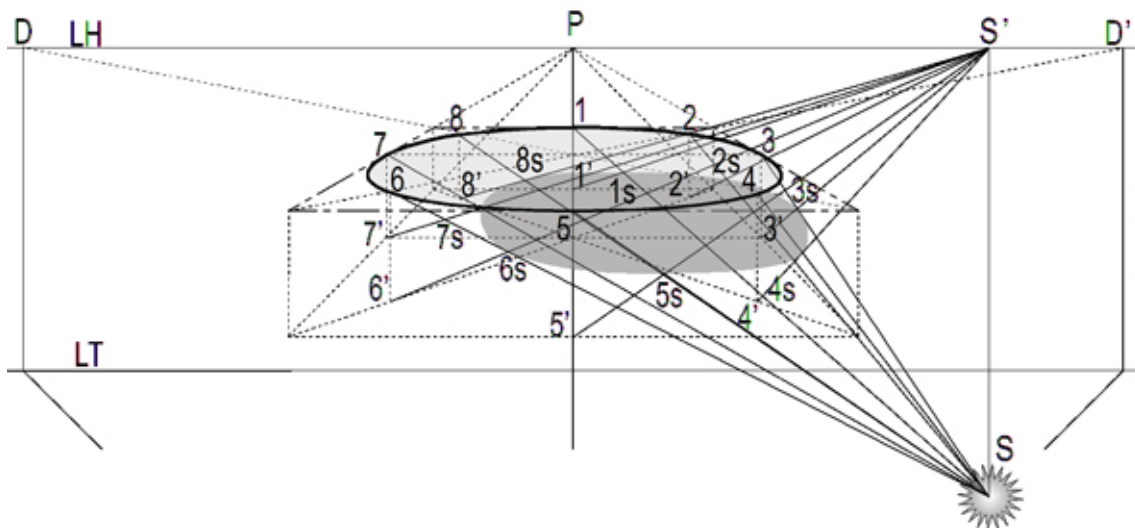


Figura 120.
Sombra de uma circunferência em perspectiva paralela não assente no plano geometral com a luz no nadir ou atrás do observador.

SOMBRA DE UM QUADRADO E DE UMA CIRCUNFERÊNCIA NÃO ASSENTES NO PLANO GEOMETRAL COM LUZ LATERAL

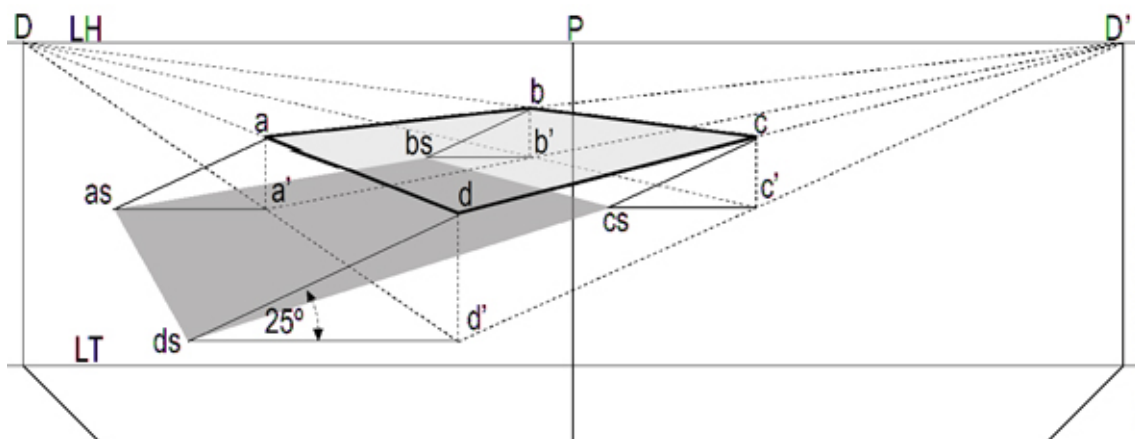


Figura 121.
Sombra de quadrado em perspectiva oblíqua não assente no plano geometral com a luz lateral.

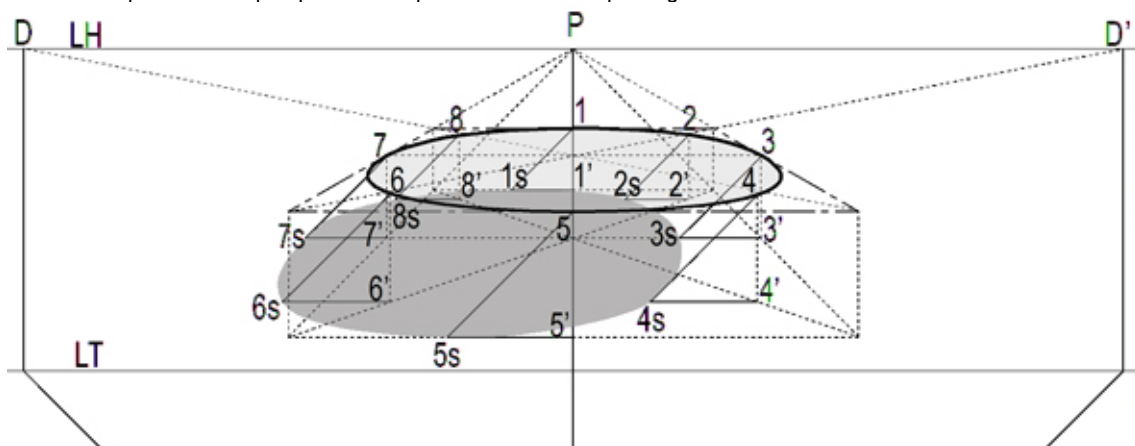


Figura 122.
Sombra de uma circunferência em perspectiva paralela não assente no plano geometral com a luz lateral.

SOMBRA DE UM QUADRADO E DE UMA CIRCUNFERÊNCIA NÃO ASSENTES NO PLANO GEOMETRAL COM LUZ ARTIFICIAL

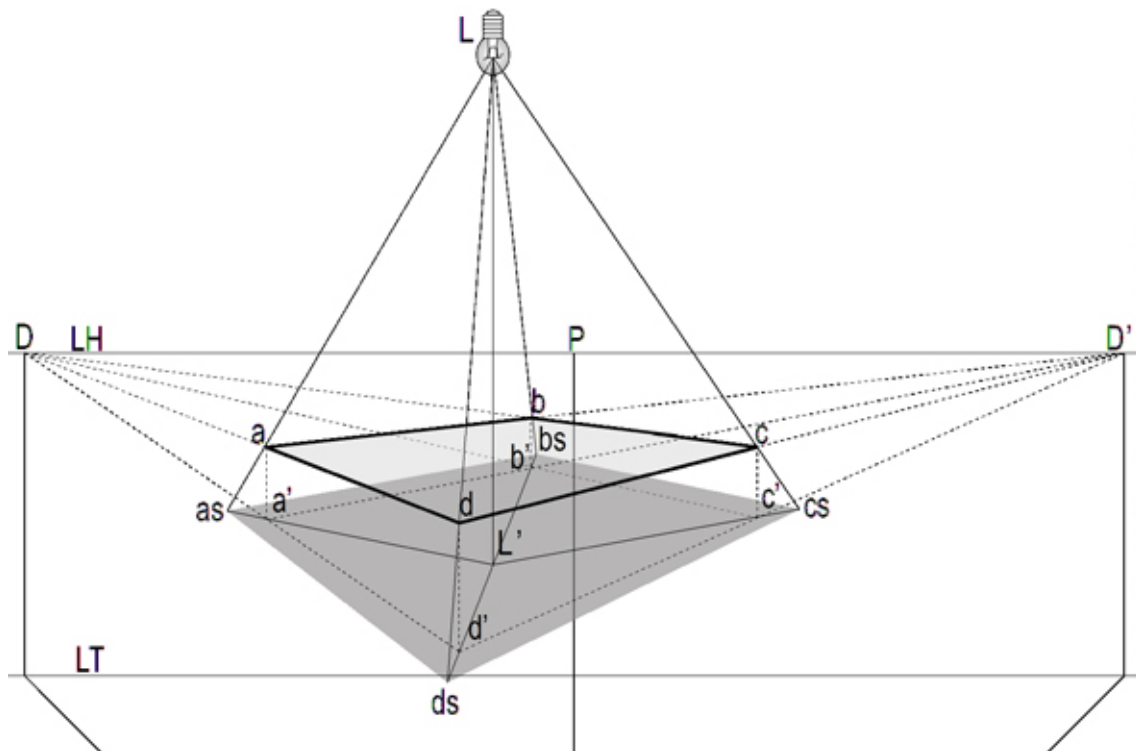


Figura 123.
Sombra de quadrado em perspectiva oblíqua não assente no plano geometral com a luz artificial.

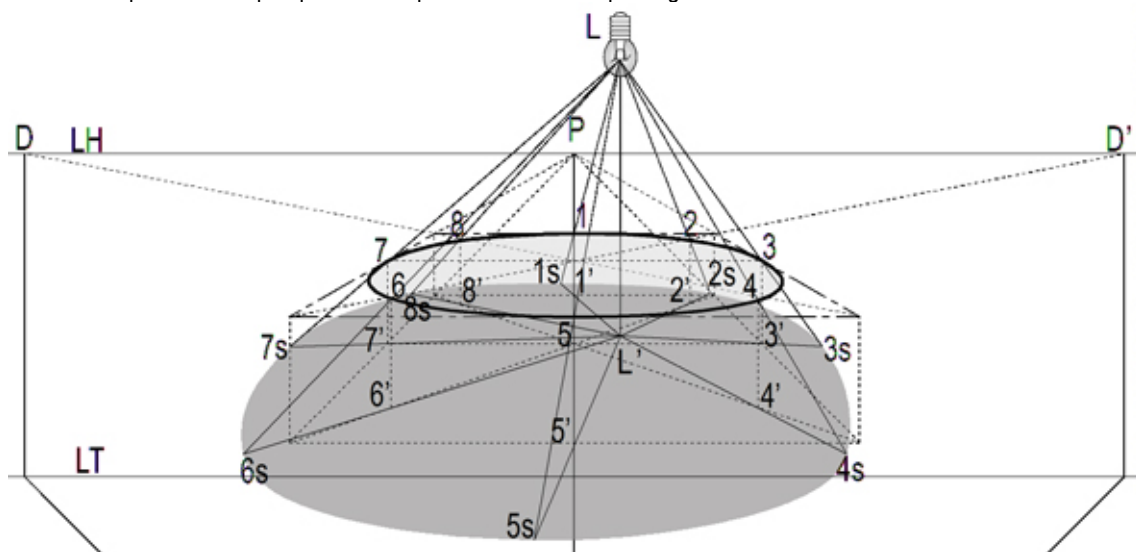


Figura 124.
Sombra de uma circunferência em perspectiva paralela não assente no plano geometral com a luz artificial.

SITUAÇÕES ESPECÍFICAS DA SOMBRA PROJECTADA DE UM SEGMENTO DE RECTA

Os exemplos anteriormente referidos demonstraram ser de fácil resolução. No entanto nem sempre a sombra é projectada sobre um plano horizontal. Geralmente, a sombra própria de uma forma, vai encontrar outras formas que produzirão a alteração da sua direcção e forma.

O presente sub-capítulo vai abordar o comportamento da sombra de um segmento de recta quando atinge no seu percurso um plano vertical, inclinado ou curvo.

O problema da projecção da sombra de um segmento de recta de frente sobre os planos horizontal, vertical e curvo será colocado para cada tipo de luz. A figura 125 representa o esquema que será comum a todos os exemplos de luz apresentados. O segmento de recta vertical de frente $[x,y]$ terá sempre a sua sombra projectada sobre o paralelepípedo rectângulo $[a,b,c,d,e,f,g,h]$.

SOMBRA PROJECTADA DE UM SEGMENTO DE RECTA SOBRE OS PLANOS VERTICAL E HORIZONTAL

- SOL NO PLANO DO QUADRO:

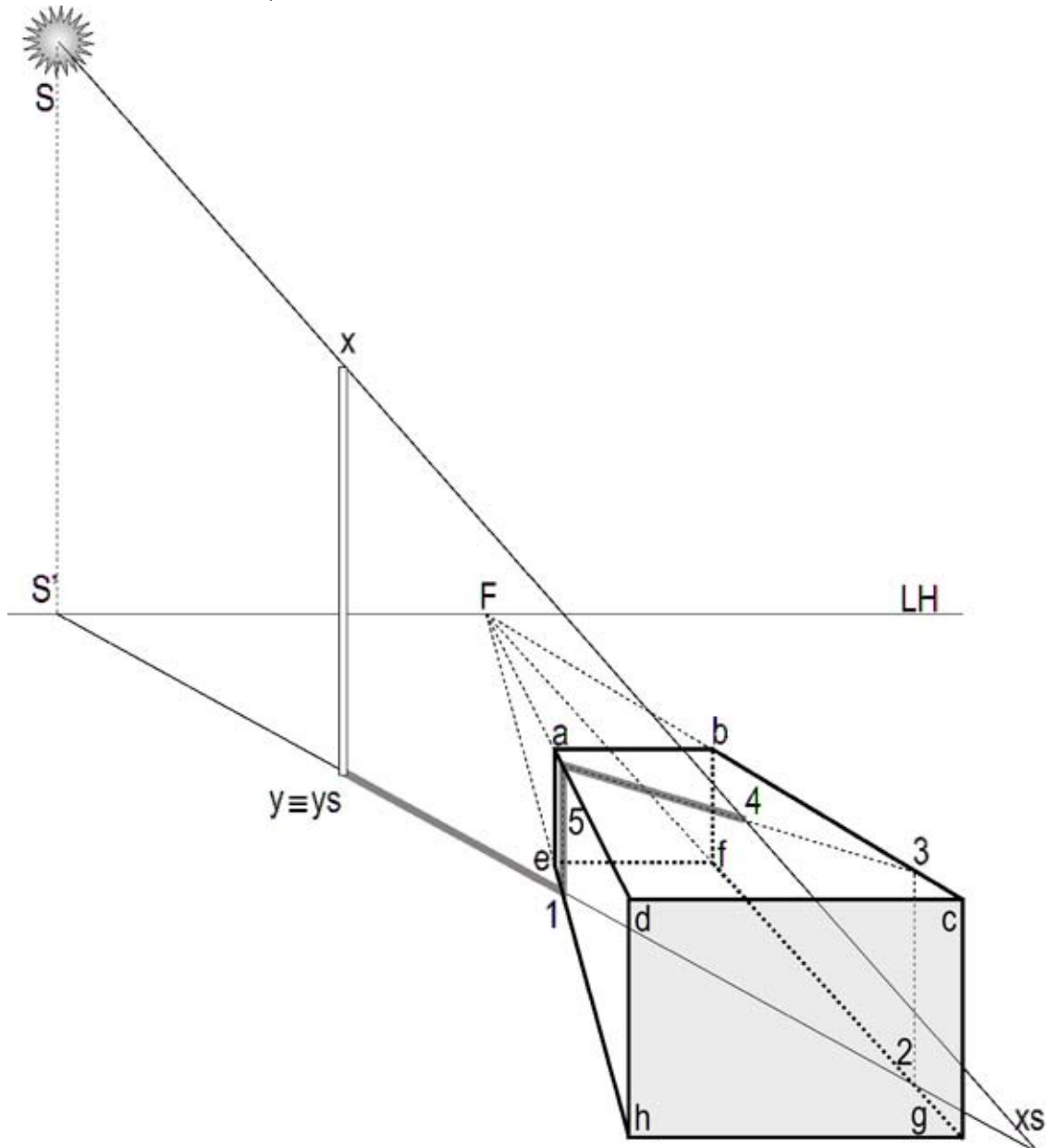


Figura 125.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre os planos vertical e horizontal com o Sol no plano do quadro.

Observe a figura 125. O segmento de recta vertical de frente $[x,y]$, teria como sombra projectada o segmento de recta horizontal de fuga $[ys,xs]$, se durante o normal percurso não intersectasse o plano vertical e horizontal.

A sombra intersecta a face inferior do paralelepípedo rectângulo nos pontos [1] e [2]. Quando uma sombra atinge um plano vertical, vai percorrê-lo também verticalmente. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir dos pontos [1] e [2], traçam-se os segmentos de recta verticais [1,5] e [2,3], obtendo-se o segmento de recta horizontal [5,3] a partir da sua união, situado sobre a face superior do paralelepípedo. Está determinado o percurso da sombra quando intersecta o sólido geométrico [ys,1,5,3,2,xs]. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto [4], ponto em que o raio de luz [S,xs] intersecta o segmento de recta [5,3].

- SOL NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR:

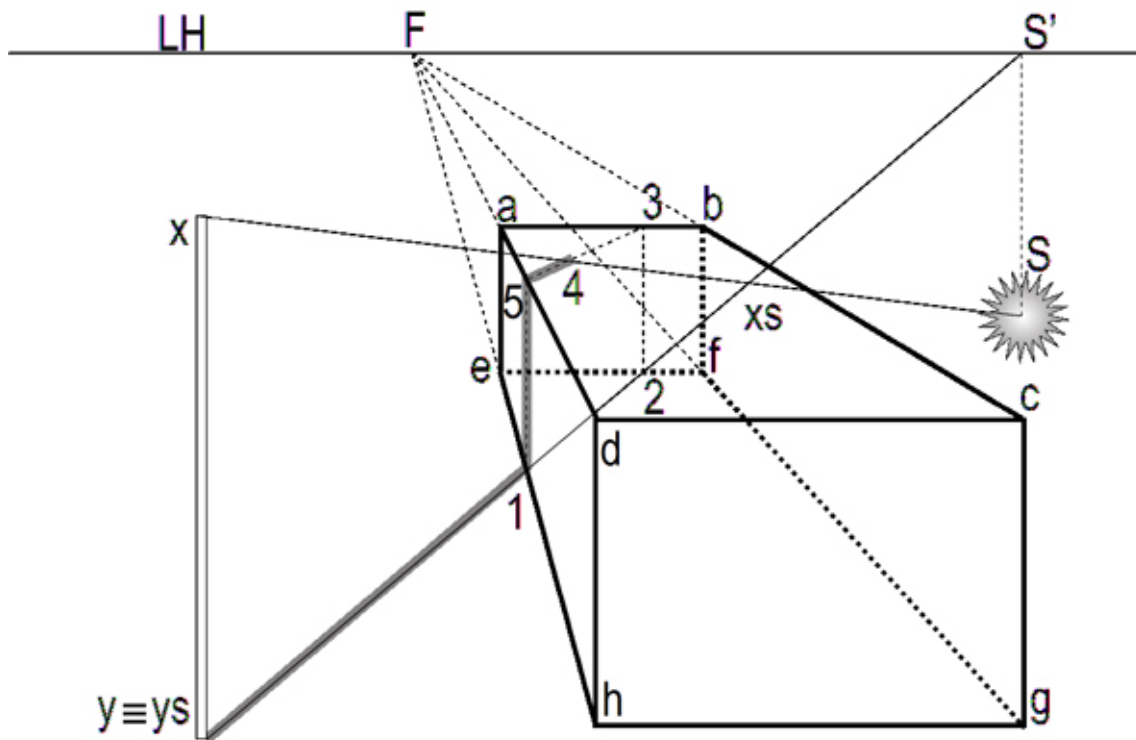


Figura 126.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre os planos vertical e horizontal com o Sol no nadir ou atrás do observador.

A sombra do segmento de recta vertical de frente [x,y], representado na figura 126, intersecta a face inferior do paralelepípedo rectângulo nos pontos [1] e [2]. Quando uma sombra atinge um plano vertical, vai percorrê-lo também verticalmente. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir dos pontos [1] e [2], traçam-se os segmentos de recta verticais [1,5] e [2,3], obtendo-se o segmento de recta horizontal [5,3] a partir da sua união, situado sobre a face superior do paralelepípedo. Está determinado o percurso da sombra quando intersecta o sólido geométrico [ys,1,5,3,2,xs]. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto [4], ponto em que o raio de luz [S,x] intersecta o segmento de recta [5,3].

- SOL LATERAL:

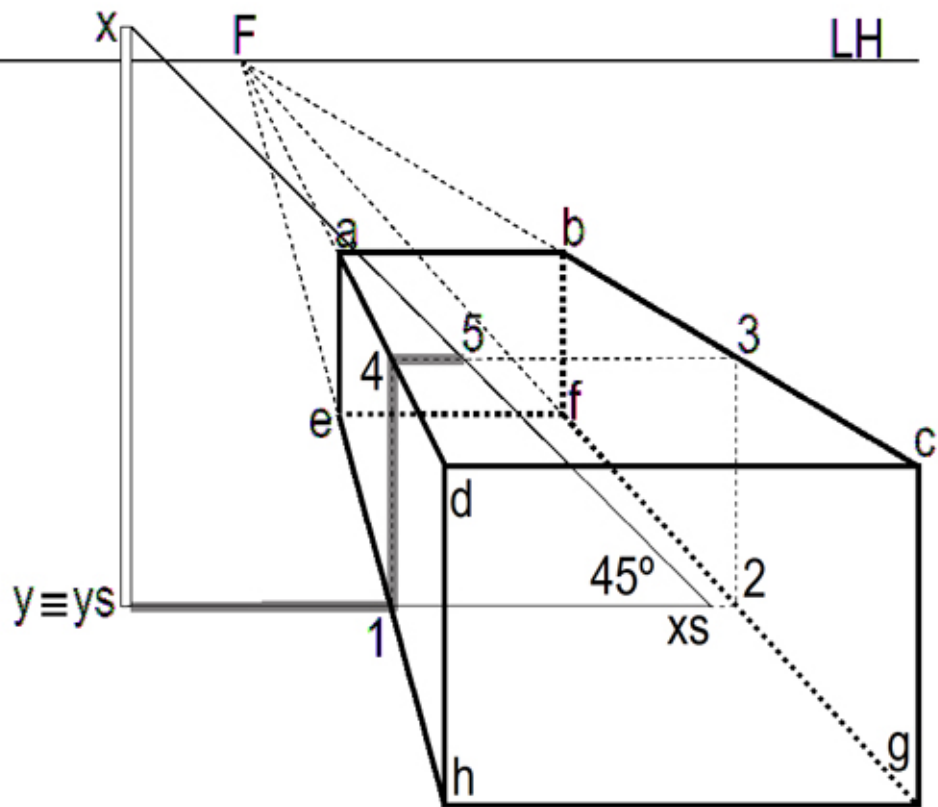


Figura 127.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre os planos vertical e horizontal com o Sol lateral.

A sombra do segmento de recta vertical de frente $[x,y]$, representado na figura 127, a título de exemplo, faz um ângulo de 45° e intersecta a face inferior do paralelepípedo rectângulo no ponto [1]. No entanto, prolongando a direcção da sombra, esta intersecta a aresta $[f,g]$ no ponto [2]. Quando uma sombra atinge um plano vertical, vai percorrê-lo também verticalmente. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir dos pontos [1] e [2], traçam-se os segmentos de recta verticais $[1,4]$ e $[2,3]$, obtendo-se o segmento de recta horizontal $[4,3]$ a partir da sua união, situado sobre a face superior do paralelepípedo. Está determinado o percurso da sombra quando intersecta o sólido geométrico $[ys,1,4,3]$. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto [5], ponto em que o raio de luz $[x,xs]$ intersecta o segmento de recta $[4,3]$.

- LUZ ARTIFICIAL:

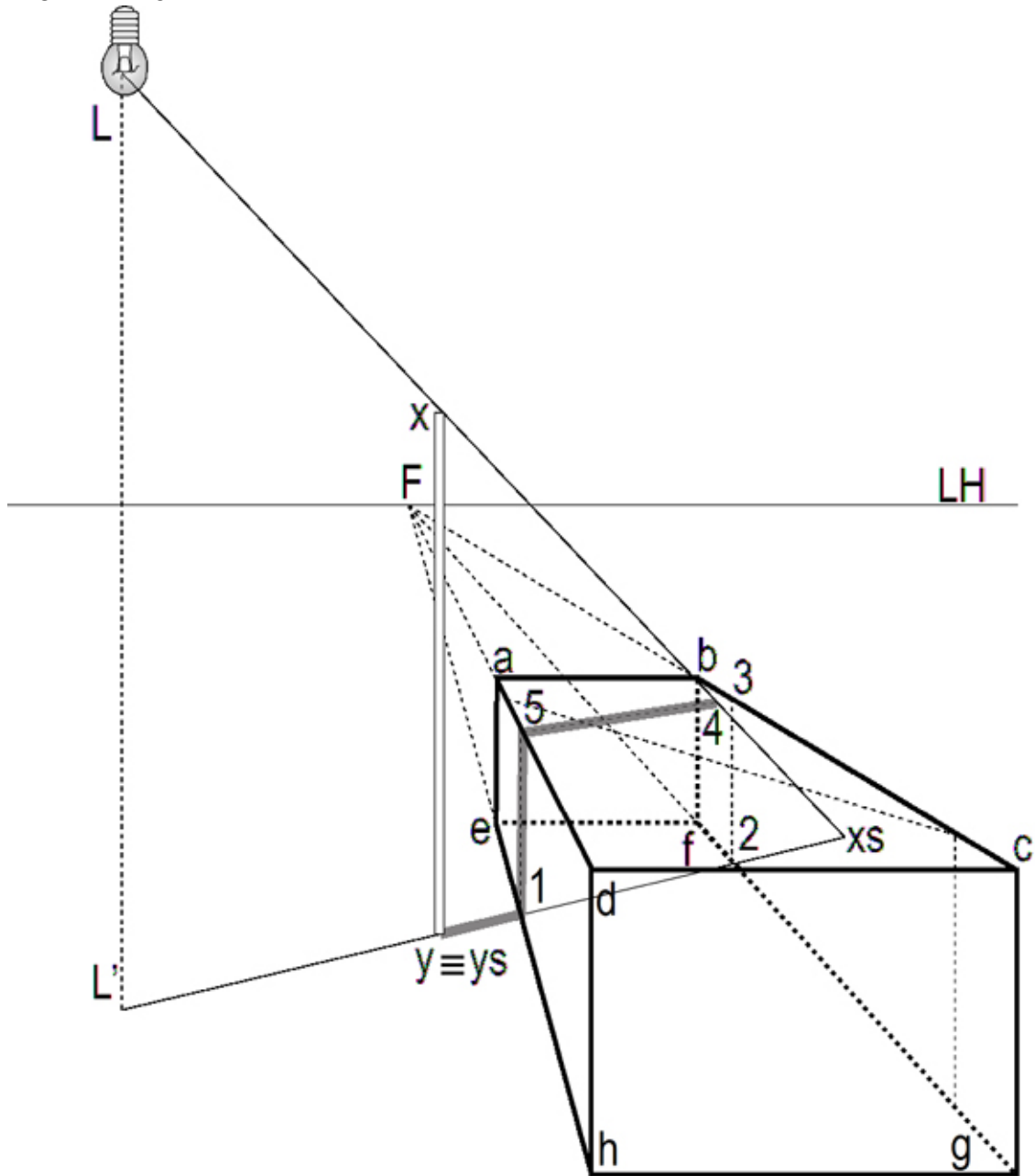


Figura 128.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre os planos vertical e horizontal com luz artificial.

A sombra do segmento de recta vertical de frente $[x,y]$, representado na figura 128, intersecta a face inferior do paralelepípedo rectângulo nos pontos [1] e [2]. Quando uma sombra atinge um plano vertical, vai percorrê-lo também verticalmente. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir dos pontos [1] e [2], traçam-se os segmentos de recta verticais [1,5] e [2,3], obtendo-se o segmento de recta horizontal [5,3] a partir da sua união, situado sobre a face superior do paralelepípedo. Está determinado o percurso da sombra quando intersecta o sólido geométrico $[ys,1,5,3,2,xs]$. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto [4], ponto em que o raio de luz $[L,xs]$ intersecta o segmento de recta [5,3].

SOMBRA PROJECTADA DE UM SEGMENTO DE RECTA SOBRE UM PLANO OBLÍQUO
 - SOL NO PLANO DO QUADRO:

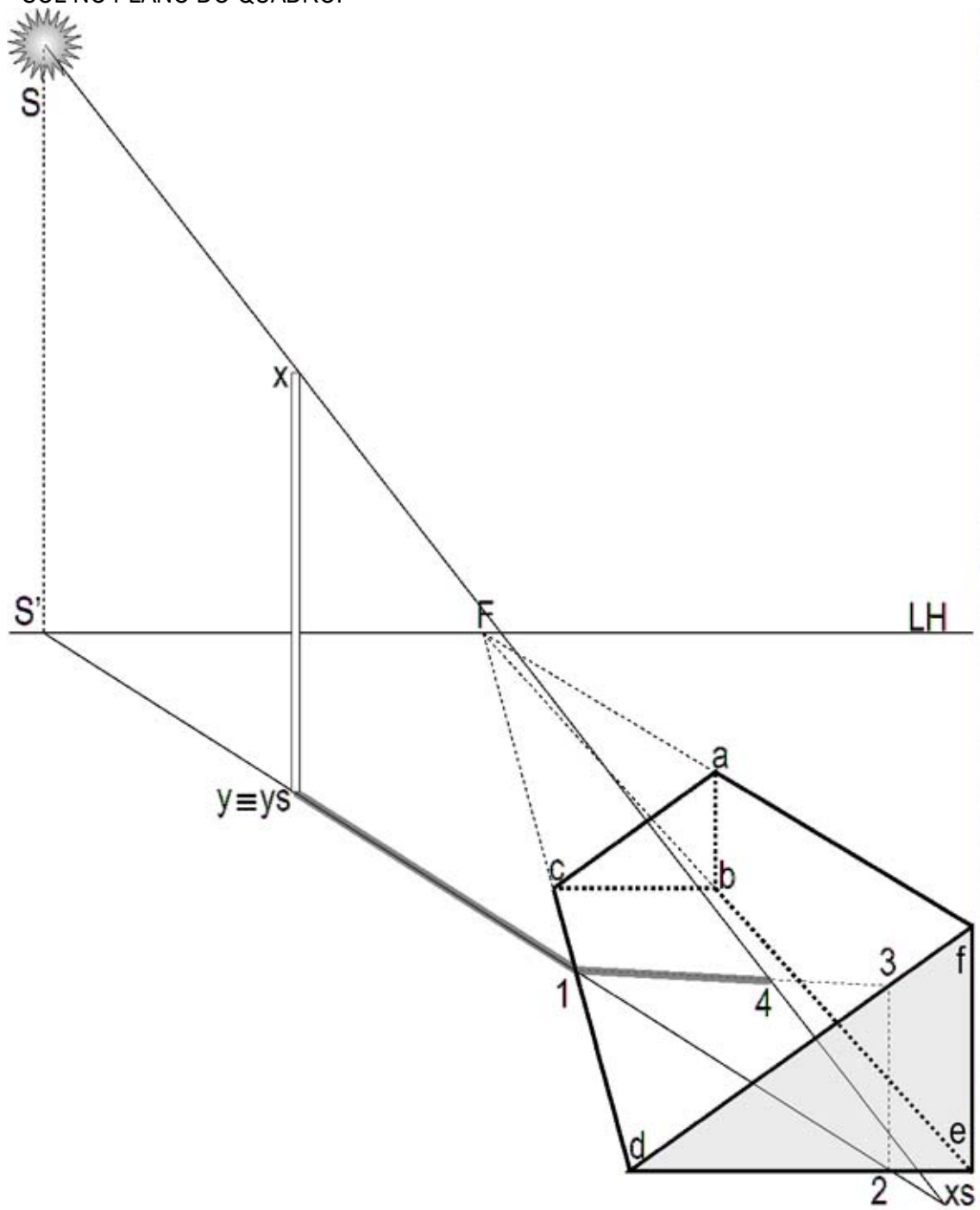


Figura 129.
 Sombra projectada de um segmento de recta sobre um plano oblíquo com o Sol no plano do quadro.

A sombra do segmento de recta vertical de frente $[x,y]$, representado na figura 129, intersecta a face inferior da figura prismática nos pontos $[1]$ e $[2]$. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir do ponto $[2]$ traça-se o segmento de recta vertical $[2,3]$. Unindo-o ao ponto $[1]$, obtém-se a direcção da sombra quando intersecta o sólido geométrico $[ys,1,3,2,xs]$. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto $[4]$, ponto em que o raio de luz $[S,xs]$ intersecta o segmento de recta $[1,3]$.

- SOL NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR:

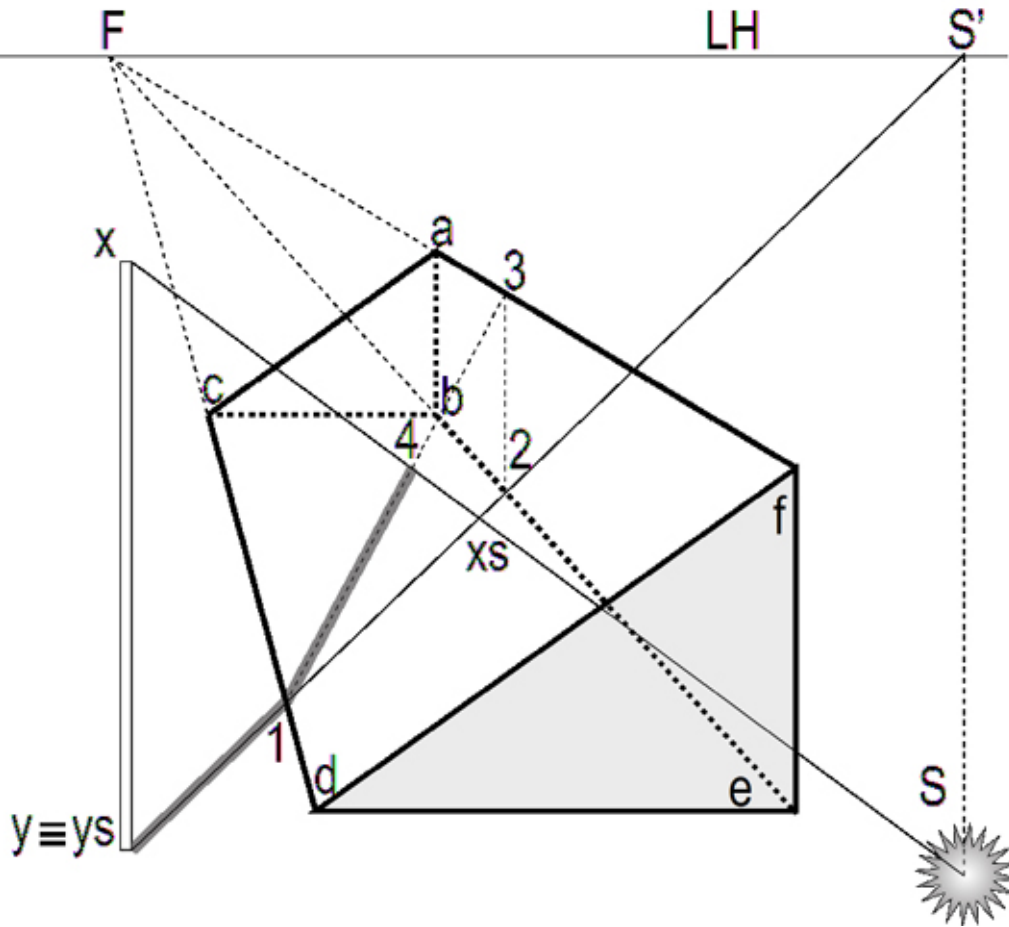


Figura 130.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre um plano oblíquo com o Sol no nadir ou atrás do observador.

A sombra do segmento de recta vertical de frente $[x,y]$, representado na figura 130, intersecta a face inferior da figura prismática nos pontos [1] e [2]. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir do ponto [2] traça-se o segmento de recta vertical [2,3]. Unindo-o ao ponto [1], obtém-se a direcção da sombra quando intersecta o sólido geométrico $[ys,1,3]$. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto [4], ponto em que o raio de luz $[S,x]$ intersecta o segmento de recta [1,3].

- SOL LATERAL:

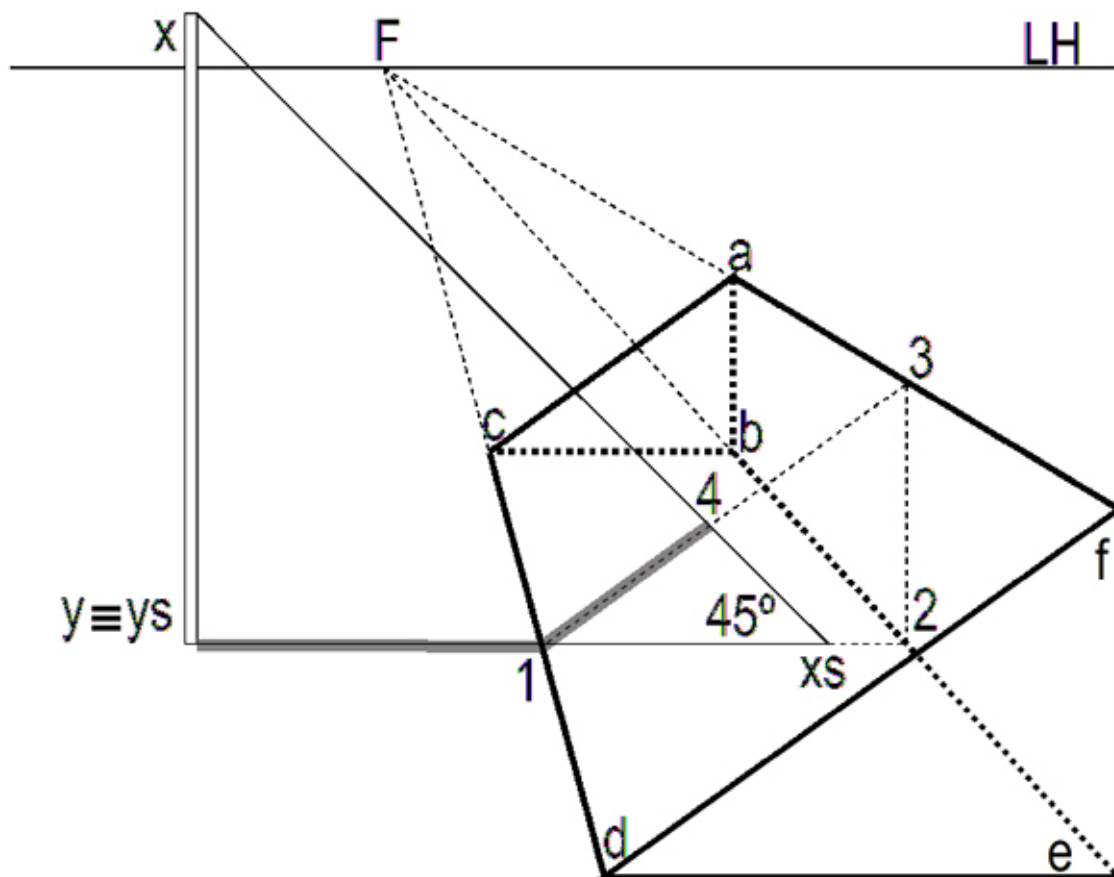


Figura 131.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre um plano oblíquo com o Sol lateral.

A sombra do segmento de recta vertical de frente $[x,y]$, representado na figura 131, intersecta a face inferior da figura prismática no ponto [1]. Como não basta um ponto de intersecção é necessário prolongar o segmento de recta $[y_s,x_s]$ até à aresta $[b,e]$, permitindo encontrar o ponto [2]. Quando. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir do ponto [2] traça-se o segmento de recta vertical $[2,3]$. Unindo-o ao ponto [1], obtém-se a direcção da sombra quando intersecta o sólido geométrico $[y_s,1,3]$. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto [4], ponto em que o raio de luz $[x,x_s]$ intersecta o segmento de recta $[1,3]$.

- LUZ ARTIFICIAL:

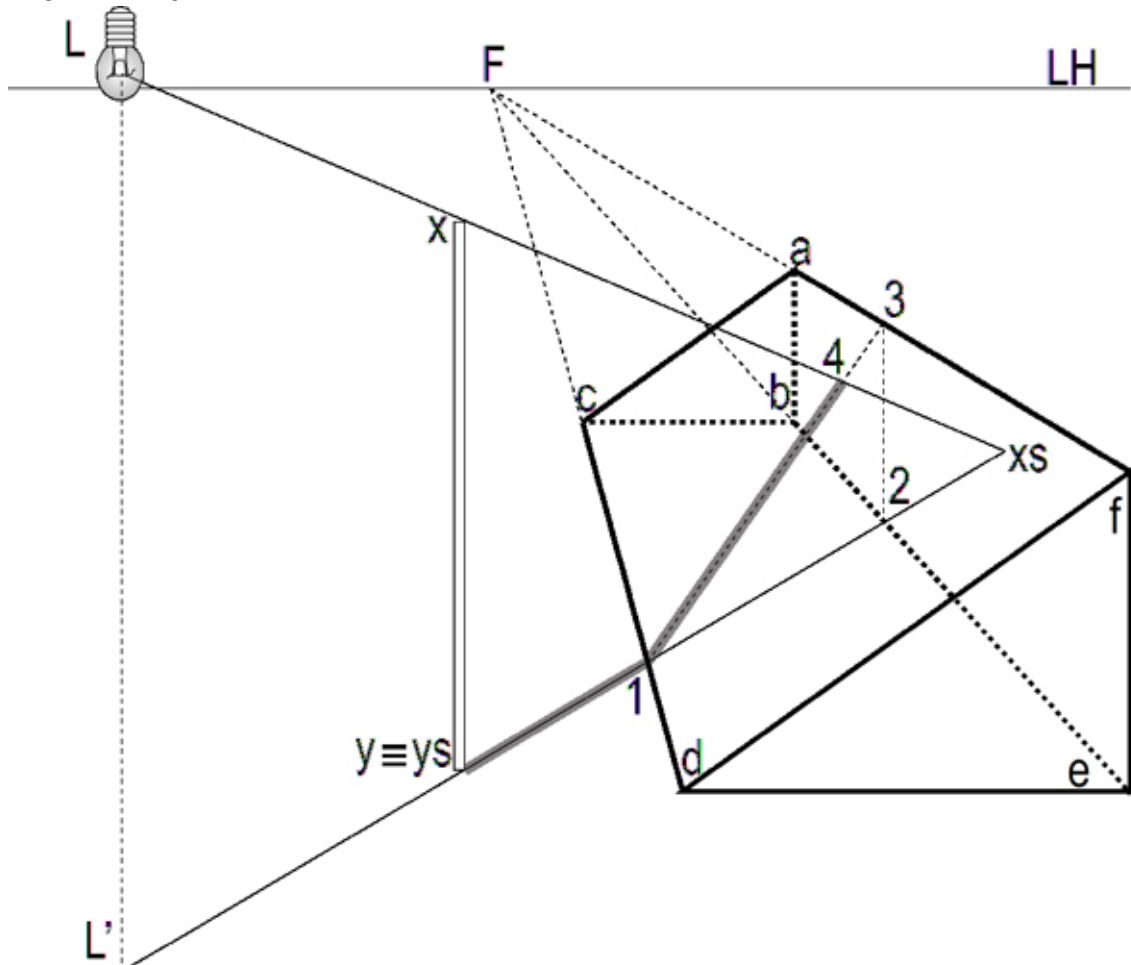


Figura 132.
Sombra projectada de um segmento de recta sobre um plano oblíquo com o Luz artificial.

A sombra do segmento de recta vertical de frente $[x,y]$, representado na figura 132, intersecta a face inferior da figura prismática nos pontos [1] e [2]. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir do ponto [2] traça-se o segmento de recta vertical $[2,3]$. Unindo-o ao ponto [1], obtém-se a direcção da sombra quando intersecta o sólido geométrico $[ys,1,3,2,xs]$. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto [4], ponto em que o raio de luz $[L,xs]$ intersecta o segmento de recta $[1,3]$.

SOMBRA PROJECTADA DE UM SEGMENTO DE RECTA SOBRE UM PLANO CURVO
 - SOL NO PLANO DO QUADRO:

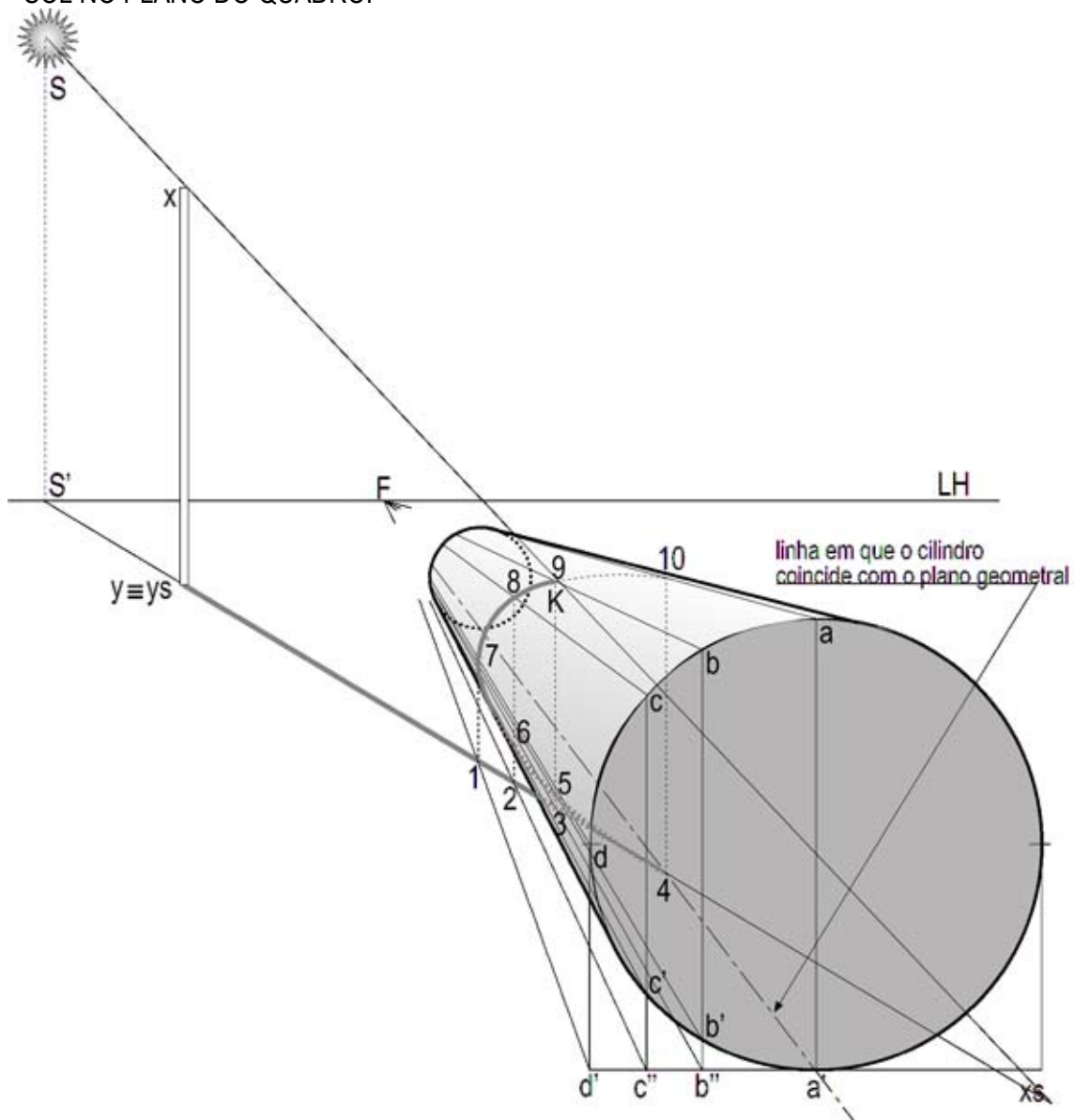


Figura 133.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre um plano curvo com o Sol no plano do quadro.

A sombra do segmento de recta vertical de frente [x,y], representado na figura 133, intersecta o cilindro no ponto [4], que corresponde à linha de coincidência [F,a'] do cilindro com o plano geometral. Não havendo plano vertical, horizontal ou oblíquo torna-se necessário recorrer a linhas auxiliares, para com rigor determinar o percurso da sombra no plano curvo. Para o efeito, dividiu-se o quadrado, que coincide com o plano geometral, onde está inserida a base do cilindro em secções, obtendo-se os pontos [d'], [c''], [b''] e [a']. Estes pontos intersectam verticalmente a base do cilindro nos pontos [d], [c'], [c], [b'], [b] e [a]. Todos estes pontos formam com o ponto de fuga [F], segmentos de recta de topo que seccionam o cilindro.

A sombra do segmento de recta [x,y] seria o segmento de recta [ys,xs]. No entanto ao intersectar o cilindro no ponto [4], é alterado o seu normal percurso. O ponto [10] é um dos pontos que define a direcção da sombra, correspondendo à projecção vertical do ponto [4]. Contudo a sombra já havia intersectado os segmentos de recta:

- [F,d'] no ponto [1] a que corresponde verticalmente o ponto [7] do segmento de recta [F,d];

- [F,c''] no ponto [2] a que corresponde verticalmente os pontos [6] e [8], respectivamente dos segmentos de recta [F,c'] e [F,c];
 - [F,b''] no ponto [3] a que corresponde verticalmente os pontos [5] e [9], respectivamente dos segmentos de recta [F,b'] e [F,b].
- Os pontos encontrados [4], [5], [6], [7], [8], [9] e [10], correspondem à direcção que toma a sombra [xs,ys] do segmento de recta [x,y] quando intersecta o cilindro. A sombra termina o seu percurso no ponto [k] por ser intersectado pelo raio visual [S,xs].
- SOL NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR:

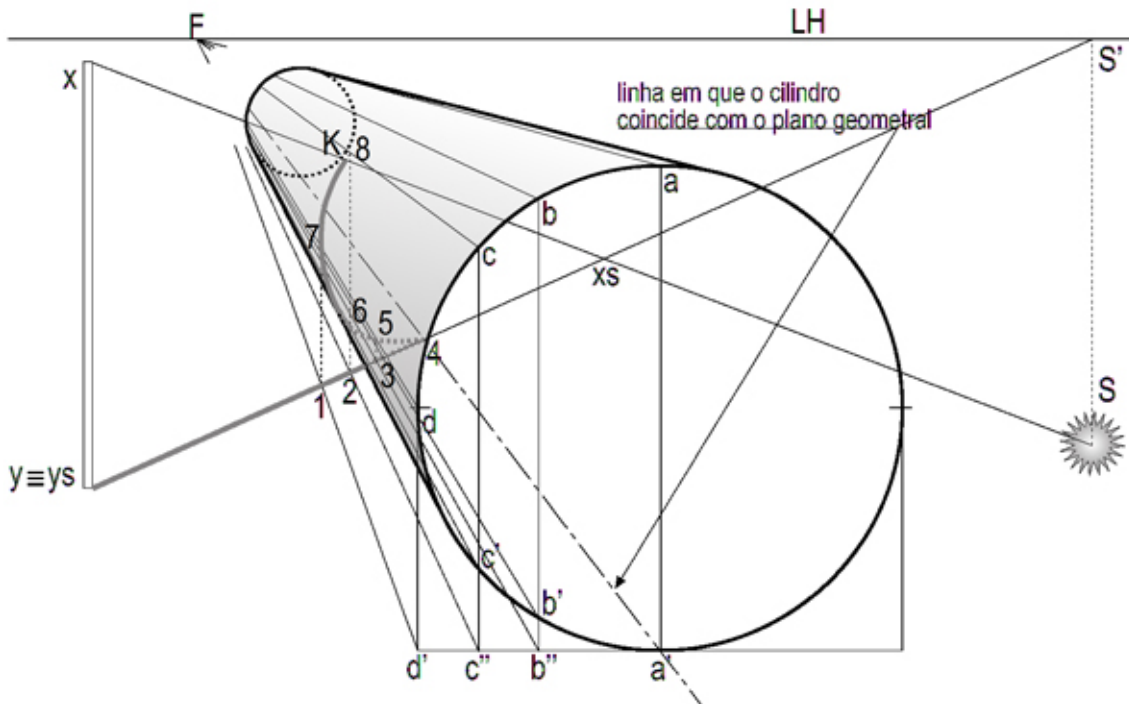


Figura 134.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre um plano curvo com o Sol no nadir ou atrás do observador.

Na figura 134, após a necessária segmentação da figura geométrica cilíndrica, explicada no exercício anterior, procede-se à determinação do percurso da sombra do segmento de recta vertical de frente [x,y] sobre o cilindro.

A sombra do segmento de recta [x,y] seria o segmento de recta [ys,xs]. No entanto ao intersectar o cilindro no ponto [4], é alterado o seu normal percurso. Contudo a sombra já havia intersectado os segmentos de recta:

- [F,d'] no ponto [1] a que corresponde verticalmente o ponto [7] do segmento de recta [F,d];
- [F,c''] no ponto [2] a que corresponde verticalmente os pontos [6] e [8], respectivamente dos segmentos de recta [F,c'] e [F,c];
- [F,b''] no ponto [3] a que corresponde verticalmente o ponto [5] do segmento de recta [F,b'].

Os pontos encontrados [4], [5], [6], [7] e [8], correspondem à direcção que toma a sombra [xs,ys], do segmento de recta [x,y] quando intersecta o cilindro. A sombra termina o seu percurso no ponto [k] por ser intersectado pelo raio visual [S,xs].

- SOL LATERAL:

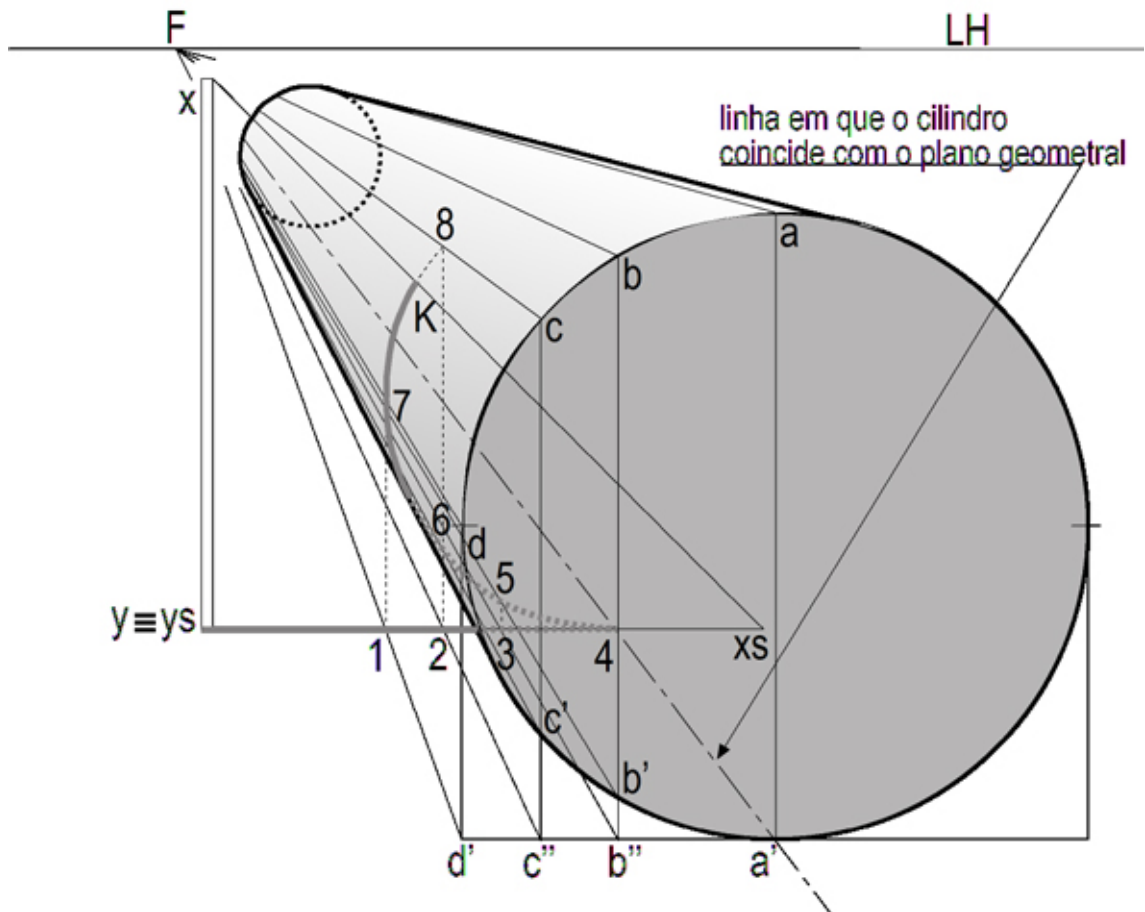


Figura 135.
Sombra projectada de um segmento de recta sobre um plano curvo com o Sol lateral.

Na figura 135, após a necessária segmentação da figura geométrica cilíndrica já explicada, procede-se à determinação do percurso da sombra do segmento de recta vertical de frente $[x,y]$ sobre o cilindro.

A sombra do segmento de recta $[x,y]$ seria o segmento de recta $[ys,xs]$. No entanto ao intersectar o cilindro no ponto [4], é alterado o seu normal percurso. Contudo a sombra já havia intersectado os segmentos de recta:

- $[F,d']$ no ponto [1] a que corresponde verticalmente o ponto [7] do segmento de recta $[F,d]$;
- $[F,c'']$ no ponto [2] a que corresponde verticalmente os pontos [6] e [8], respectivamente dos segmentos de recta $[F,c']$ e $[F,c]$.

Os pontos encontrados [4], [5], [6], [7] e [8], correspondem à direcção que toma a sombra $[ys,xs]$ do segmento de recta $[x,y]$ quando intersecta o cilindro. A sombra termina o seu percurso no ponto [k] por ser intersectado pelo raio visual $[x,xs]$.

- LUZ ARTIFICIAL:

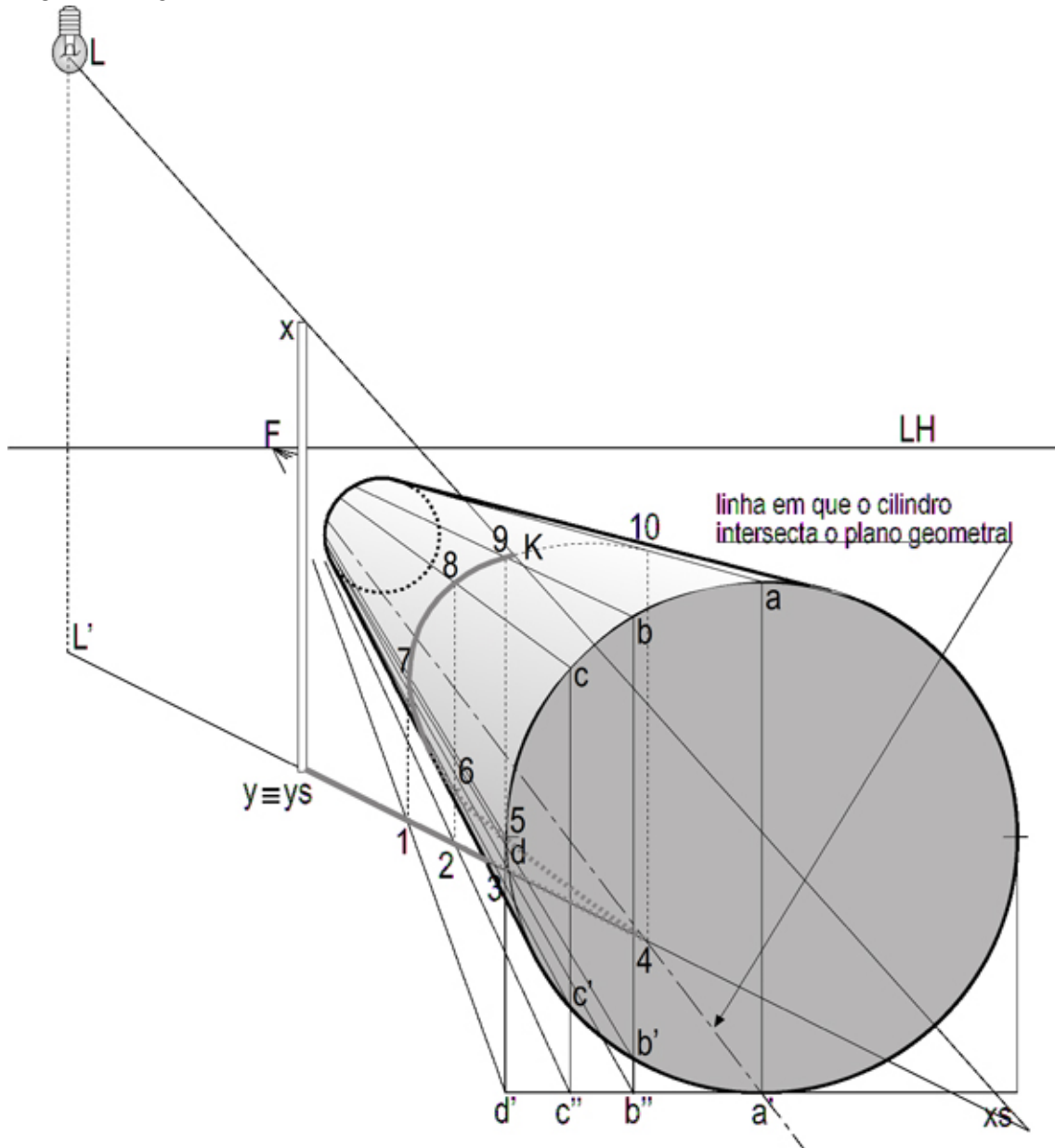


Figura 136.

Sombra projectada de um segmento de recta sobre um plano curvo com luz artificial.

Na figura 136, após a necessária segmentação da figura geométrica cilíndrica já explicada, procede-se à determinação do percurso da sombra do segmento de recta vertical de frente $[x,y]$ sobre o cilindro.

A sombra do segmento de recta $[x,y]$ seria o segmento de recta $[ys,xs]$. No entanto ao intersectar o cilindro no ponto [4], é alterado o seu normal percurso. O Ponto [10] é um dos pontos que define a direcção da sombra, correspondendo à projecção vertical do ponto [4]. Contudo a sombra já havia intersectado os segmentos de recta:

- $[F,d']$ no ponto [1] a que corresponde verticalmente o ponto [7] do segmento de recta $[F,d]$;
- $[F,c'']$ no ponto [2] a que corresponde verticalmente os pontos [6] e [8], respectivamente dos segmentos de recta $[F,c']$ e $[F,c]$;
- $[F,b'']$ no ponto [3] a que corresponde verticalmente os pontos [5] e [9], respectivamente dos segmentos de recta $[F,b']$ e $[F,b]$.

Os pontos encontrados [4], [5], [6], [7], [8], [9] e [10], correspondem à direcção que toma a sombra [ys,xs] do segmento de recta [x,y] quando intersecta o cilindro. A sombra termina o seu percurso no ponto [k] por ser intersectado pelo raio visual [L,xs].

SOMBRA DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NOS QUATRO CASOS DE LUZ

Como atrás se verificou, a sombra de uma figura geométrica era dada pela determinação dos segmentos de recta que o definiam. A sombra do sólido, não é mais do que a determinação da sombra dos segmentos de recta que o compõem.

Até aqui, o conceito de sombra própria, não se colocava, tanto para o ponto como para a recta. Havendo um ponto de luz qualquer, seja solar ou artificial, faz com que uma ou mais faces da forma estejam iluminadas, enquanto outra ou outras, estejam em sombra. Esta ausência de luz numa face ou faces produz a designada sombra própria. Esta sombra própria é uma mancha que geralmente resulta do envolvimento de várias arestas do sólido.

No entanto, nos sólidos e formas que não são planas, verifica-se que a sombra própria possui várias tonalidades de degradação, como é o caso produzido por uma luz sobre o cone ou o cilindro. Se existe sombra própria, também tem de existir sombra projectada, que agora, adquire a forma de mancha, sendo a soma das faces em sombra.

Este sub-capítulo vai novamente, apresentar como exemplos práticos os sólidos geométricos conhecidos (cubo, pirâmide, cone e cilindro), agora alternadamente sujeitos à luz nos quatro casos. Em primeiro lugar, serão observados na posição assente sobre o plano geometral, sendo posteriormente calculada a sombra, não estando assentes.

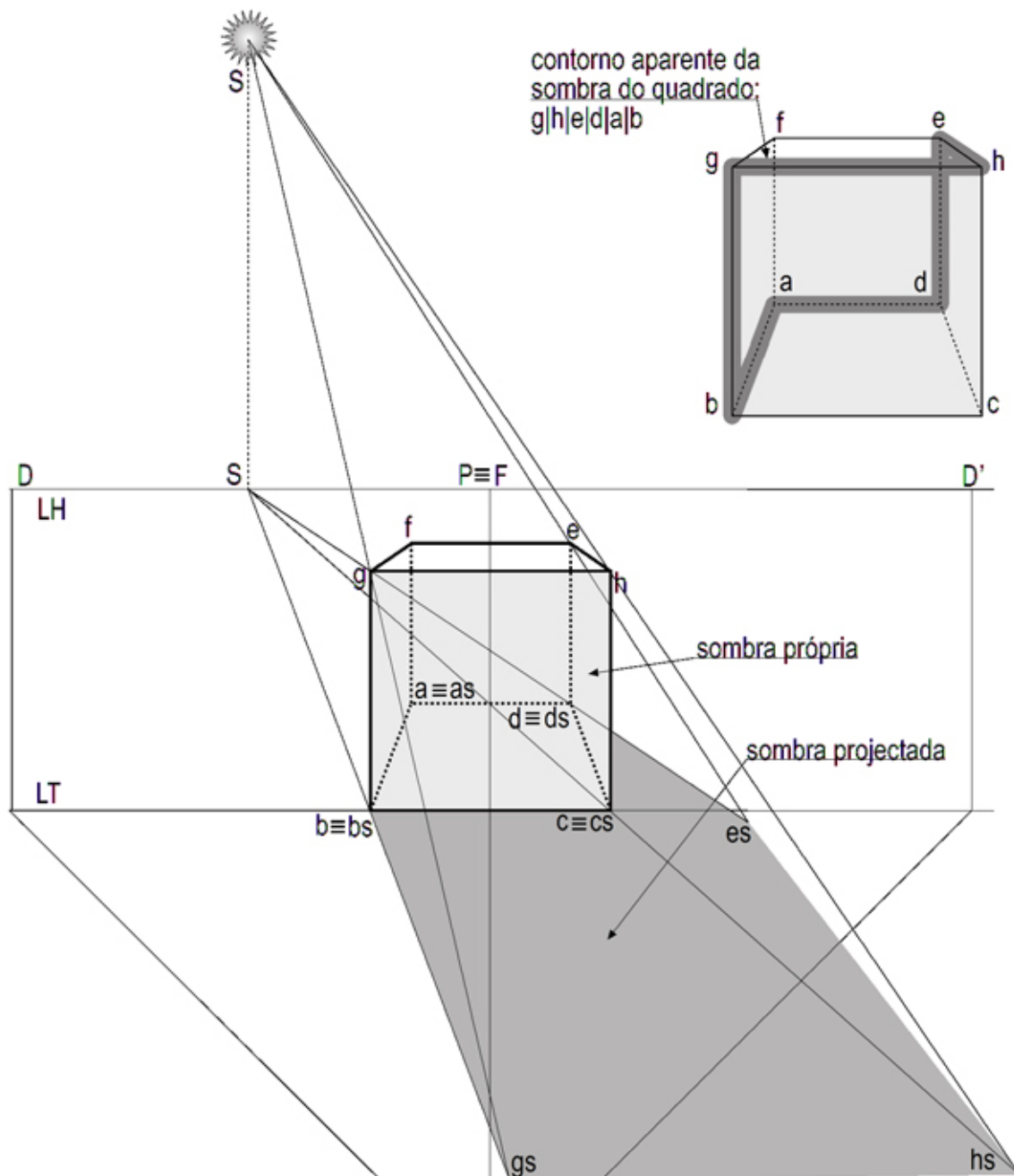


Figura 137.
Sombra própria e sombra projectada de um sólido geométrico.

Na figura 137, verifica-se que o Sol está situado no plano do quadro, à esquerda do cubo, provoca sombra própria em três faces do cubo: $[g,h,c,b]$, $[c,d,e,h]$ e $[a,b,c,d]$, sendo esta última impossível de visualizar por estar assente sobre o plano geometral. Da posição em que nos encontramos, apenas observamos em sombra a face $[g,h,c,b]$. Este aspecto é relevante, para a ligação com a sombra da recta, já que podíamos agora traçar as arestas do sólido que contornam as faces em sombra, produzindo aquilo que iremos designar de contorno aparente: Significa que, bastaria, no presente exemplo, determinar a sombra desses seis pontos, unindo-os de seguida, obtendo-se a sombra projectada do cubo $[a,b,c,d,e,f,g,h]$.

Determinação da sombra própria e projectada:

Conforme já foi identificado, a face inferior do cubo $[a,b,c,d]$ por coincidir com o plano geometral, coincide com a sua sombra $[as,bs,cs,ds]$. Facilmente também é identificável que a face superior do cubo $[e,f,g,h]$ está iluminada dada a posição do Sol.

Apenas necessitamos de determinar os pontos [g], [h] e [e]. O ponto [f] não é necessário determinar dado que a sua sombra não se vê ao estar projectada por debaixo do cubo.

A sombra [gs] é obtida pela intersecção do raio de luz que sai do Sol [S], que ao passar pelo ponto [g], intersecta o segmento de recta que sai do ponto de fuga das sombras [S'] e que passa pela projecção do ponto [g] no plano geometral.

A sombra [hs] é obtida pela intersecção do raio de luz que sai do Sol [S], que ao passar pelo ponto [h], intersecta o segmento de recta que sai do ponto de fuga das sombras [S'] e que passa pela projecção do ponto [h] no plano geometral.

A sombra [es] é obtida pela intersecção do raio de luz que sai do Sol [S], que ao passar pelo ponto [e], intersecta o segmento de recta que sai do ponto de fuga das sombras [S'] e que passa pela projecção do ponto [e] no plano geometral.

A sombra projectada do cubo [a,b,c,d,e,f,g,h] resulta da união dos pontos [bs,gs,hs,es,ds,as].

A sombra própria do cubo [a,b,c,d,e,f,g,h] é dada pelas faces [g,h,c,b], [e,h,c,d] e [a,b,c,d].

- SOMBRA DE UMA PIRÂMIDE ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL COM O SOL NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR:

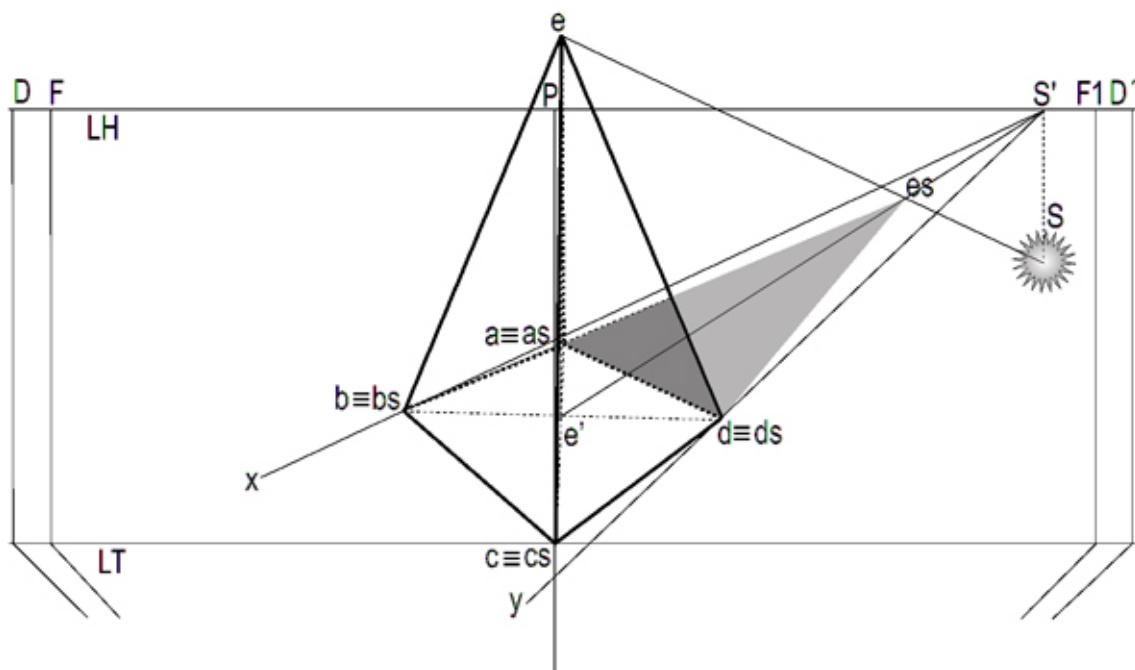


Figura 138.

Sombra própria e sombra projectada de uma pirâmide com o Sol no nadir ou atrás do observador.

Observe-se a figura 138. Para facilitar a determinação da sombra projectada de um sólido geométrico ou de uma forma, deve-se recorrer ao traçado dos segmentos de recta que irão definir a direcção da sombra e respectivo espaço de ocupação. Estes segmentos de recta designados de *contorno aparente da sombra* estão identificados pelas letras [x] e [y] e, obtêm-se através da realização de dois segmentos de recta que saem do ponto de fuga das sombras [S'], sendo tangentes aos vértices mais afastados do sólido geométrico que coincidem com o plano geometral.

O presente caso resulta fácil de determinar já que a face da base da pirâmide [a,b,c,d] coincide com a sua sombra [as,bs,cs,ds]. É apenas necessário determinar a sombra do vértice superior [e], obtida através da intersecção dos segmentos de recta que saem do Sol [S] e do ponto de fuga das sombras [S'] e que intersectam respectivamente os pontos [e] e [e'], obtendo-se o ponto [es].

A sombra projectada da pirâmide [a,b,c,d,e] resulta da união dos pontos [bs,as,es,ds,cs].

A sombra própria da pirâmide [a,b,c,d,e] é dada pela face [a,d,e].

- SOMBRA DE UM CONE ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL COM O SOL LATERAL:

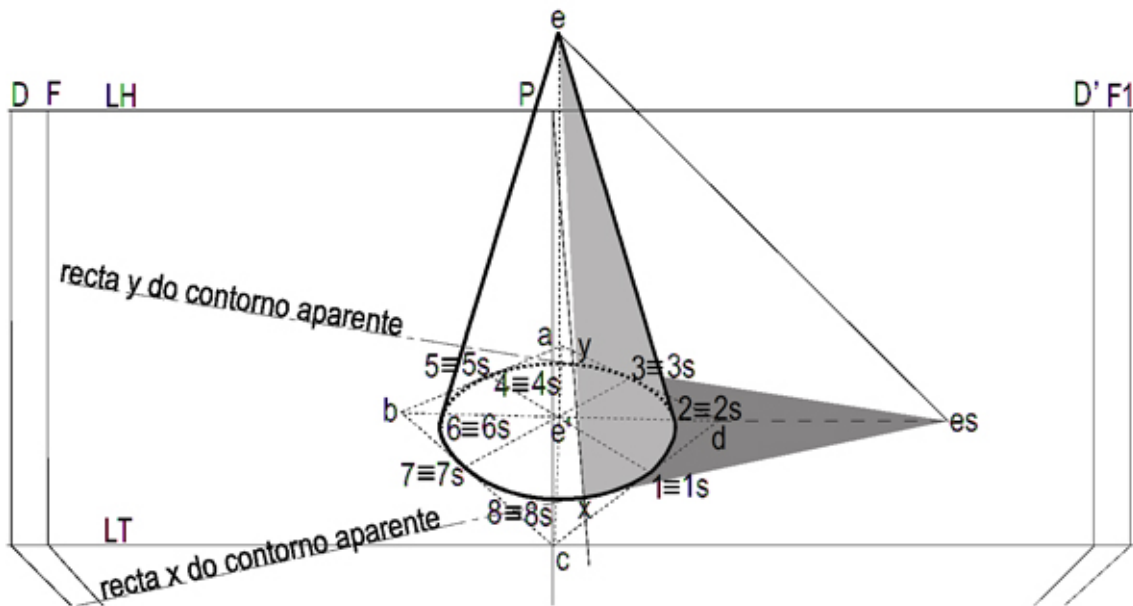


Figura 139.
Sombra própria e sombra projectada de um cone com o Sol lateral.

Na figura 139 recorreu-se novamente ao traçado dos segmentos de recta que irão definir a direcção da sombra e respectivo espaço de ocupação (*rectas do contorno aparente da sombra*), obtidas através da realização de dois segmentos de recta que saem, no presente caso, do vértice em sombra [es] sendo tangentes à base do cone.

O presente caso resulta fácil de determinar já que a base do cone [1,2,3,4,5,6,7,8] coincide com a sua sombra [1s,2s,3s,4s,5s,6s,7s,8s]. Bastou determinar a sombra do vértice superior [e].

A sombra projectada do cone [1,2,3,4,5,6,7,8,e] resulta da união dos pontos [x,es,y,4s,5s,6s,7s,8s].

A sombra própria do cone [1,2,3,4,5,6,7,8,e] é dada pelo espaço ocupado em sombra [e,x,1,2,3,y]. De notar que os pontos [x] e [y] estão num segmento de recta de topo que tem com perspectiva o ponto principal [P].

- SOMBRA DE UM CILINDRO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL COM LUZ ARTIFICIAL:

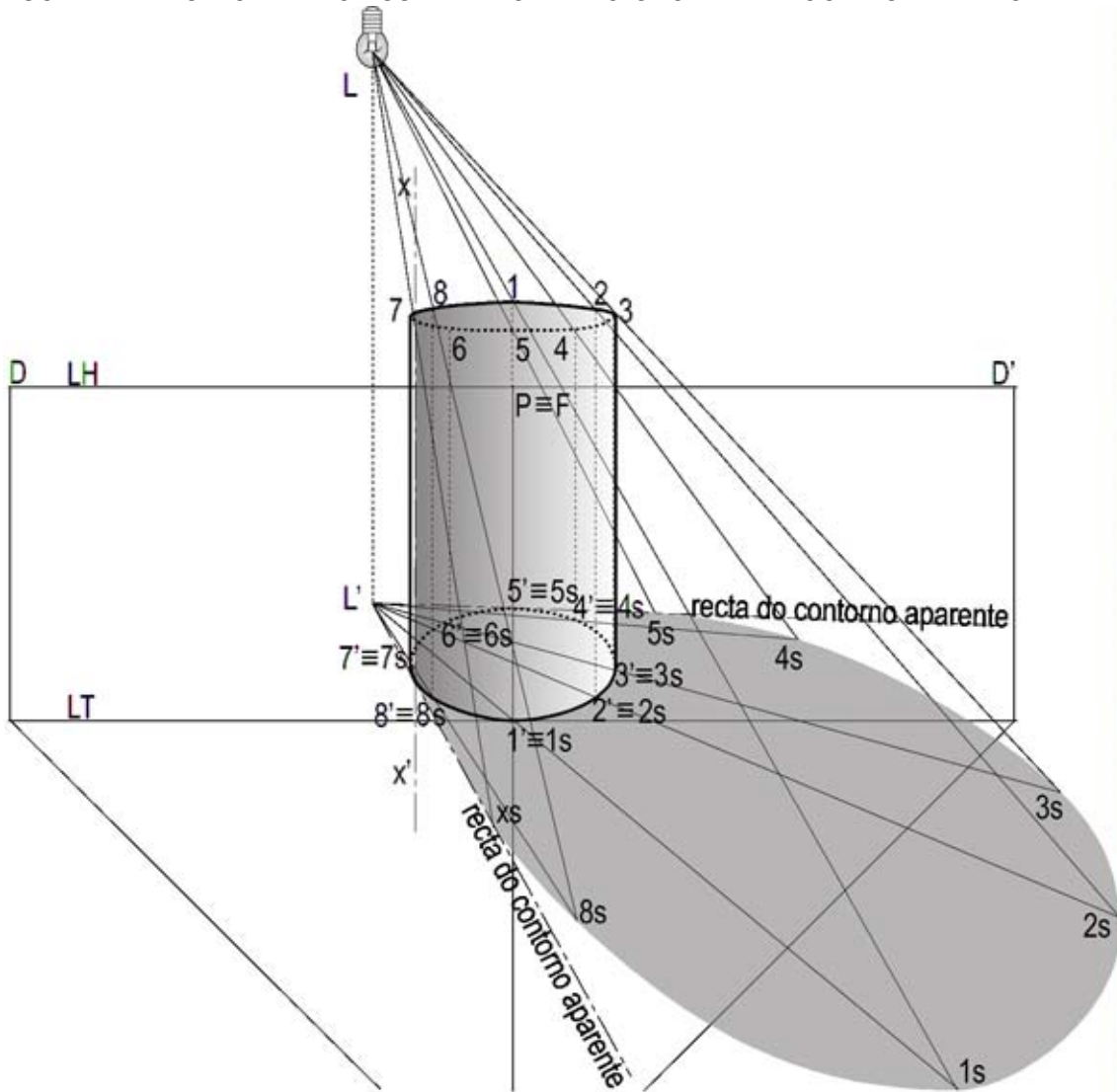


Figura 140.
Sombra própria e sombra projectada de um cilindro com luz artificial.

Novamente e agora na figura 140 recorreu-se ao traçado dos segmentos de recta que irão definir a direcção da sombra e respectivo espaço de ocupação (*rectas do contorno aparente da sombra*), obtidas através da realização de dois segmentos de recta que saem do ponto de fuga das sombras [L'] e sendo tangentes à base do cilindro, encontram na face visível a recta [x, x'].

A base do cone [$1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8'$] coincide com a sua sombra [$1's, 2's, 3's, 4's, 5's, 6's, 7's, 8's$]. Será apenas necessário determinar a sombra dos pontos [$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$] da base superior do cilindro. Sendo um caso de luz artificial o ponto de fuga das sombras está situado sobre o plano geometral no ponto [L'].

A sombra própria do cone tem início no limite definido na figura pela recta [x, x'] que coincide com o ponto onde uma das rectas de contorno aparente é tangente ao cilindro.

- SOMBRA DE UM CUBO NÃO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL COM O SOL NO PLANO DO QUADRO:

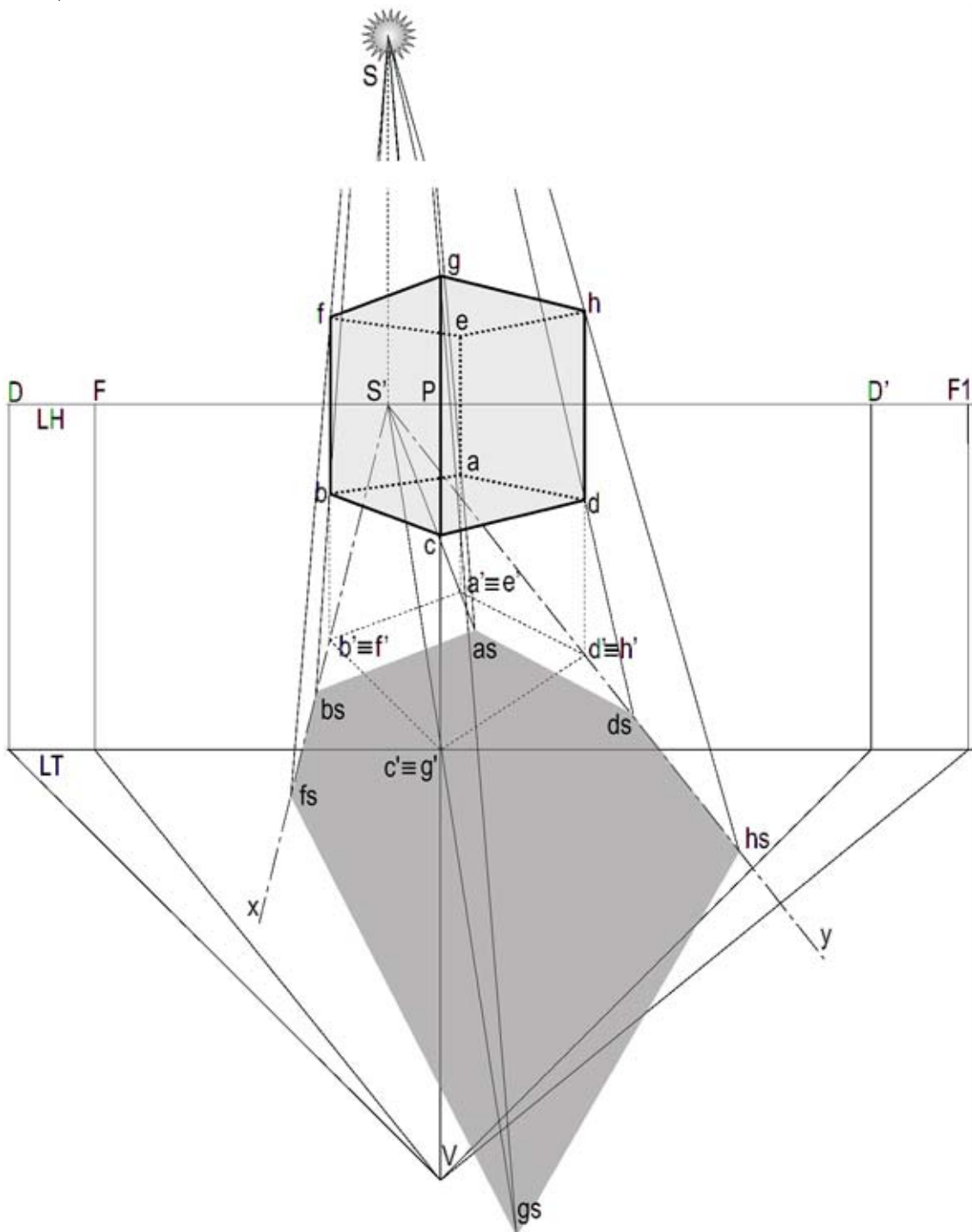


Figura 141.

Sombra própria e sombra projectada de um cubo não assente no plano geometral com o Sol no plano do quadro.

O procedimento para a determinação da sombra de um sólido geométrico não assente no plano geometral obriga à determinação de quase todos os vértices. Lembro que nos casos anteriores, os sólidos estavam assentes no plano geometral o que facilitava a determinação da sombra já que a sombra da face inferior coincidia com a própria sombra.

Na figura 141 as *rectas do contorno aparente da sombra* [x] e [y], obtidas através da realização dos segmentos de recta que saem do ponto de fuga das sombras [S'], sendo tangentes à base do cubo nos vértices projectados no plano geometral [b'≡f'] e [d'≡h']

O presente exercício obriga, no fundo, à determinação das sombras das arestas verticais do cubo [f,b], [g,c], [h,d] e [e,a], no princípio já demonstrado para a sombra da recta não assente, Os pontos em sombra [bs] e [fs] são obtidos a partir da recta que parte do ponto de fuga das sombras [S'] e intersecta os pontos coincidentes projectados no plano geometral [b'≡f'], sendo que esta recta é intersectada pelos raios visuais que partem do Sol [S] e intersectam os vértices [b] e [f]. Não há necessidade de determinar o ponto [cs].

O ponto em sombra [gs] é obtido a partir da recta que parte do ponto de fuga das sombras [S'] e intersecta os pontos coincidentes projectados no plano geometral [c'≡g'], sendo que esta recta é intersectada pelo raio visual que parte do Sol [S] e intersecta o vértice [g].

Os pontos em sombra [ds] e [hs] são obtidos a partir da recta que parte do ponto de fuga das sombras [S'] e intersecta os pontos coincidentes projectados no plano geometral [d'≡h'], sendo que esta recta é intersectada pelos raios visuais que partem do Sol [S] e intersectam os vértices [d] e [h].

O ponto em sombra [as] é obtido a partir da recta que parte do ponto de fuga das sombras [S'] e intersecta o ponto projectado no plano geometral [a'≡e'], sendo que esta recta é intersectada pelo raio visual que parte do Sol [S] e intersecta o vértice [a]. Não há necessidade de determinar a sombra do ponto [e].

A sombra projectada do cubo é dada pelos pontos [as,ds,hs,gs,fs,bs].

A sombra própria do cubo existe nas faces [a,b,c,d], [b,c,g,f] e [c,d,h,g].

- SOMBRA DE UMA PIRÂMIDE NÃO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL COM O SOL NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR:

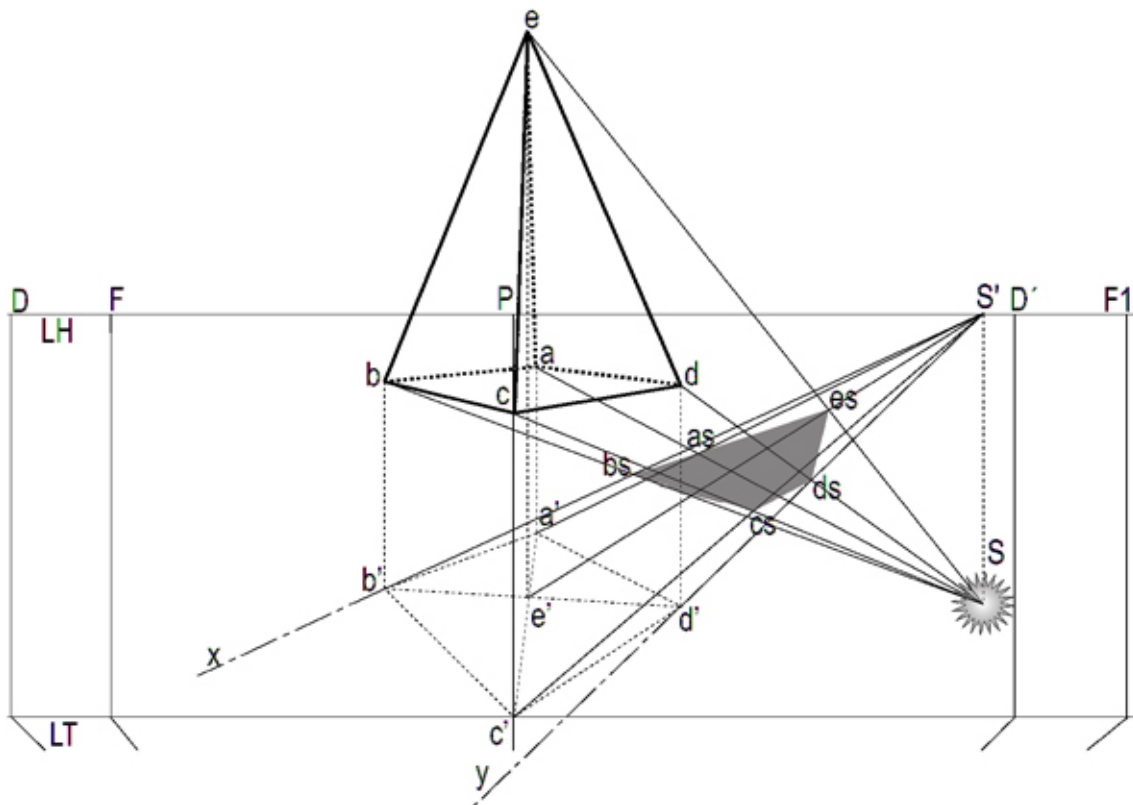


Figura 142.

Sombra própria e sombra projectada de uma pirâmide não assente no plano geometral com o Sol no nadir ou atrás do observador.

No exercício da figura 142, é idêntico o procedimento para o cálculo da sombra projectada. No entanto vale a pena repetir abreviadamente a metodologia empregue para a sua determinação. A partir do ponto de fuga das sombras [S'], traçam-se as rectas [x] e [y], tangentes respectivamente aos vértices rebatidos da pirâmide no plano geometral [b'] e [d'], obtendo-se a amplitude do *contorno aparente* do sólido geométrico. Segue-se a determinação da sombra do

vértice superior da pirâmide [e], cuja projecção no plano geometral é dada pelo ponto [e']. Termina o exercício com a determinação dos vértices da base da pirâmide [a,b,c,d].

- SOMBRA DE UM CONE NÃO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL COM O SOL LATERAL:

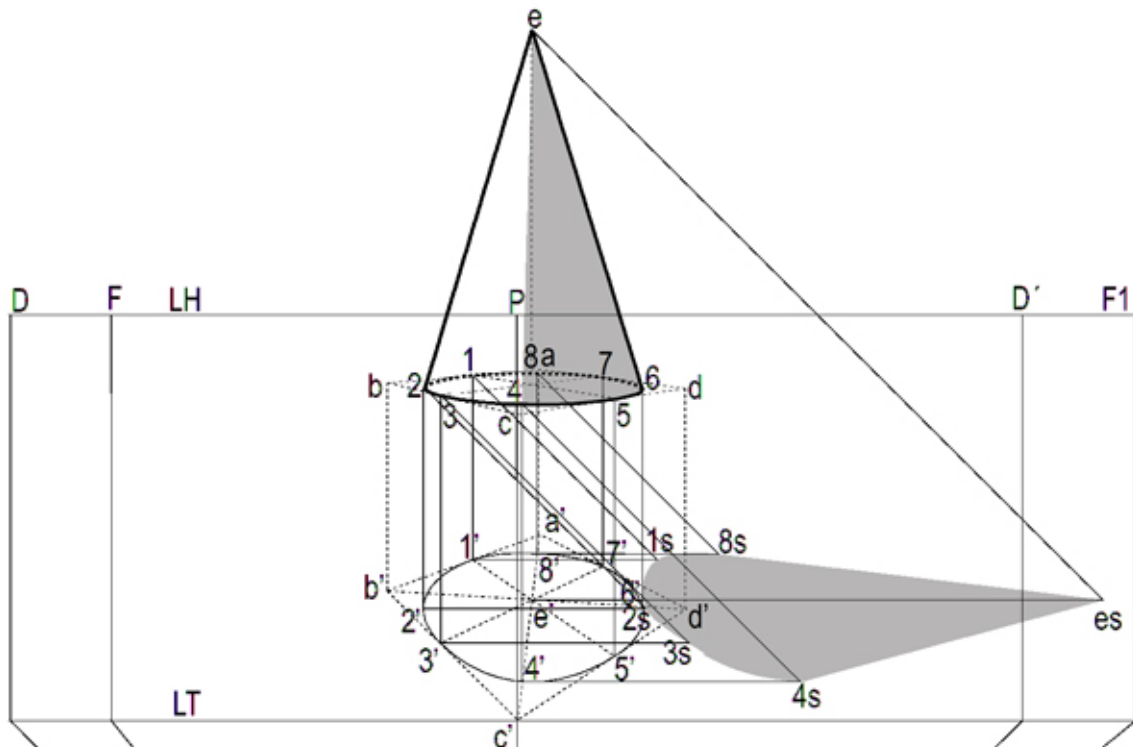


Figura 143.

Sombra própria e sombra projectada de um cone não assente no plano geometral com o Sol lateral.

No exercício da figura 143, verifica-se que é desnecessária a determinação dos pontos [5], [6] e [7], embora o procedimento seja igual ao exemplo dado anteriormente.

- SOMBRA DE UM CILINDRO NÃO ASSENTE NO PLANO GEOMETRAL COM LUZ ARTIFICIAL:

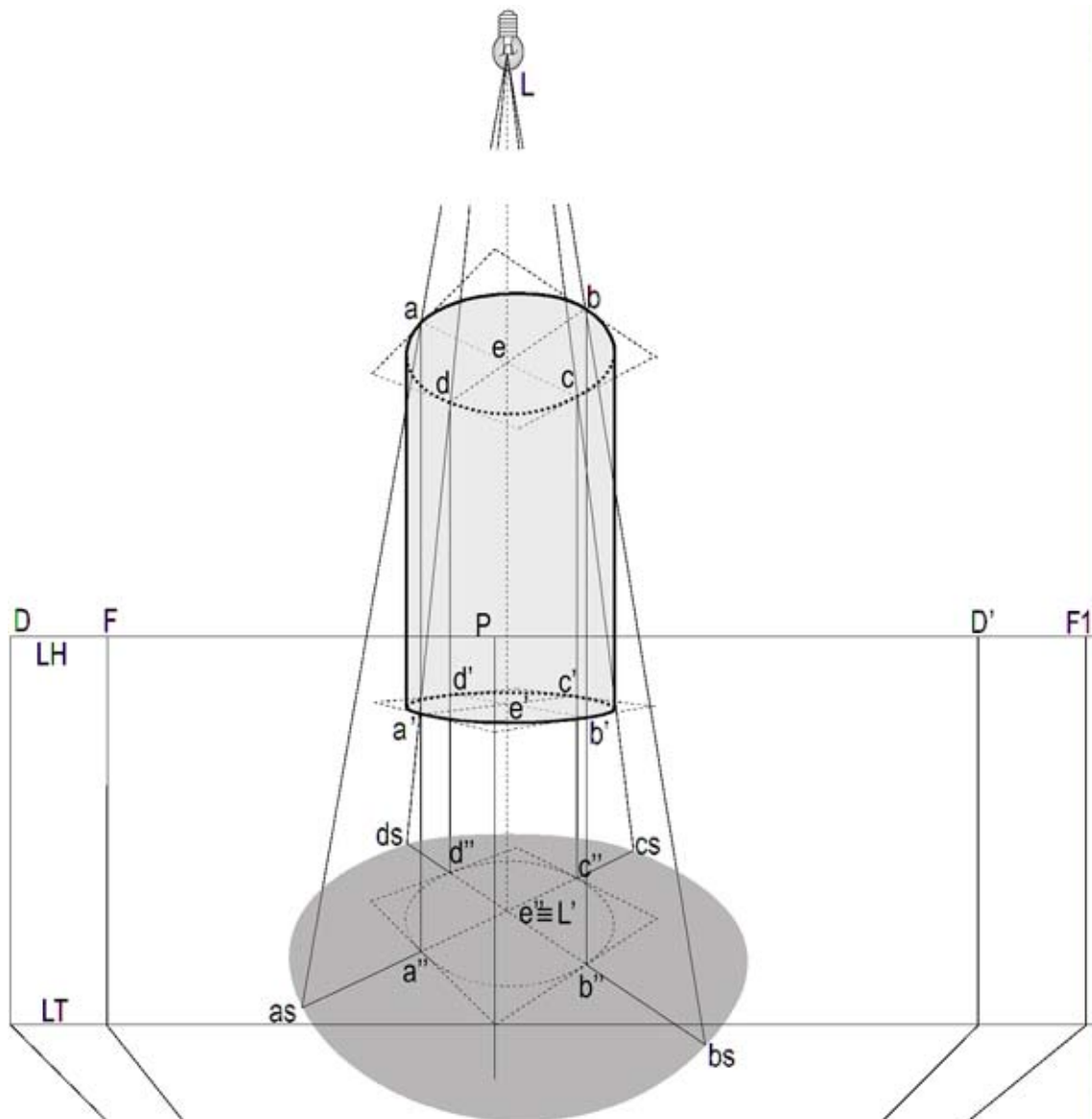


Figura 144.
Sombra própria e sombra projectada de um cilindro não assente no plano geometral com luz artificial.

No exercício da figura 144, O ponto de fuga das sombras [L'] coincide com a projecção central da base do cilindro [e''], produzindo uma sombra circular e uma sombra própria em na face curva e inferior do cilindro.

SITUAÇÕES ESPECÍFICAS DA SOMBRA PROJECTADA DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

O presente sub-capítulo vai abordar o comportamento da sombra de um sólido geométrico quando atinge no seu percurso um plano vertical, inclinado ou curvo.

O problema da projecção da sombra do sólido geométrico sobre o plano horizontal, vertical e curvo será colocado para cada tipo de luz. A figura 145 representa o esquema que será comum a todos os exemplos de luz apresentados. O cubo [i,j,k,l,m,n,o,p] terá sempre a sua sombra projectada sobre o paralelepípedo rectângulo [a,b,c,d,e,f,g,h].

SOMBRA PROJECTADA DE UM SÓLIDO GEOMÉTRICO SOBRE OS PLANOS VERTICAL E HORIZONTAL

- SOL NO PLANO DO QUADRO:

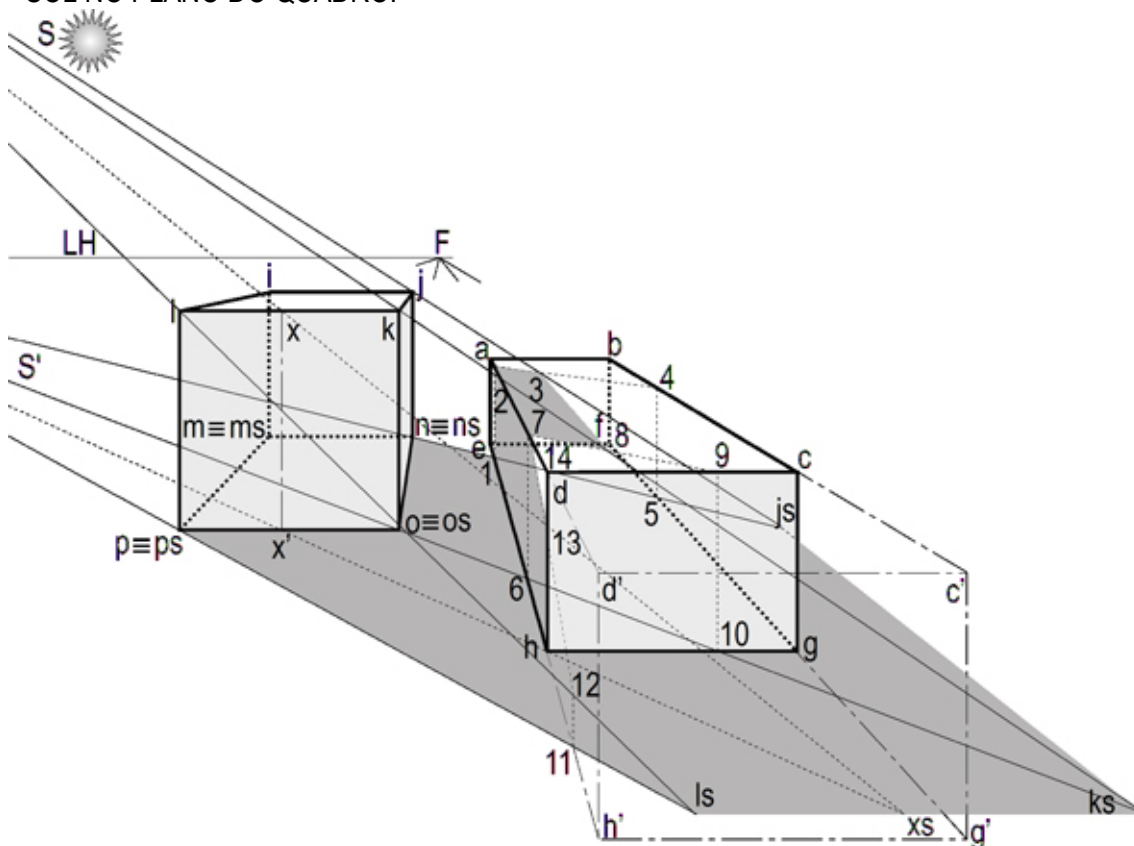


Figura 145.

Sombra projectada de um sólido geométrico sobre o plano vertical e horizontal com o Sol no plano do quadro.

Observe a figura 145. O cubo $[i,j,k,l,m,n,o,p]$, teria como sombra projectada o espaço definido através dos pontos $[ms,ns,js,ks,ls,ps]$, se durante o normal percurso não intersectasse o plano vertical e horizontal.

Fundamentalmente, os limites da sombra do cubo são dados pelas rectas do contorno aparente da sombra definidas pelas sombras das arestas verticais $[j,n]$, $[k,o]$ e $[l,p]$.

A sombra da aresta $[j,n]$ intersecta a face inferior do paralelepípedo rectângulo nos pontos $[1]$ e $[5]$. Quando uma sombra atinge um plano vertical, vai percorrê-lo também verticalmente. Torna-se portanto necessário determinar o percurso que a sombra vai ter na figura geométrica. Para tal, e a partir dos pontos $[1]$ e $[5]$, traçam-se os segmentos de recta verticais $[1,2]$ e $[5,4]$, obtendo-se o segmento de recta horizontal $[2,4]$ a partir da sua união, situado sobre a face superior do paralelepípedo. Está determinado o percurso da sombra quando intersecta o sólido geométrico $[ns,1,2,4,5,js]$. No entanto, conforme se observa a sombra termina o seu percurso no ponto $[3]$, ponto em que o raio de luz $[S,js]$ intersecta o segmento de recta $[2,4]$.

O mesmo processo é agora utilizado para a determinação da sombra da aresta vertical do cubo $[k,o]$ verificando-se que o seu percurso termina no ponto $[8]$, que depois de unido ao ponto $[3]$ constitui um segmento de recta cuja perspectiva é o ponto principal $[P]$ e é a sombra da aresta $[j,k]$ do cubo.

Coloca-se um novo problema relativamente à direcção do contorno da sombra da aresta $[l,k]$ do cubo, porque a aresta $[l,p]$ não intersecta o paralelepípedo rectângulo. Para a sua determinação, simulou-se a projecção do paralelepípedo rectângulo $[c',d',h',g']$, identificada na figura através de traço | ponto. Assim verifica-se que a sombra do segmento de recta $[l,p]$, intersecta a aresta

simulada $[h,h']$ no ponto $[11]$ que irá subir verticalmente até ao ponto $[12]$, local onde termina devido ao raio $[S,ls]$.

- SOL NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR:

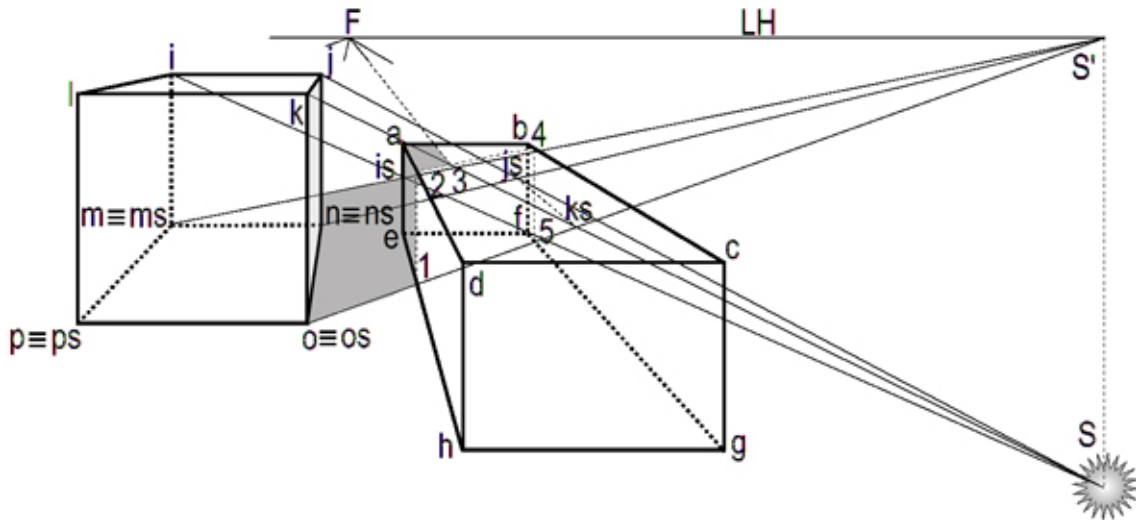


Figura 146.

Sombra projectada de um sólido geométrico sobre o plano vertical e horizontal com o Sol no nadir ou atrás do observador.

No exercício da figura 146 só é necessário determinar o percurso da aresta vertical do cubo $[k,o]$ sobre o paralelepípedo rectângulo. Verifica-se que o seu percurso $[1,2,3]$ pode ser dirigido ao ponto $[F]$ correspondendo à direcção da sombra da aresta superior do cubo $[k,j]$. Sendo esta aresta um segmento de recta de topo, o mesmo sucederá com a sua sombra.

- SOL LATERAL:

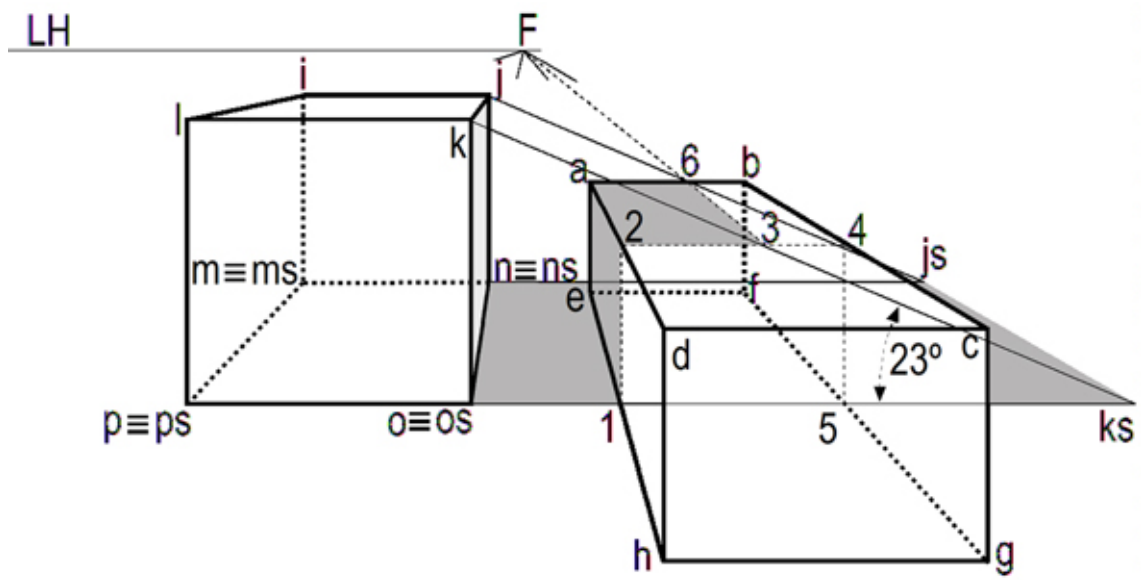


Figura 147.

Sombra projectada de um sólido geométrico sobre o plano vertical e horizontal com o Sol lateral.

No exercício da figura 147 o ângulo dos raios visuais é de 23° , sendo só necessário determinar o percurso da aresta vertical do cubo $[k,o]$ que termina no ponto $[3]$ dirigindo-se de seguida para o ponto $[6]$ que fica na direcção do ponto de fuga $[F]$.

- LUZ ARTIFICIAL:

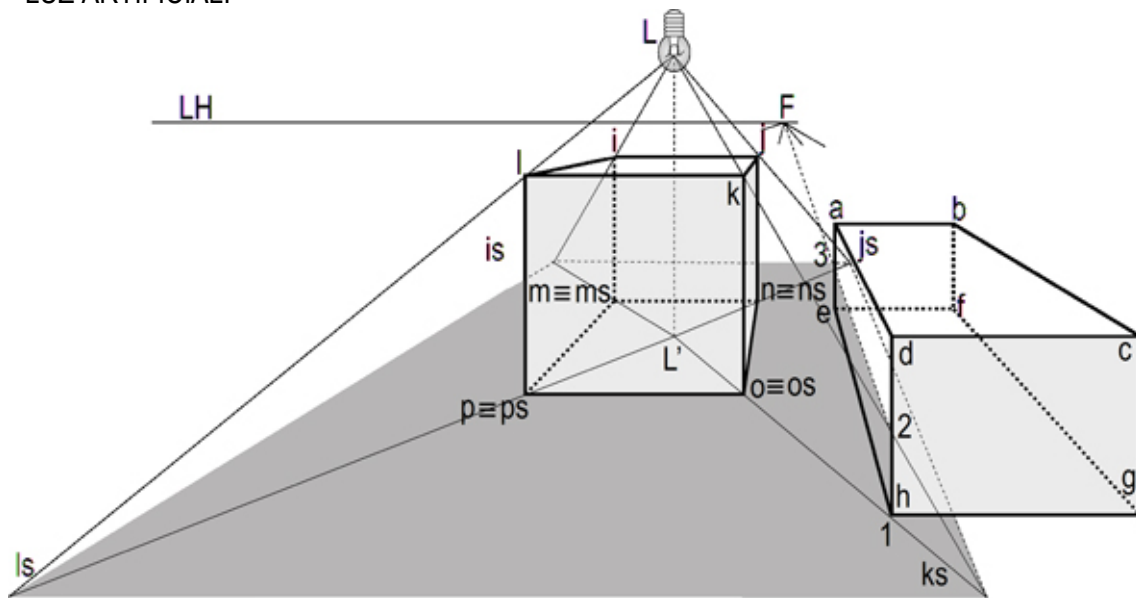


Figura 148.

Sombra projectada de um sólido geométrico sobre o plano vertical e horizontal com luz artificial.

No exercício da figura 148 o ponto de luz [L] tem a sua projecção [L'].

Determinado o percurso da aresta vertical do cubo [k,o] que termina no ponto [2] a sombra dirige-se de seguida para o ponto [3] que fica na direcção do ponto de fuga [F].

SOMBRA PROJECTADA DE UM SÓLIDO GEOMÉTRICO SOBRE UM PLANO OBLÍQUO
 - SOL NO PLANO DO QUADRO:

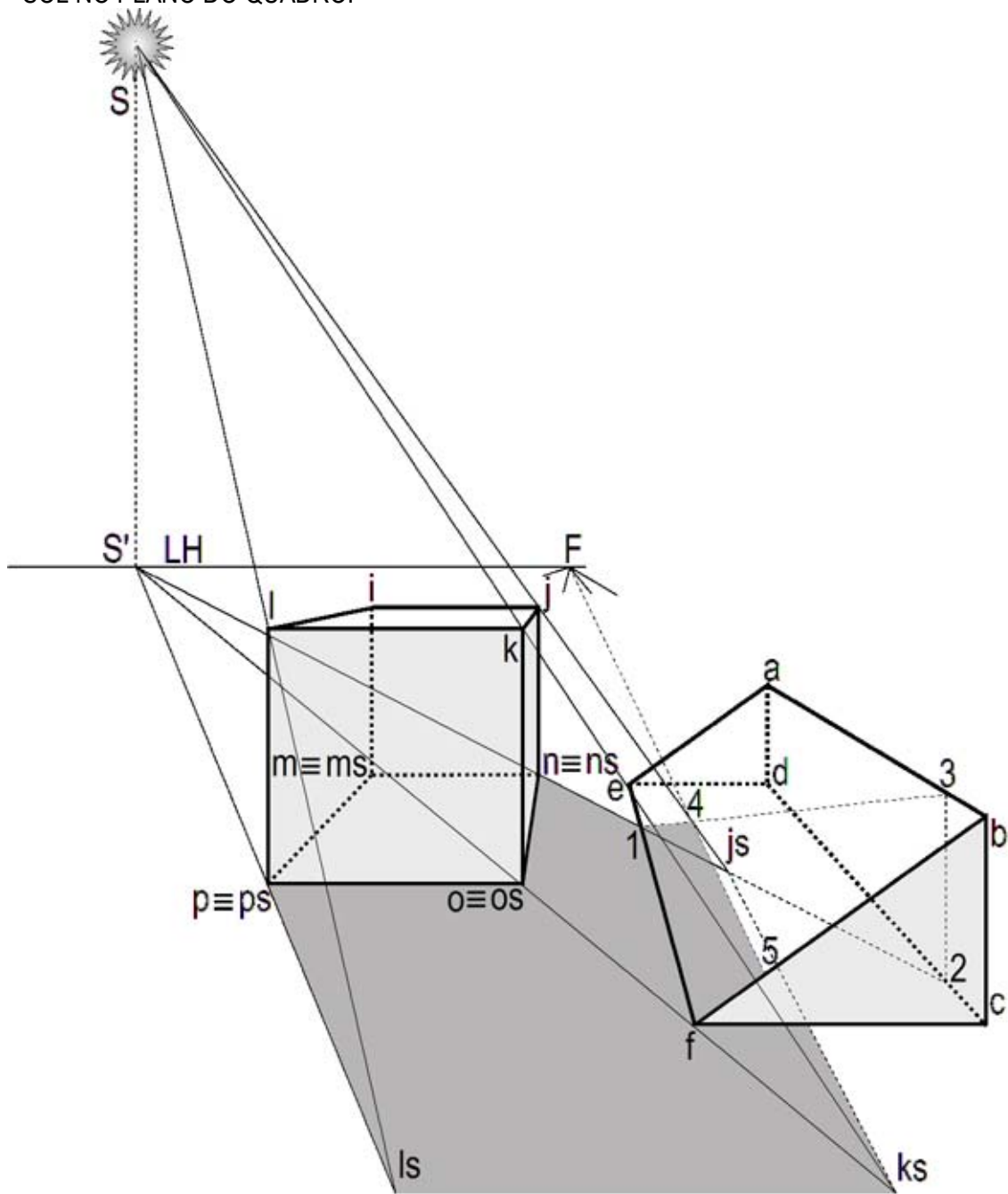


Figura 149.
 Sombra projectada de um sólido geométrico sobre um plano oblíquo com o Sol no plano do quadro.

Na figura 149 o percurso da sombra projectada do cubo sobre a figura prismática é definida pelas arestas verticais do cubo [j,n] e [k,o].

A sombra projectada da aresta [j,n] intersecta a figura prismática no ponto [1] e termina no ponto [4]. Traçando um segmento de recta desde o ponto de fuga [F] passando pelo ponto [4] obtemos a sombra da aresta do cubo [j,k] sobre a figura prismática que termina no ponto [5].

- SOL NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR:

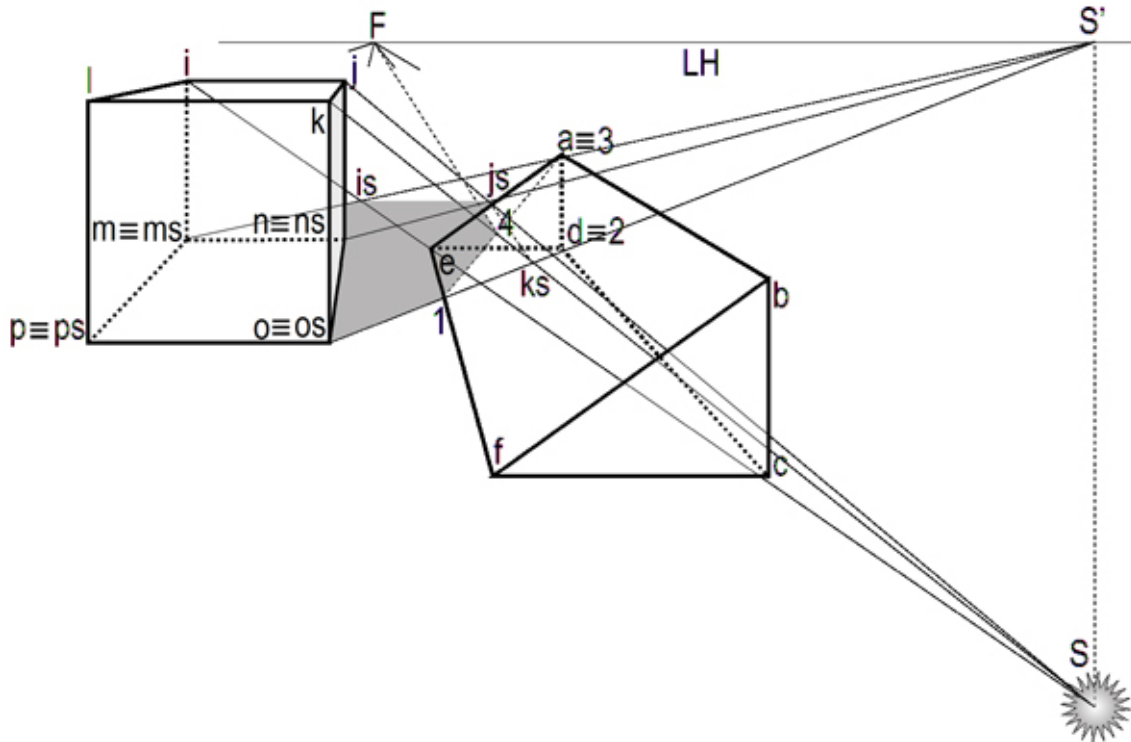


Figura 150.

Sombra projectada de um sólido geométrico sobre um plano obliquo com o Sol no nadir ou atrás do observador.

Na figura 150 o percurso da sombra projectada do cubo sobre a figura prismática é definida pelas arestas verticais do cubo [i,m] [j,n] e [k,o].

A sombra projectada da aresta [k,o] intersecta a figura prismática no ponto [1] e termina no ponto [4]. Traçando um segmento de recta desde o ponto de fuga [F] passando pelo ponto [4] obtemos a sombra da aresta do cubo [k,j].

- SOL LATERAL:

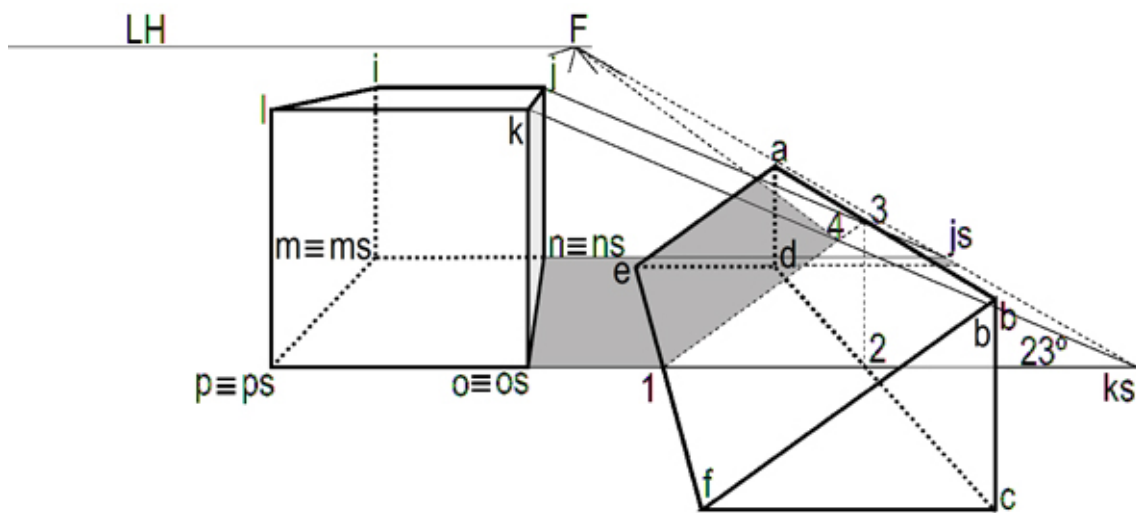


Figura 151.

Sombra projectada de um sólido geométrico sobre um plano obliquo com o Sol lateral.

Na figura 151 o percurso da sombra projectada do cubo sobre a figura prismática é definida pelas arestas verticais do cubo [j,n] e [k,o], estando os raios solares num ângulo de 23°.

A sombra projectada da aresta [k,o] intersecta a figura prismática nos pontos [1] e [2] terminando no ponto [4]. Traçando um segmento de recta desde o ponto de fuga [F] passando pelo ponto [4] obtemos a sombra da aresta do cubo [k,j].

- LUZ ARTIFICIAL:

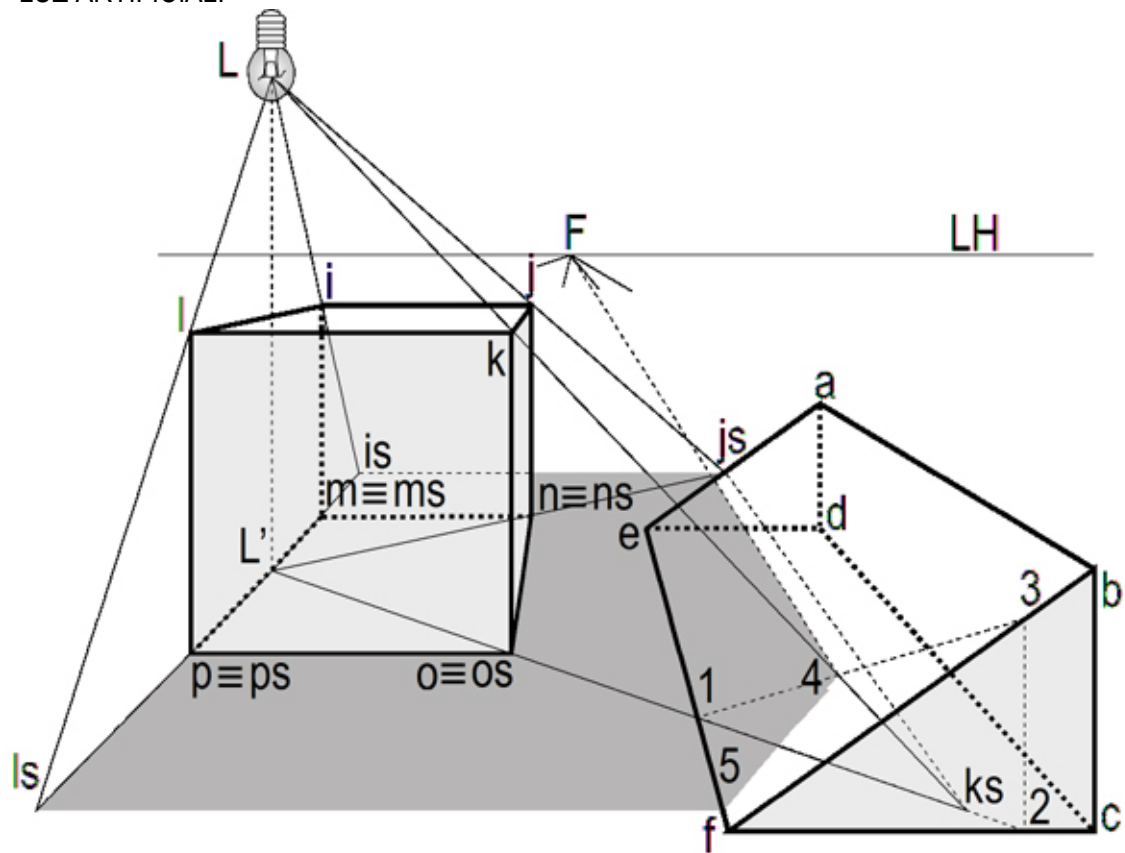


Figura 152.
Sombra projectada de um sólido geométrico sobre um plano oblíquo com luz lateral.

SOMBRA PROJECTADA DE UM SÓLIDO GEOMÉTRICO SOBRE UM PLANO CURVO
 - SOL NO PLANO DO QUADRO:

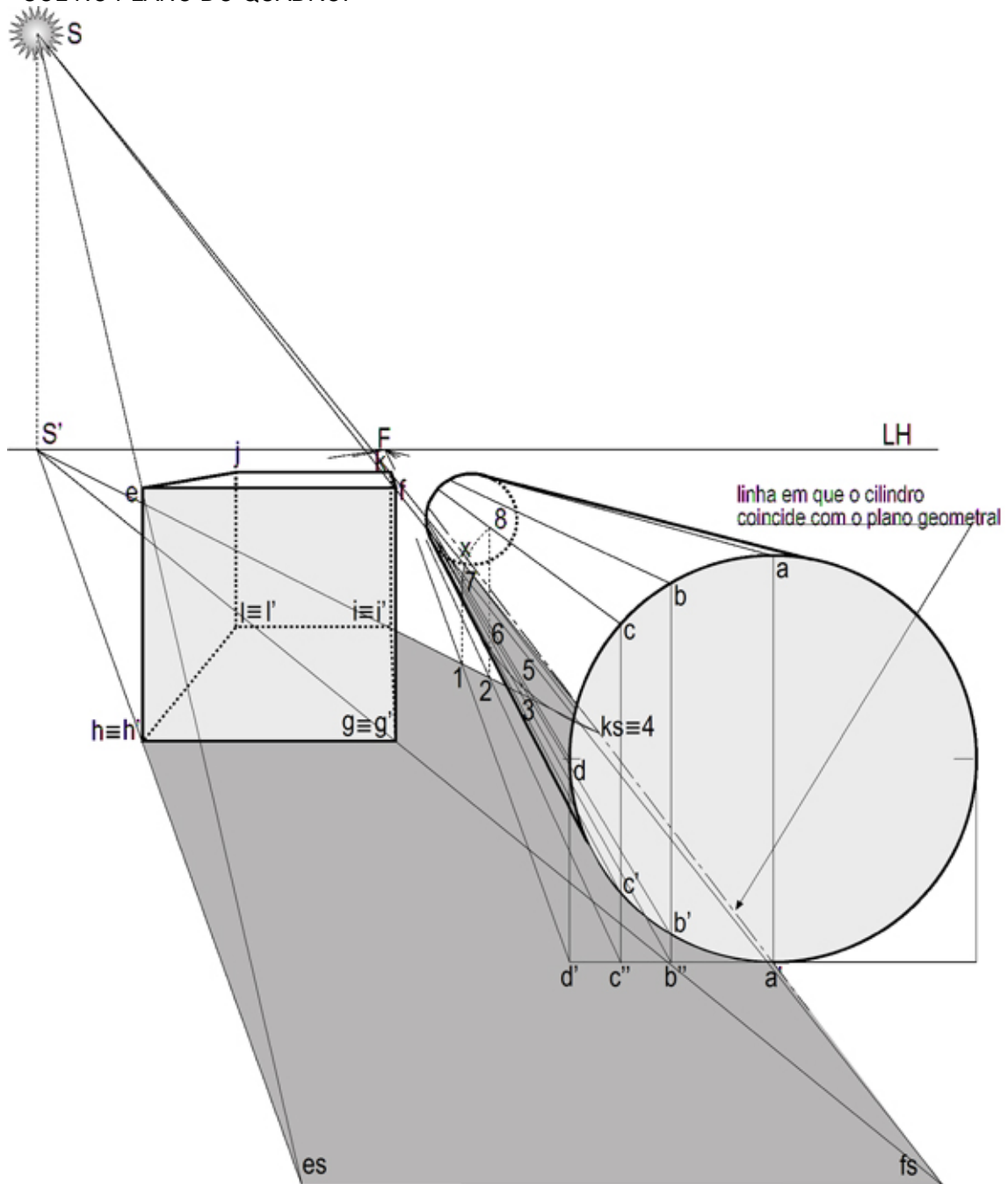


Figura 153.
 Sombra projectada de um sólido geométrico sobre um plano curvo com o Sol no plano do quadro.

Na figura 153 o percurso da sombra projectada do cubo sobre a figura cilíndrica é definida pelas arestas verticais do cubo [k,i] e [f,g] e pela aresta horizontal [k,f].

Será conveniente para a compreensão deste exercício, que o leitor consulte o processo de determinação da sombra projectada de um segmento de recta vertical de frente sobre um plano curvo, já explicado.

No presente exercício será necessário determinar o percurso da sombra da aresta [k,i] sobre o plano curvo [4,5,6,7,8]. A sombra termina o seu percurso no ponto [x]. Fazendo passar um segmento de recta desde o ponto de fuga [F] e a passar pelo ponto [x], obtemos a direcção da sombra da aresta da face superior do cubo [k,f].

SOMBRA DE UM CONJUNTO DE CINCO SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM O SOL LATERAL

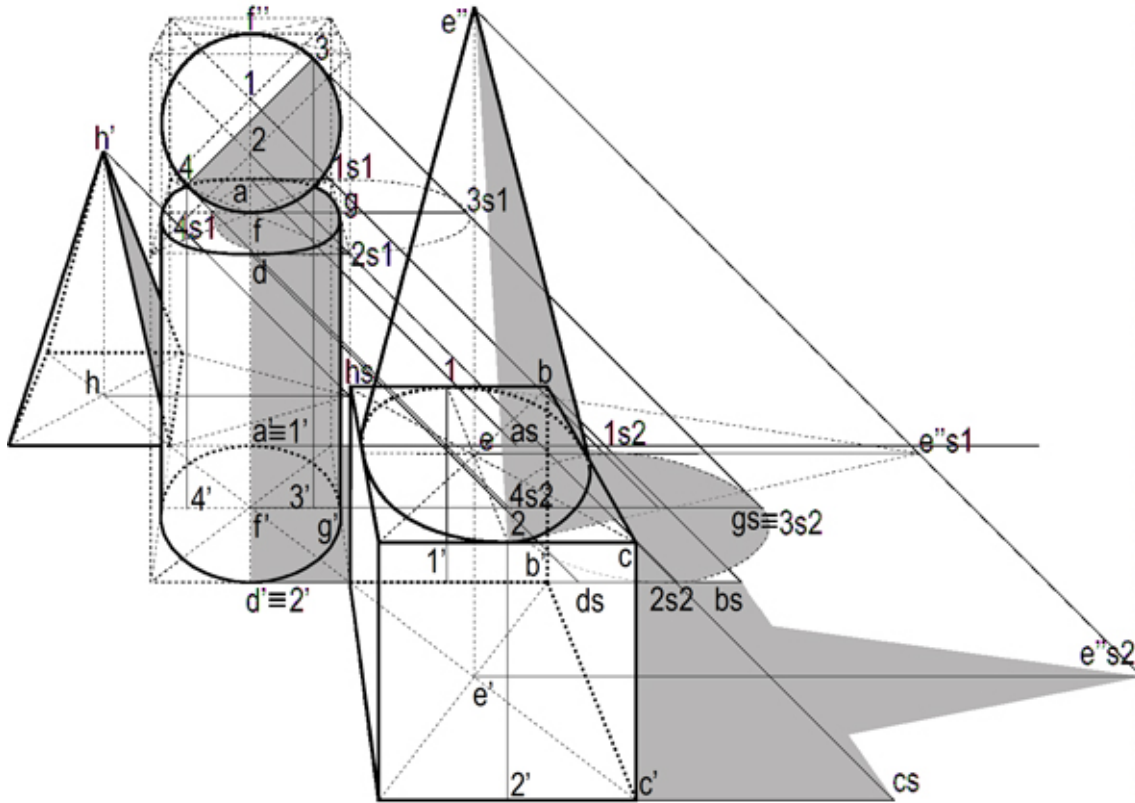


Figura 154.

Sombra própria e sombra projectada de um conjunto de sólidos geométricos com o Sol lateral.

O exercício da figura 154, estabelece a construção da sombra de um conjunto de sólidos geométricos, cuja perspectiva já foi determinada neste capítulo. A metodologia a seguir para a determinação da sombra é idêntica. No presente caso além das sombras próprias, existe a sobreposição de sombras projectadas e de sombras projectadas em diferentes planos.

1 - O exercício tem início com a determinação da sombra do primeiro plano constituído pelo cubo assente no plano geometral e do cone sobreposto. O cubo não representa qualquer dificuldade, cuja demonstração já foi explicada nos exercícios anteriores. No entanto o cone projecta uma sombra sobre a face superior do cubo e outra sobre o plano geometral. Para determinar a sombra projectada do cone sobre o plano geometral, realiza-se idêntico procedimento como se o cone não estivesse assente no plano geometral. A sombra projectada do cone sobre a face superior do cubo, obtém-se simulando como se o plano geometral estivesse à altura da face superior do cubo. Para o efeito, traça-se a partir do centro da base do cone [e], o segmento de recta horizontal de frente [e,e''s1] que intersecta o raio visual [e'',e''s2]. A partir do ponto [e''s1], determinam-se as rectas de rectas do contorno aparente da sombra [1,e''s1] e [2,e''s1], tangentes à base do cone, obtendo-se a sombra projectada do cone sobre a face superior do cubo.

2 - Determinam-se agora as sombras projectadas dos sólidos no segundo plano (cilindro e esfera). Não havendo dificuldade para determinar a sombra projectada do cilindro, o problema coloca-se novamente em relação à sombra projectada da esfera. Procedendo de forma igual quanto aos sólidos colocados em primeiro plano neste exercício, determina-se em primeiro lugar a sombra projectada da esfera no plano geometral como não estando assente. Segue-se a sua determinação sobre a base superior do cilindro.

A esfera foi construída inserindo-a num cubo representado a tracejado na figura 154. Como o presente exercício é um caso de Sol lateral a 45°. O eixo [3,4], que corresponde a uma das diagonais da secção central vertical de frente do cubo, define o limite da sombra própria da esfera através dos vértices da respectiva diagonal [4,3]. A sombra projectada dos pontos [3] e [4]

no plano geometral é dada respectivamente pelos pontos [3s2] e [4s2]. O eixo central de topo da esfera é identificado pelos pontos [1] e [2] que produzem no plano geometral as respectivas sombras projectadas [1s2] e [2s2]. A sombra projectada da esfera no plano geometral é obtida pela união dos pontos [1s2], [3s2], [2s2] e [4s2].

A determinação da sombra projectada da esfera sobre a base superior do cilindro passa por voltar a simular o plano geometral à mesma altura da base do cilindro, exercício já realizado quando da determinação da sombra projectada do cone sobre a face superior do cubo. Para o efeito, traça-se o segmento de recta horizontal de frente que sai do centro da base superior do cilindro [a] e intersecta o raio visual [3,3s2] no ponto [3s1], que corresponde à sombra do ponto [3] se o plano geometral estivesse a essa altura. A sombra do ponto [4] na face superior do cilindro é obtida no ponto [4s1]. Os pontos [1s1] e [2s1] são obtidos da mesma forma determinando-se assim a sombra projectada da esfera sobre a face superior do cilindro.

O exercício termina com a determinação da sombra da pirâmide.

SOMBRA DE UM CONJUNTO DE DOIS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM O SOL NO NADIR OU ATRÁS DO OBSERVADOR

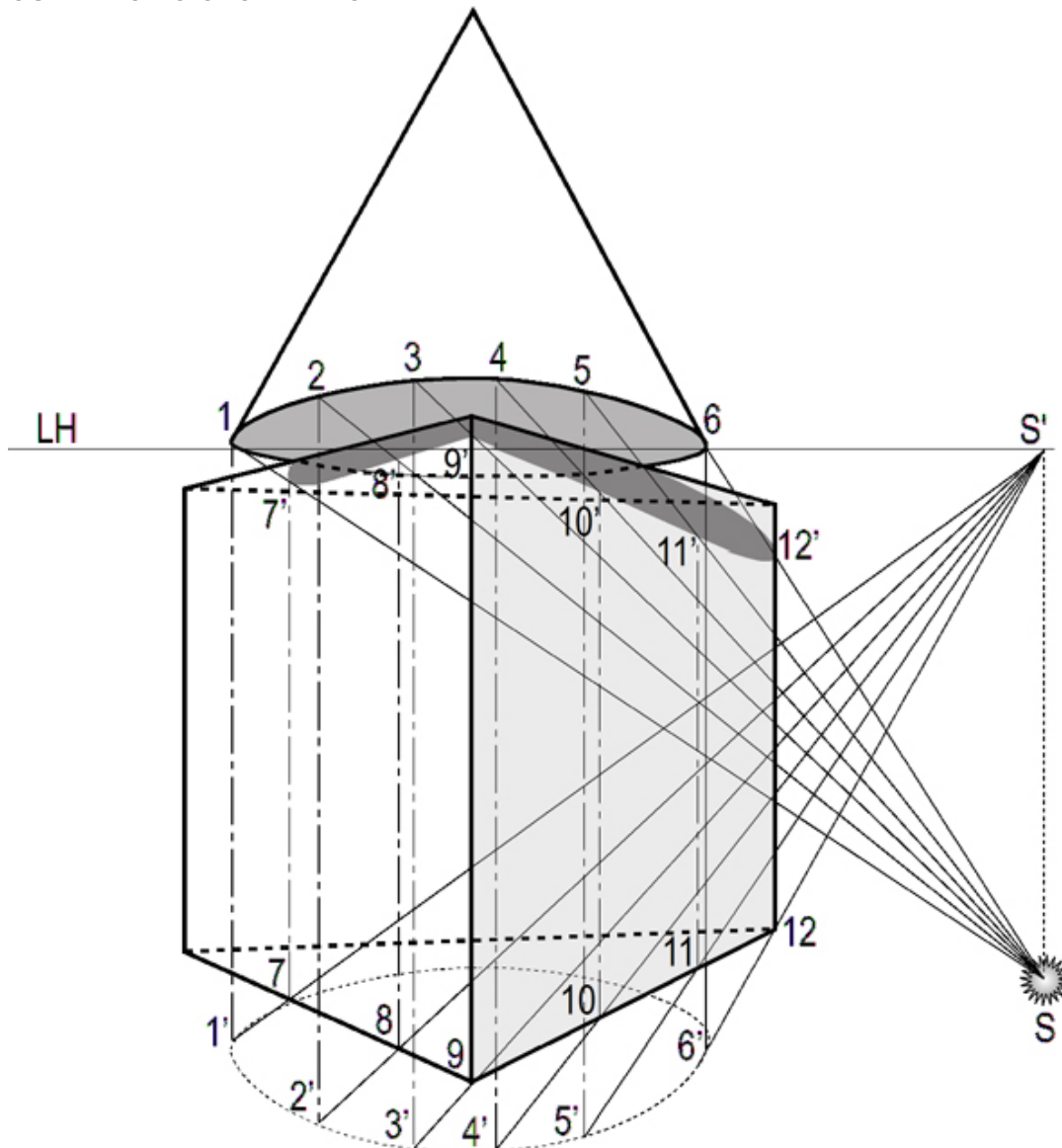


Figura 155. Determinação da sombra projectada de cone sobre uma figura prismática com o Sol no nadir ou atrás do observador.

O exercício da figura 155 pretende apenas exemplificar o processo de determinação da sombra projectada de um cone sobre uma figura prismática.

Não havendo dificuldade maior para determinar as respectivas sombras projectadas sobre o plano geometral, o mesmo não se passa em relação à sombra projectada do cone sobre o prisma.

O círculo da base do cone, por o Sol estar no nadir, projectará sobre a face em luz do prisma, uma sombra com um contorno curvo. Começou-se por identificar pontos, arbitrariamente sobre o círculo da base do cone. É sabido que quantos mais pontos definirem a curvatura, mais certeza se terá no traçado do contorno da sombra projectada da base circular do cone. Para o presente caso, identificaram-se os pontos [1], [2], [3], [4], [5], [6]. Estes seis pontos projectados verticalmente no plano geometral, intersectam a projecção do cone nos pontos [1'], [2'], [3'], [4'], [5'] e [6'].

Utilizando o processo normal para determinar a sombra projectada de uma forma com o Sol no nadir, traçam-se os segmentos de recta [S',1'], [S',2'], [S',3'], [S',4'], [S',5'] e [S',6'] a partir do ponto de fuga das sombras [S'], segmentos que ao intersectarem as duas arestas inferiores do prisma visíveis permitem obter os pontos [7], [8], [9], [10], [11], [12].

A partir do Sol [S] dirigem-se seis raios visuais aos pontos [1], [2], [3], [4], [5], [6]. da base do cone.

A intersecção destes seis raios visuais [S,1], [S,2], [S,3], [S,4], [S,5] e [S,6] com os segmentos de recta verticais que partem dos pontos [7], [8], [9], [10], [11] e [12], permitem encontrar os pontos em sombra da base circular do cone [7'], [8'], [9'], [10'], [11'] e [12'].

L.:M.:L.:C.:

Luís Canotilho (Professor Coordenador)